

# Wnioskowanie przez podobieństwo (ang. Case-based reasoning)

Marcin Szelaąg

Zakład ISWD, Instytut Informatyki, Politechnika Poznańska

27.11.2019

- 1 Wprowadzenie
  - Klasyfikacja na podstawie podobieństwa
  - Motywacje zastosowania DRSA
- 2 Klasyfikacja na podstawie podobieństwa z użyciem reguł decyzyjnych
  - Podstawowe pojęcia i założenia
  - Dominacja ze względu na podobieństwo
  - Relacja bliskości i oddalenia obiektów
  - Przybliżanie zbioru obiektów bliskich i oddalonych relacją dominacji
  - Indukcja i zastosowanie reguł decyzyjnych
- 3 Przykład ilustracyjny
- 4 Podsumowanie

# Wprowadzenie

- Ludzie mają tendencję do rozwiązywania nowych problemów z wykorzystaniem rozwiązań **podobnych** problemów napotkanych w przeszłości – **wnioskowanie na podstawie podobieństwa do znanych przypadków** (ang. case-based reasoning, CBR).
- Podstawową ideę takiego wnioskowania opisał już **Hume**<sup>a</sup>:  
“Po podobnych przyczynach spodziewamy się podobnych skutków” → “Im bardziej podobne są przyczyny, tym bardziej podobnych spodziewamy się skutków”.
- Klasyfikacja zgodnie z (szeroko rozumianym) **paradygmatem CBR** → **klasyfikacja na podstawie podobieństwa**.

---

<sup>a</sup>David Hume, An Enquiry Concerning Human Understanding. Clarendon Press, Oxford, 1748

## Sformułowanie problemu

- skończony zbiór **obiektów treningowych** (“baza przypadków”)  $U$ ,
- opisanych za pomocą skończonego zbioru **cech** (atrybutów)  $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ ,
- skończona rodzina predefiniowanych **klas decyzyjnych**  $\mathcal{D}$ ,
- dla każdego obiektu  $y \in U$  i każdej klasy  $X \in \mathcal{D}$ , wartość  $\mu_X(y) \in [0, 1]$ , określająca **stopień przynależności**  $y$  do  $X$ .

Ponadto, dla każdej cechy  $f_i \in F$  zdefiniowana jest **funkcja lokalnego podobieństwa**  $\sigma_{f_i} : U \times U \rightarrow [0, 1]$ , taka, że  $\sigma_{f_i}(y, x)$  określa podobieństwo  $y$  do  $x$  względem  $f_i$ .

## Cel

Celem uczenia się na zbiorze  $U$  jest trafna **predykcja stopnia przynależności** nowego obiektu  $z \notin U$  do poszczególnych klas decyzyjnych ze zbioru  $\mathcal{D}$ , na podstawie podobieństwa  $z$  do obiektów z  $U$ .

## Problemy powiązane

- soft label classification,
- analiza danych kompozycyjnych dotyczących mikstur.

## Rozpoznawanie emocji we fragmentach wypowiedzi

Firma X chciałaby stworzyć system rozpoznawania emocji mówców, takich jak: złość, radość, strach, smutek, znudzenie, itp. Dysponuje ona bazą nagrań fragmentów wypowiedzi różnych osób. Fragmenty te zostały odsłuchane przez pracownika firmy, który dla każdej wypowiedzi określił na skali od zera do jeden wiarygodność występowania poszczególnych emocji. Ponadto, określił on również szereg cech opisujących nagrania, wyznaczanych m.in. na podstawie analizy widma częstotliwości.

## Pytanie

Jak na podstawie podobieństwa nowej wypowiedzi do wypowiedzi wcześniej zarejestrowanych trafnie określić wiarygodność występowania w niej poszczególnych emocji?

## Wybrane istniejące podejścia do klasyfikacji na podst. podobieństwa

- **Metody oparte na paradygmacie “leniwego uczenia się”:** k-NN; IB1, IB2, IB3 (Aha’91); systemowe podejścia do wnioskowania na podstawie podobieństwa do znanych przypadków (np. Kolodner’93); metoda decyzji opartych na wcześniejszych przypadkach (ang. case-based decisions) (Gilboa & Schmeidler 1995, 2001); metoda wykorzystująca modelowanie rozmyte (Dubois & Prade, 1998).
- **Metody oparte na paradygmacie “aktywnego uczenia się”:** sieci RBF; Similarity-based Classification (SBC; Bernal 2003); podejścia operujące na macierzy globalnego podobieństwa obiektów (Gupta 2009); **pierwsze podejścia stosujące DRSA (ang. dominance-based rough set approach to case-based reasoning)** (Greco, Matarazzo, Słowiński, 2006 i 2008).



