



Rzeczpospolita
Polska

Unia Europejska
Europejski Fundusz
Rozwoju Regionalnego



„Akademia Innowacyjnych Zastosowań Technologii Cyfrowych (AI Tech)”, projekt finansowany ze środków Programu Operacyjnego Polska Cyfrowa POPC.03.02.00-00-0001/20

Teoria Gier I

1 Teoria Gier

Teoria Gier polega na badaniu interakcji pomiędzy decydentami, w których indywidualne decyzje mogą ostatecznie wpłynąć na wszystkie zaangażowane osoby.

2 Gra - definicja i rodzaje gier

Gra może być zdefiniowana jako opis strategicznych interakcji pomiędzy **graczami**, wraz z akcjami możliwymi do podjęcia, jak i osobistymi preferencjami gracza. I chociaż mówimy tu o graczach, w rzeczywistości niekoniecznie musi być on reprezentowany przez pojedynczą osobę, ale grupę ludzi, firmę, organizację etc. W rzeczywistych przypadkach najczęściej mamy do czynienia z więcej niż dwoma graczami.

Macierz wypłat jest reprezentacją gry przedstawiającą możliwe zyski (lub koszty) osiągnięte przez każdego z graczy w wyniku podjęcia każdej z możliwych akcji, wyrażane w pewnych jednostkach użyteczności.

Przykład I

Ala i Marek chcą spędzić razem trochę czasu. Ona jest osobą raczej spokojną, domatorka lubiącą oglądać filmy, podczas gdy Marek uwielbia spędzać czas poza domem i imprezy. Spędzanie czasu razem, w sposób, który lubią najbardziej, daje 5 jednostek użyteczności (szczęścia), natomiast bycie razem w miejscu, za którym nie przepadają, otrzymuje 3 jednostki użyteczności. Jednakże mogą spędzać również czas osobno: jeżeli będą spędzali go w preferowany sposób, wówczas taka akcja

będzie otrzymywała 2 jednostki użyteczności, natomiast samotne spędzanie czasu w sposób, którego nie lubią, jest oceniony na 0. Cała opisana sytuacja, w której Ala i Marek to gracze a sposób spędzania czasu przez nich w domu lub na imprezie to możliwe akcje może być zaprezentowany w postaci macierzy wypłat wraz z jednostkami użyteczności przypisanymi do każdej akcji, zgodnie z preferencjami naszych graczy.

Marek / Ala	Dom	Impreza
Dom	3/5	0/0
Impreza	2/2	5/3

Strategią nazywamy zbiór akcji wybieranych przez gracza. **Strategia mieszana** zakłada, że gracze wybierają poszczególne akcje z pewnym rozkładem prawdopodobieństwa. **Strategią czystą** nazywamy sytuację, gdzie jedna z akcji jest wybierana z prawdopodobieństwem równym 1.

Strategia dominująca jest strategią, która jest niegorsza niż inna strategia istniejąca w rozważanym problemie. Jeżeli strategia jest **zdominowana** oznacza to, że jest gorsza niż co najmniej jedna strategia w grze i nie opłaca się jej nigdy wybierać - zawsze będzie istniała strategia dająca większy zysk.

Zadanie I

Czy w poniższej macierzy wypłat istnieje strategia zdominowana przez inną?

	1	2	3
A	1/3	0/1	0/2
B	5/0	3/1	4/2
C	3/1	1/2	2/3

Gry symetryczne i asymetryczne

Gra symetryczna jest permutacją czystych strategii i jest reprezentowana w postaci symetrycznej macierzy wypłat.

