

Zadanie 1: Algorytmy sortowania

Część programistyczna

Należy zaimplementować algorytmy sortowania ciągu liczb naturalnych w porządku malejącym:

1. Shell Sort z algorytmem bazowym Insertion Sort oraz przyrostami Knutha,
2. Merge Sort,
3. Heap Sort,
4. Quick Sort rekurencyjny z pivotem, którym jest pierwszy element ciągu,
5. Quick Sort iteracyjny z pivotem, którym jest pierwszy element ciągu.

Dane wejściowe:

1. program powinien umożliwiać wczytanie z klawiatury n -elementowego ciągu liczb naturalnych (dla $n \leq 12$ – tryb demonstracyjny)
2. generowanie danych testowych przy użyciu wbudowanego generatora.

Dane wyjściowe: dla każdego uruchomienia algorytmu program powinien podawać

1. czas sortowania,
2. liczbę operacji porównań i zamian elementów (dla Merge Sort zliczamy tylko porównania),
3. dodatkowo w trybie demonstracyjnym (dla niewielkich ciągów), program powinien wyświetlać:
 - ciąg wejściowy i wyjściowy,
 - dla Quick sort – wartość pivota w każdej iteracji,
 - dla Merge sort – liczbę scaleń podzbiorów,
 - dla Shell sort – wartość przyrostu w kolejnych iteracjach.

Część eksperymentalna

Generowanie danych: dla każdego rozmiaru n należy wygenerować po 10 niezależnych ciągów liczb naturalnych dla każdej z następujących postaci danych: losowe, rosnące, malejące, A-kształtne (najpierw rosnące, następnie malejące) i V-kształtne (najpierw malejące, następnie rosnące). Przykład ciągu A-kształtnego: 1,3,5,7,8,6,4,2. Przykład ciągu V-kształtnego: 8,6,4,2,1,3,5,7,9.

Dwa niezależne eksperymenty:

1. Eksperyment 1 – wzrost liniowy. Należy wybrać 10–15 różnych wartości n rosnących liniowo, np.: 1000, 2000, 3000, 4000, ... Zakres należy dobrać tak, aby możliwe było zaobserwowanie wzrostu czasu obliczeń wraz ze wzrostem n , a jednocześnie aby można wykonać wszystkie pomiary w rozsądnym czasie.
2. Eksperyment 2 – wzrost wykładniczy. Należy wybrać 10–15 wartości n rosnących wykładniczo, np.: 1000, 2000, 4000, 8000, 16000, 32000, ... lub 10^3 , 10^4 , 10^5 , 10^6 , ... Zakres należy dobrać tak, aby możliwe było zaobserwowanie charakteru wzrostu złożoności algorytmów, by różnice między algorytmami stały się wyraźne dla dużych danych, oraz aby eksperyment był możliwy do wykonania w rozsądnym czasie.

Procedura pomiarowa (dla obu eksperymentów): dla każdego algorytmu, typu danych oraz rozmiaru n , należy wygenerować 10 różnych ciągów i zmierzyć czas działania algorytmu. Następnie należy obliczyć średni czas sortowania (punkt na wykresie) oraz odchylenie standardowe. Każdy punkt pomiarowy musi być średnią z 10 uruchomień algorytmu. Wszystkie czasy należy zapisać w tabelach wyników.

Sprawozdanie

Sprawozdanie powinno zawierać:

1. Wykresy zależności czasu od liczby elementów według algorytmu. Należy przygotować $2N$ wykresów (N to liczba algorytmów sortowania) funkcji $t=f(n)$ pokazującej zależność średniego czasu obliczeń t (oś Y) od liczby n elementów ciągu (oś X). Na wykresie należy zaznaczyć odchylenie standardowe (np. w postaci słupków błędów). Wykresy należy przygotować oddzielnie dla eksperymentu 1 (wzrost liniowy) i eksperymentu 2 (wzrost wykładniczy). Na każdym wykresie należy przedstawić K krzywych – po jednej dla każdego typu danych wejściowych. Celem jest pokazanie wpływu rodzaju danych na działanie danego algorytmu, porównanie kształtu wykresu dla wzrostu liniowego i wykładniczego, oraz analiza wpływu sposobu skalowania danych na czytelność różnic między algorytmami.
2. Wykresy zależności czasu od liczby elementów według rodzaju danych. Należy przygotować $2K$ wykresów (K to liczba typów danych wejściowych) funkcji $t=f(n)$ zależności średniego czasu obliczeń t (oś Y) od liczby n elementów ciągu (oś X). Na wykresie należy zaznaczyć odchylenie standardowe (np. w postaci słupków błędów). Wykresy należy przygotować oddzielnie dla eksperymentu 1 (wzrost liniowy) i eksperymentu 2 (wzrost wykładniczy). Na każdym wykresie należy przedstawić N krzywych – po jednej dla każdego algorytmu sortującego. Celem jest porównanie efektywności algorytmów dla konkretnej postaci danych, jak również porównanie algorytmów przy szybkim wzroście rozmiaru danych, ocena, w którym eksperymencie różnice między algorytmami są bardziej widoczne, analiza, czy wzrost wykładniczy lepiej ujawnia charakter złożoności asymptotycznej.
3. Analizę porównawczą obu eksperymentów. Należy przeprowadzić bezpośrednie porównanie wyników uzyskanych w eksperymencie 1 i 2 oraz odpowiedzieć na pytania:
 - W którym eksperymencie łatwiej zaobserwować różnice między algorytmami?
 - Jak zmienia się kształt wykresów przy wzroście wykładniczym?
 - Czy wzrost wykładniczy lepiej ujawnia charakter złożoności obliczeniowej?
 - Czy dla małych wartości n różnice między algorytmami są istotne?
 - Jak zmienia się odchylenie standardowe wraz ze wzrostem n ?
4. Analizę złożoności obliczeniowej. Dla każdego algorytmu należy podać złożoność w przypadku optymistycznym, średnim i pesymistycznym. Wyjaśnić związek między złożonością teoretyczną, liczbą wykonanych operacji i zaobserwowanym czasem działania. Odpowiedzieć na pytania: Czy wyniki eksperymentalne potwierdzają analizę teoretyczną? W jakich przypadkach występują odchylenia oraz z czego mogą wynikać? Z czego mogą wynikać różnice między teorią a pomiarem?
5. Wnioski końcowe. W podsumowaniu należy wskazać algorytm najbardziej efektywny w praktyce, określić algorytm najbardziej wrażliwy na postać danych wejściowych, porównać Quick sort rekurencyjny i iteracyjny, ocenić wpływ wyboru pivota na wyniki, wskazać, który sposób skalowania danych (liniowy czy wykładniczy) lepiej pokazuje rzeczywiste różnice między algorytmami.