## Istota rozpatrywanego problemu

- W celu wyznaczenia (globalnego) podobieństwa obiektów, wszystkie podejścia do wnioskowania na podstawie podobieństwa dokonują **agregacji podobieństw** tych obiektów na poszczególnych cechach.
- Często agregacja ta dokonywana jest w sposób **arbitralny**, sprowadzając wektor podobieństw na poszczególnych cechach **do pojedynczej liczby rzeczywistej** (stosując operator minimum, ważoną normę  $L_p$ , itp.), a także z wykorzystaniem normalizacji lub standaryzacji poszczególnych cech.
- Lepszym podejściem wydaje się być modelowanie globalnego podobieństwa obiektów przez **reguły decyzyjne**, które łącząc spójnikami logicznymi warunki na podobieństwo na poszczególnych cechach, **nie wymagają agregacji podobieństw do pojedynczej liczby**.

Teoria zbiorów przybliżonych z relacją dominacji (DRSA, od ang. Dominance-based Rough Set Approach) jest **metodą analizy danych** wprowadzoną przez prof. Greco, Matarazzo i Słowińskiego w latach 90-tych, dedykowaną do problemów, w których występują **zależności monotoniczne**. Jej zalety to:

- wzięcie pod uwagę **kierunków preferencji** dla kryteriów,
- możliwość jednoczesnego uwzględnienia (wprost) **kryteriów porządkowych i ilościowych**,
- wykrywanie **niespójności** w danych (przypadków naruszenia zależności monotonicznych),
- **przybliżanie** “nieostrych” zbiorów obiektów (pojęć) – wyznaczanie tzw. **dolnych i górnych przybliżeń zbiorów**,
- uogólnianie opisu obiektów zawartych w przybliżeniach poprzez **indukcję modelu danych** w postaci **zbioru reguł decyzyjnych**.

Najważniejsze zalety reguł decyzyjnych:

- są **czytelne** dla decydenta,
- reprezentują **zależności logiczne** występujące w danych,
- mogą reprezentować **złożone interakcje** pomiędzy kryteriami,
- akceptują **porządkowe** skale preferencji,
- wykorzystują jedynie **porządkowe** własności kryteriów,
- umożliwiają **wyjaśnianie** podjętych decyzji oraz **predykcję** decyzji przyszłych.

Ceną stosowania tak “ekspresyjnego” modelu danych jest **konieczność dodatkowej eksploatacji** wyniku zastosowania reguł decyzyjnych do nowych danych, w celu wypracowania ostatecznej rekomendacji.

# Klasyfikacja na podstawie podobieństwa z użyciem reguł decyzyjnych

## Podsumowanie głównych cech proponowanego podejścia

- Założenie następującej **zależności monotonicznej**: “im bardziej obiekt  $y$  jest podobny do obiektu  $x$  na rozważanych cechach, tym bliższe sobie są stopnie przynależności tych obiektów do rozważanej klasy  $X$ ”.
- Na poziomie pojedynczych cech, podobieństwo rozpatrywane jest wyłącznie **w kategoriach porządkowych** → łatwiejszy dobór funkcji lokalnego podobieństwa – funkcje **porządkowo równoważne** nie wpływają na wynik klasyfikacji.
- Na poziomie “globalnym”, **unika się arbitralnej agregacji podobieństw** na poszczególnych cechach do pojedynczej liczby.
- Zamiast tego, podobieństwo globalne obiektów modelowane jest przez **reguły decyzyjne** wykorzystujące relację dominacji, wyindukowane na podstawie **przykładów klasyfikacji**.

Możliwe jest użycie różnie zdefiniowanych funkcji  $\sigma_{f_i}$ , w zależności od dziedziny (zbioru wartości)  $V_{f_i}$  cechy  $f_i \in F$ .

**Minimalne wymaganie:** dla każdego  $x, y \in U$ ,  $\sigma_{f_i}(y, x) = 1 \Leftrightarrow f_i(y) = f_i(x)$ .

Funkcje podobieństwa  $\sigma_{f_i}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , generują tzw. **przestrzeń podobieństwa**.