Przykład II

Załóżmy, że Ala i Marek pokłócili się i nie chcą w żadnym wypadku spędzać czasu razem i przebywać w tym samym miejscu. Wówczas całkowicie zmienią nam się wartości w macierzy wypłat. Wszystkie akcje, w których mieliby spędzać czas razem, otrzymają 0. Jeżeli samotnie będą spędzać czas w miejscu, które lubią

to wypłata wyniesie 5, natomiast samotny czas w mniej preferowanym miejscu uzyska 2 jednostki użyteczności. Opisane jednostki użyteczności otrzymywane w wyniku podjęcia każdej z akcji można również zobrazować w macierzy wypłat w postaci tabeli.

Marek / Ala	Dom	Impreza
Dom	0/0	5/2
Impreza	2/5	0/0

Gry ze współpracą i bez współpracy

Gry ze współpracą czy też kooperacyjne (ang. cooperative games) zakładają, że gracze mogą się ze sobą konsultować i współpracować aby globalnie osiągnąć jak najlepszy wynik. Analogicznie, w grach bez współpracy czy też inaczej mówiąc niekooperacyjnych, gracze nie chcą bądź nie mogą ze sobą współpracować. W takim przypadku niezwykle istotne jest, aby jak najtrafniej przewidzieć ruchy przeciwnika / pozostałych graczy.

Przykład III

Idealnym przykładem gry bez współpracy jest dylemat więźnia.

Dwóch członków gangu zostaje aresztowanych i osadzonych w więzieniu. Każdy więzień przebywa w odosobnieniu, bez możliwości porozumiewania się z drugim. Prokuratorzy nie mają wystarczająco dowodów, aby skazać więźniów w związku z poważniejszymi przestępstwami, ale wystarczająco, aby każdy z nich został oskarżony i skazany za mniejsze przestępstwa. Jednocześnie prokuratorzy proponują każdemu z więźniów możliwość pójścia na współpracę. Pełna oferta wygląda następująco:

Jeżeli Miecio i Zdzisio zdradzą siebie nawzajem, każdy z nich spędzi w więzieniu dwa lata. Jeżeli Miecio zdradza Zdzisia, a Zdzisio będzie milczał, wówczas Mieciu wyjdzie na wolność, a Zdzisio spędzi w więzieniu 3 lata (i odwrotnie). Jeżeli obaj postanowią milczeć, każdy z nich spędzi w więzieniu rok za mniejsze przestępstwa.

Mieciu/Zdzisio	Zdzisio milczy	Zdzisio zdradza
Miecio milczy	-1/-1	-3/0
Miecio zdradza	0/-3	-2/-2

Gra o sumie zerowej

Grą o sumie zerowej nazywamy grę, w której zysk jednego gracza oznacza stratę drugiego. Nie ma możliwości dodać żadnych zewnętrznych źródeł, np. pieniędzy. Ten typ gry jest też niekooperacyjny, czyli żadnemu z graczy nie opłaca się współpracować z innymi.

	1	2
A	-1/1	4/-4
B	2/-2	-3/3

Gry symultaniczne i sekwencyjne

Gry możemy rozróżnić również ze względu na ich rozegraną liczbę. Gry symultaniczne (ang. simultaneous games) oznaczają, że każda gra jest traktowana indywidualnie, natomiast w sekwencyjnych grach pojedyncze gry są ze sobą powiązane, a decyzję dotyczącą aktualnej gry można podejmować bazując na wynikach poprzednich gier i zachowaniach (akcjach) pozostałych graczy w przeszłości.

Pytanie

Gra w papier-kamień-nożyce jest grą symultaniczną czy sekwencyjną? Grając z kimś kilka razy w papier-kamień-nożyce nadal potraktujesz grę jako ten sam typ co poprzednio?

W przypadku gier sekwencyjnych trudno jest je zwizualizować w postaci macierzy wypłat. Najczęściej wykorzystywanym wówczas sposobem jest wizualizacja w postaci drzewa.

Zadanie II

Ala i Marek chcieliby razem wyjść, jednak są nieco zapracowani i zmienili trochę sposób podejmowania decyzji. Najpierw Marek wybiera spośród dostępnych opcji: dyskoteka, kino, teatr, a następnie Ala decyduje czy wybrana przez Marka opcja jej pasuje i czy zdecyduje się z nim spotkać, czy nie. Spróbuj naszkicować przedstawioną sytuację.