Dla numerycznej cechy  $f_i \in F$ , z wartościami na skali przedziałowej lub interwałowej, podobieństwo definiowane jest za pomocą funkcji, np.:

- $$\sigma_{f_i} = 1 - \frac{|f_i(y) - f_i(x)|}{\max_{v_i \in V_{f_i}} - \min_{v_i \in V_{f_i}}},$$

- $$\sigma_{f_i} = \frac{1}{|f_i(y) - f_i(x)| + 1}.$$

Dla **nominalnej cechy**  $f_i \in F$ , podobieństwo definiuje się za pomocą tabeli, np.:

**Tablica:** Przykładowa definicja funkcji podobieństwa na cesze nominalnej

$\sigma_{komfort}$	b. niski	niski	średni	wysoki	b. wysoki
b. niski	1.0	0.8	0.5	0.1	0.0
niski	0.8	1.0	0.6	0.3	0.0
średni	0.5	0.6	1.0	0.5	0.3
wysoki	0.1	0.3	0.5	1.0	0.6
b. wysoki	0.0	0.0	0.3	0.6	1.0



Przykładowy problem klasyfikacji samochodów – dane treningowe:

id	długość	#drzwi	...	komfort	$\mu_{\text{sport}}$	$\mu_{\text{limo}}$	$\mu_{\text{miejski}}$
1	4.8	5	...	b.wysoki	0.2	0.8	0.2
2	3.8	3	...	niski	0.9	0.1	0.4
3	4.0	4	...	średni	0.3	0.1	0.7
4	4.5	5	...	wysoki	0.1	0.3	0.5
...	...	...	...	...	...	...	...
30	4.1	3	...	wysoki	0.5	0.2	0.9

Dekompozycja na problemy jednoklasowe  $\pi_X, X \in \mathcal{D}$

Przykładowy problem klasyfikacji samochodów – dane treningowe dla podproblemu wynikającego z **dekompozycji**:

id	długość	#drzwi	...	komfort	$\mu_{\text{sport}}$
1	4.8	5	...	b.wysoki	0.2
2	3.8	3	...	niski	0.9
3	4.0	4	...	średni	0.3
4	4.5	5	...	wysoki	0.1
...	...	...	...	...	...
30	4.1	3	...	wysoki	0.5

## Obiekty referencyjne

- Zakłada się, że dla każdego podproblemu  $\pi_X$  dany jest zbiór tzw. **obiektów referencyjnych**  $REF_X \subseteq U$ .
- Są to obiekty treningowe, do których porównywane będą wszystkie obiekty ze zbioru  $U$ .
- Obiekty referencyjne mogą być **wskazywane przez decydenta**, w oparciu o jego wiedzę dziedzinową.
- **Alternatywnie** – grupowanie, próbkowanie, założenie, że  $REF_X = U$  (ale uwaga na złożoność!), heurystyki doboru.

## Uczenie się podobieństwa – schemat indukcji reguł decyzyjnych

Modelowanie podobieństwa polega na indukcji dla każdej klasy  $X \in \mathcal{D}$  modelu klasyfikacyjnego w postaci zbioru reguł decyzyjnych

$$R_X = \bigcup_{x \in REF_X} R_X(x),$$

gdzie:

- $REF_X \subseteq U$  – zbiór obiektów referencyjnych dla klasy  $X$ ,
- $R_X(x)$  – zbiór reguł określających przynależność obiektu  $y$  do klasy  $X$  w oparciu o jego podobieństwo do danego obiektu referencyjnego  $x$ .

Reguły generowane są osobno dla każdej klasy i każdego obiektu referencyjnego rozważanego dla tej klasy.

## Tablica podobieństwa

Przykładowy problem klasyfikacji samochodów – tablica podobieństwa  $ST_X(x)$  dla obiektu referencyjnego  $x$  nr 3

(długość=4.0, #drzwi=4, ..., komfort=średni ||  $\mu_{\text{sport}} = 0.3$ ),  
gdzie  $\sigma_{f_i} = 1 - \frac{|f_i(y) - f_i(x)|}{f_i^{\max} - f_i^{\min}}$ , dla  $i \in \{1, 2\}$ :

$y$	$\sigma_{\text{długość}}(y, x)$	$\sigma_{\text{\#drzwi}}(y, x)$	...	$\sigma_{\text{komfort}}(y, x)$	$\mu_{\text{sport}}(y)$
1	0.2	0.5	...	0.3	0.2
2	0.8	0.5	...	0.6	0.9
<b>3</b>	<b>1.0</b>	<b>1.0</b>	...	<b>1.0</b>	<b>0.3</b>
4	0.5	0.5	...	0.5	0.1
...	...	...	...	...	...
30	0.9	0.5	...	0.5	0.5

Relacja  $x$ -dominacji,  $D_x \rightarrow$  relacja dominacji ze względu na podobieństwo do obiektu (referencyjnego)  $x \in U$ .

Dla  $x, y, w \in U$ ,

$y$   $x$ -dominuje  $w$  (oznaczenie:  $yD_xw$ )  $\Leftrightarrow$  dla każdej cechy  $f_i \in F$ ,

$$\sigma_{f_i}(y, x) \geq \sigma_{f_i}(w, x).$$

Zatem, obiekt  $y$   $x$ -dominuje obiekt  $w$  wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdej cechy  $f_i \in F$ ,  $y$  jest podobny do  $x$  nie mniej niż  $w$ .

Dla obiektu  $y \in U$ , definiuje się:

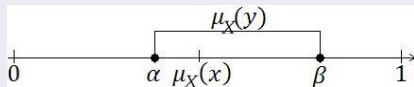
- *x-pozytywny stożek dominacji* z początkiem w  $y$ ,
- *x-negatywny stożek dominacji* z początkiem w  $y$ :

$$D_x^+(y) = \{w \in U : wD_x y\},$$

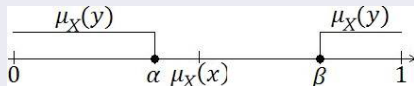
$$D_x^-(y) = \{w \in U : yD_x w\}.$$

Dla klasy decyzyjnej  $X$ , z funkcją przynależności  $\mu_X(x) : U \rightarrow R$ , definiuje się dwie parametryczne relacje określone na zbiorze  $U$ :

$$y \underset{\sim}{\succ}_{\alpha, \beta}^X x \Leftrightarrow \mu_X(x) \in [\alpha, \beta] \quad \text{and} \quad \mu_X(y) \in [\alpha, \beta],$$



$$y \underset{\sim}{\prec}_{\alpha, \beta}^X x \Leftrightarrow \mu_X(x) \in [\alpha, \beta] \quad \text{and} \quad \mu_X(y) \notin (\alpha, \beta),$$



gdzie  $y, x \in U$  a param.  $\alpha, \beta$  spełn.  $-\delta \leq \alpha \leq \beta \leq 1 + \delta$ ,  $\delta \in \mathbb{R}_+$ .



Dla obiektu referencyjnego  $x \in U$  oraz  $\alpha \leq \mu_X(x) \leq \beta$ , definiuje się zbiór obiektów  $\alpha, \beta$ -bliskich referentowi  $x$ :

$$S(\underset{\sim}{\sim}_{\alpha, \beta}^X, x) = \{y \in U : y \underset{\sim}{\sim}_{\alpha, \beta}^X x\}.$$

Dla obiektu referencyjnego  $x \in U$  oraz  $\alpha < \mu_X(x) < \beta$ , definiuje się zbiór obiektów  $\alpha, \beta$ -oddalonych od referenta  $x$ :

$$S(\underset{\sim}{\sim}_{\alpha, \beta}^X, x) = \{y \in U : y \underset{\sim}{\sim}_{\alpha, \beta}^X x\}.$$

Zbiory  $S(\underset{\sim}{\sim}_{\alpha, \beta}^X, x)$  i  $S(\underset{\sim}{\sim}_{\alpha, \beta}^X, x)$  przybliża się za pomocą stożków dominacji w przestrzeni podobieństwa.

**Dolne przybliżenie** zbioru obiektów  $\alpha, \beta$ -bliskich/oddalonych względem referenta  $x$ :

$$\underline{S(\underline{\zeta}_{\alpha, \beta}^X, x)} = \{y \in U : D_x^+(y) \subseteq S(\underline{\zeta}_{\alpha, \beta}^X, x)\},$$

$$\underline{S(\underline{\zeta}_{\alpha, \beta}^X, x)} = \{y \in U : D_x^-(y) \subseteq S(\underline{\zeta}_{\alpha, \beta}^X, x)\}.$$