Zazwyczaj w rozgrywanych grach zakładamy, że mamy do czynienia z racjonalnymi graczami. Czy to oznacza, że zawsze możemy przewidzieć ich ruchy? Czy strategia dominująca jest zawsze najlepszym wyborem?

Nadracjonalność zakłada, że przeciwnik ma ten sam sposób myślenia, co my i chce osiągnąć jak najlepsze wyniki, stąd gracz próbuje wybrać strategię, która będzie najbardziej opłacalna przy założeniu racjonalności pozostałych graczy.

3 Gry bayesowskie

Gry bayesowskie są typem gry, gdzie przynajmniej jeden z graczy ma niepełną informację o innych graczach, ich strategiach czy możliwych wypłatach. Gracze mogą jednak robić pewne założenia odnośnie rozkładu prawdopodobieństwa pewnych akcji czy wypłat.

Przykład IV

Jesteśmy na Dzikim Zachodzie. Szeryf spotyka uzbrojonego podejrzanego. Szeryf może mieć tylko podejrzenia czy osoba, którą spotkał to groźny przestępca czy cywil na przejażdżce. Podobnie, druga osoba nie wie kim jest ten, który się zbliża. Niezależnie od natury danej osoby, każdy z nich może być niebezpieczny dla drugiego. Jakie są możliwości każdej z osób? Jak można opisać tę grę? Czy pojedyncza macierz wypłat jest wystarczająca do opisu tej sytuacji?

Przykładem gry bayesowskiej są gry sygnałowe, w których jedna strona ma pełną informację, natomiast druga posiadana niepełne informacje. Jedynym sposobem na przewidywanie i zdobywanie informacji o przeciwniku jest analiza jego ruchów (sygnałów).

Przykład V

Idealnym przykładem gry sygnałowej jest bycie szefem i poszukiwania idealnego kandydata lub kandydatki, który mógłby dla nas pracować. Wiemy, że większość z nich (ok. 90 %) nie posiada wystarczających umiejętności, a jedynie 10 % jest w pełni wykwalifikowanych do danej pracy. Rozmowa kwalifikacyjna z każdym z kandydatów polega na rozmowie z nimi i uzyskiwaniu odpowiedzi (sygnałów) pozwalających na zdecydowanie czy kandydat lub kandydatka posiadają odpowiednie kwalifikacje do pracy.

4 Zadanie domowe

Omawiany wcześniej dylemat więźnia możemy rozważać również jako grę sekwencyjną. Zastanów się, czy podejmowanie decyzji wygląda wówczas tak samo jak w przypadku pojedynczej gry?

Twoim zadaniem jest napisanie krótkiego programu, który będzie implementował strategię więźnia, która pozwoli na uzyskanie jak najlepszego wyniku. Pomyśl o możliwych sytuacjach:

- nie mamy informacji ile jest możliwych iteracji,
- z góry znamy liczbę iteracji,
- jest nieskończona liczba iteracji.

Spróbuj znaleźć rozwiązanie dla każdej z opcji. Czy jest możliwość znalezienia najlepszej strategii, która zadziała w każdej z tych sytuacji jednocześnie?

Opisane zadanie jest do wykonania w parach do kolejnych zajęć. Przygotowane przez Was programy, napisane w Pythonie, będą stanowiły bazę do większego projektu, który zostanie omówiony na kolejnych zajęciach.



Rzeczpospolita
Polska

Unia Europejska
Europejski Fundusz
Rozwoju Regionalnego



„Akademia Innowacyjnych Zastosowań Technologii Cyfrowych (AI Tech)”, projekt finansowany ze środków Programu Operacyjnego Polska Cyfrowa POPC.03.02.00-00-0001/20