**Górne przybliżenie** zbioru obiektów  $\alpha, \beta$ -bliskich/oddalonych względem referenta  $x$ :

$$\overline{S(\underline{\zeta}_{\alpha, \beta}^X, x)} = \{y \in U : D_x^-(y) \cap S(\underline{\zeta}_{\alpha, \beta}^X, x) \neq \emptyset\},$$

$$\overline{S(\underline{\zeta}_{\alpha, \beta}^X, x)} = \{y \in U : D_x^+(y) \cap S(\underline{\zeta}_{\alpha, \beta}^X, x) \neq \emptyset\}.$$

Dolne (lub górne) przybliżenia zbiorów  $S(\underset{\sim}{\approx}_{\alpha,\beta}^X, x)$ ,  $S(\overset{\sim}{\approx}_{\alpha,\beta}^X, x)$  są podstawą do indukcji pewnych (lub możliwych) reguł decyzyjnych.

Rozważa się dwa typy reguł decyzyjnych:

(1) reguły “at least”:

“if  $\sigma_{f_{i1}}(y, x) \geq h_{i1}$  and ... and  $\sigma_{f_{ip}}(y, x) \geq h_{ip}$ , then certainly (or possibly)  $\mu_X(y) \in [\alpha, \beta]$ ”,

(2) reguły “at most”:

“if  $\sigma_{f_{i1}}(y, x) \leq h_{i1}$  and ... and  $\sigma_{f_{ip}}(y, x) \leq h_{ip}$ , then certainly (or possibly)  $\mu_X(y) \notin (\alpha, \beta)$ ”,

gdzie  $\{f_{i1}, \dots, f_{ip}\} \subseteq F$ , progi  $h_{i1}, \dots, h_{ip} \in [0, 1]$ , a parametry  $\alpha, \beta$  spełniają  $0 \leq \alpha \leq \beta \leq 1$  dla reguł “at least” oraz  $-\delta \leq \alpha < \beta \leq 1 + \delta$  dla reguł “at most”, przy  $\delta \in \mathbb{R}_+$ .

Reguły mają postać zgodną z przyjętą zależnością monotoniczną.

## Przykładowa reguła decyzyjna

“jeżeli podobieństwo pacjenta  $y$  do pacjenta referencyjnego  $x$  na cesze *temperatura* jest  $\geq 0,8$   
oraz podobieństwo  $y$  do  $x$  na cesze *ból mięśni* jest  $\geq 1$ ,  
to przynależność pacjenta  $y$  do klasy decyzyjnej ***grypa*** zawiera się  
w przedziale  $[0,8; 1]$ ”,

gdzie obiekt referencyjny  $x$  posiada następujące wartości cech:  
*temperatura*=39, *ból mięśni*=tak, *ból głowy*=tak  
i przynależy do klasy *grypa* w stopniu 0,9.

Reguły decyzyjne wykorzystują **jedynie porządkowe własności** funkcji lokalnego podobieństwa i funkcji przynależności do klasy.

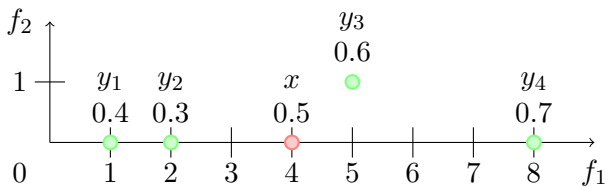
## Klasyfikacja nowego obiektu $z \notin U$

- Zbiór wyindukowanych reguł  $R_X$  służy do określenia stopnia przynależności nowego obiektu  $z \notin U$  do klasy  $X$ .
- Poszczególne reguły pokrywające obiekt  $z$  mogą sugerować różne przedziały stopnia przynależności.
- W celu określenia precyzyjnej wartości stopnia przynależności  $\mu_X(z)$ , stosuje się rozszerzony schemat klasyfikacji regułowej znany z klasyfikacji porządkowej<sup>a</sup>.
- W ten sposób, obiektowi  $z$  można przypisać precyzyjną wartość stopnia przynależności  $\mu_X(z)$ .

---

<sup>a</sup>Błaszczczyński, J., Greco, S., Słowiński, R.: Multi-criteria classification – a new scheme for application of dominance-based decision rules. *European Journal of Operational Research*, 181(3), pp. 1030–1044, 2007

# Przykład ilustracyjny



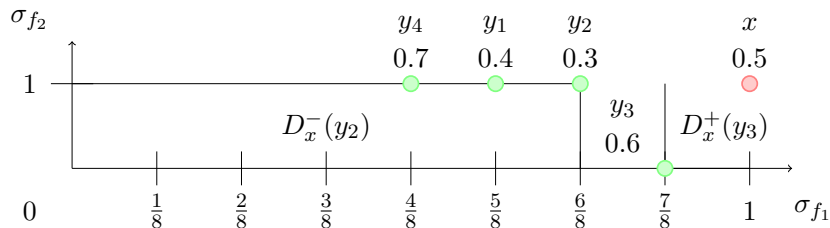
Rysunek: Obiekty treningowe w przestrzeni cech

Liczba pod id obiektu oznacza przynależność tego obiektu do klasy  $X$ . Dla obiektu referencyjnego  $x$  zachodzi  $\mu(x) = 0.5$ .  
 $F = \{f_1, f_2\}$ .

Przyjęta postać funkcji podobieństwa  $\sigma_{f_1}, \sigma_{f_2}$ :

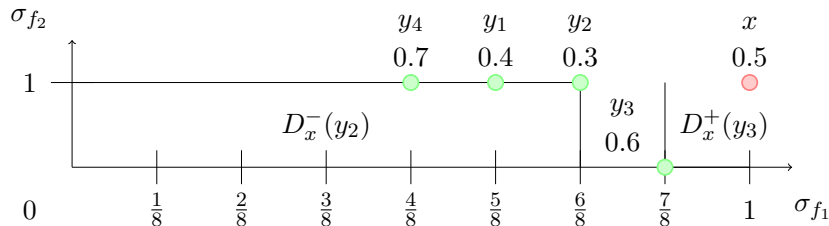
$$\sigma_{f_i}(y, x) = 1 - \frac{|f_i(y) - f_i(x)|}{f_i^{max} - f_i^{min}}, \text{ gdzie } i = 1, 2.$$

# Przykład ilustracyjny



Rysunek: Obiekty treningowe w przestrzeni podobieństwa (do referenta  $x$ ) generowanej przez funkcje  $\sigma_{f_1}$  i  $\sigma_{f_2}$





$x$ -pozytywne/negatywne stożki dominacji w przestrz. podobieństwa

$$D_x^+(y_1) = \{y_1, y_2, x\},$$

$$D_x^-(y_1) = \{y_1, y_4\},$$

$$D_x^+(y_2) = \{y_2, x\},$$

$$D_x^-(y_2) = \{y_1, y_2, y_4\},$$

$$D_x^+(x) = \{x\},$$

$$D_x^-(x) = \{y_1, y_2, x, y_3, y_4\},$$

$$D_x^+(y_3) = \{y_3, x\},$$

$$D_x^-(y_3) = \{y_3\},$$

$$D_x^+(y_4) = \{y_1, y_2, x, y_4\},$$

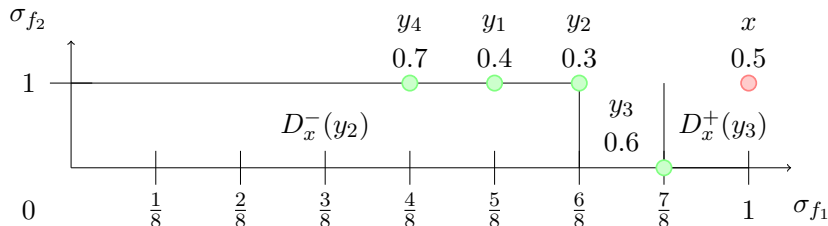
$$D_x^-(y_4) = \{y_4\}.$$

Zbiory obiektów  $\alpha, \beta$ -bliskich/oddalonych względem  $x$ , dla  $\alpha \in \{0.3, 0.4, 0.5\}$  i  $\beta \in \{0.5, 0.6, 0.7\}$

$S(\underset{\sim}{\succ}_{\alpha, \beta}^X, x)$	$\beta = 0.5$	$\beta = 0.6$	$\beta = 0.7$
$\alpha = 0.3$	$\{y_1, y_2, x\}$	$\{y_1, y_2, x, y_3\}$	$U$
$\alpha = 0.4$	$\{y_1, x\}$	$\{y_1, x, y_3\}$	$\{y_1, x, y_3, y_4\}$
$\alpha = 0.5$	$\{x\}$	$\{x, y_3\}$	$\{x, y_3, y_4\}$
$S(\underset{\sim}{\prec}_{\alpha, \beta}^X, x)$	$\beta = 0.5$	$\beta = 0.6$	$\beta = 0.7$
$\alpha = 0.3$	–	$\{y_2, y_3, y_4\}$	$\{y_2, y_4\}$
$\alpha = 0.4$	$U$	$\{y_1, y_2, y_3, y_4\}$	$\{y_1, y_2, y_4\}$
$\alpha = 0.5$	–	–	–

W celu wyznaczenia powyższych zbiorów, konieczne jest wzięcie pod uwagę jedynie wartości funkcji przynależności  $\mu_X(\cdot)$ .

# Przykład ilustracyjny



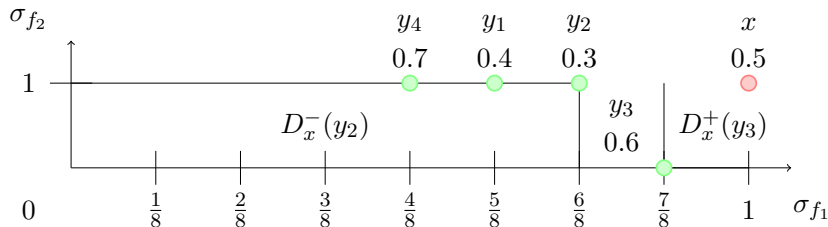
Obiekty  $y_1, y_4 \in S(\underset{\sim}{\succ}_{0.4,0.7}^X, x)$  są **niespójne** ponieważ są one  $x$ -dominowane przez obiekt  $y_2$  i  $y_2 \notin S(\underset{\sim}{\succ}_{0.4,0.7}^X, x)$ .

Obiekt  $y_2 \in S(\underset{\sim}{\succ}_{0.3,0.7}^X, x)$  jest **niespójny** ponieważ  $x$ -dominuje on obiekt  $y_1$  i  $y_1 \notin S(\underset{\sim}{\succ}_{0.3,0.7}^X, x)$ .

# Przykład ilustracyjny

Dolne/górne przybliżenia zbiorów  $S(\underset{\sim}{\succ}_{\alpha,\beta}^X, x)$  i  $S(\underset{\sim}{\prec}_{\alpha,\beta}^X, x)$

$S(\underset{\sim}{\succ}_{\alpha,\beta}^X, x)$	$\beta = 0.5$	$\beta = 0.6$	$\beta = 0.7$
$\alpha = 0.3$	$\{y_1, y_2, x\}$	$\{y_1, y_2, x, y_3\}$	$U$
$\alpha = 0.4$	$\{x\}$	$\{x, y_3\}$	$\{x, y_3\}$
$\alpha = 0.5$	$\{x\}$	$\{x, y_3\}$	$\{x, y_3\}$
$S(\underset{\sim}{\prec}_{\alpha,\beta}^X, x)$	$\beta = 0.5$	$\beta = 0.6$	$\beta = 0.7$
$\alpha = 0.3$	$\{y_1, y_2, x\}$	$\{y_1, y_2, x, y_3\}$	$U$
$\alpha = 0.4$	$\{y_1, y_2, x\}$	$\{y_1, y_2, x, y_3\}$	$U$
$\alpha = 0.5$	$\{x\}$	$\{x, y_3\}$	$U$
$S(\underset{\sim}{\succ}_{\alpha,\beta}^X, x)$	$\beta = 0.5$	$\beta = 0.6$	$\beta = 0.7$
$\alpha = 0.3$	–	$\{y_3, y_4\}$	$\{y_4\}$
$\alpha = 0.4$	–	$\{y_1, y_2, y_3, y_4\}$	$\{y_1, y_2, y_4\}$
$\alpha = 0.5$	–	–	–
$S(\underset{\sim}{\prec}_{\alpha,\beta}^X, x)$	$\beta = 0.5$	$\beta = 0.6$	$\beta = 0.7$
$\alpha = 0.3$	–	$\{y_1, y_2, y_3, y_4\}$	$\{y_1, y_2, y_4\}$
$\alpha = 0.4$	–	$\{y_1, y_2, y_3, y_4\}$	$\{y_1, y_2, y_4\}$
$\alpha = 0.5$	–	–	–



Przykładowa **pewna reguła** “at least”, dla zbioru  $S(\succsim_{0.3,0.5}^X, x)$ :

“if  $\sigma_{f_1}(y, x) \geq \frac{5}{8}$  and  $\sigma_{f_2}(y, x) \geq 1$ , then certainly  $\mu(y) \in [0.3, 0.5]$ ”.

Przykładowa **możliwa reguła** “at most”, dla zbioru  $S(\succsim_{0.3,0.7}^X, x)$ :

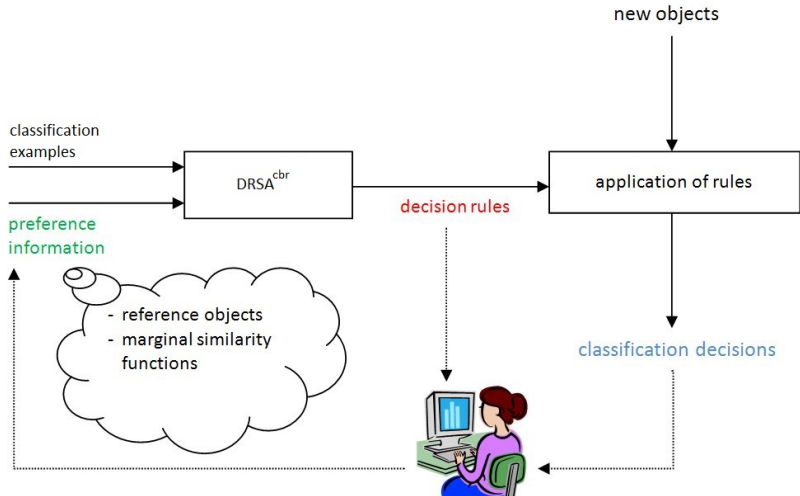
“if  $\sigma_{f_1}(y, x) \leq \frac{6}{8}$ , then possibly  $\mu(y) \notin (0.3, 0.7)$ ”.

# Podsumowanie

## Główne zalety metody klasyfikacji obiektów DRSA<sup>cbr</sup>:

- brak arbitralnej agregacji podobieństw obiektów na poszczególnych cechach w podobieństwo globalne;
- modelem podobieństwa jest zbiór reguł decyzyjnych wyindukowanych z przykładów klasyfikacji;
- możliwość uwzględnienia na wejściu klasyfikacji rozmytej, w której każdy obiekt częściowo należy do każdej z klas;
- wykorzystanie jedynie porządkowych własności funkcji lokalnego podobieństwa i funkcji przynależności do klas (⇒ niezmienniczość ze względu na porządkowo-równoważne funkcje podobieństwa);
- modelowanie zależności monotonicznej “im bardziej obiekt  $y$  jest podobny do obiektu  $x$  na rozważanych cechach, tym bardziej podobne są ich stopnie przynależności do klasy  $X$ ”.

# Metoda klasyfikacji na podstawie podobieństwa – DRSA<sup>cbr</sup>





- David W. Aha, Kibler Dennis, and Albert Marc K. Instance-based learning algorithms. *Machine Learning*, 6:37-66, 1991.
- Janet Kolodner. *Case-Based Reasoning*. Morgan Kaufmann, San Mateo, 1993.
- Itzhak Gilboa and David Schmeidler. Case-based decision theory. *The Quarterly Journal of Economics*, 110(3):605-639, August 1995.
- Didier Dubois, Henri Prade, Francesca Esteva, Pere Garcia, Lluís Godo, and Ramon Lopez de Mantaras. Fuzzy set modelling in case-based reasoning. *International Journal of Intelligent Systems*, 13:345-373, 1998.
- Itzhak Gilboa and David Schmeidler. *A Theory of Case-Based Decisions*. Number 9780521003117 in Cambridge Books. Cambridge University Press, February 2001.
- Axel E. Bernal, Karen Hospevian, Tayfun Karadeniz, and Jean-Louis Lassez. Similarity based classification. In M.R. Berthold et al., editors, *IDA 2003*, vol. 2810, LNCS, pp. 187-197, Berlin, 2003. Springer.
- Yihua Chen, Eric K. Garcia, and Maya R. Gupta. Similarity-based classification: Concepts and algorithms. *Journal of Machine Learning Research*, 10:747-776, 2009.
- M. Szeląg, *Application of the Dominance-based Rough Set Approach to Ranking and Similarity-based Classification Problems*, Ph.D. thesis, Poznań University of Technology, 2015
- M. Szeląg, S. Greco, R. Słowiński, *Similarity-Based Classification with Dominance-Based Decision Rules*. [In]: V. Flores et al. (Eds.): *Rough Sets, International Joint Conference, IJCRS 2016*, Santiago de Chile, Chile, October 7-11, 2016, Proceedings. LNAI, vol. 9920, Springer, 2016, pp. 355-364.