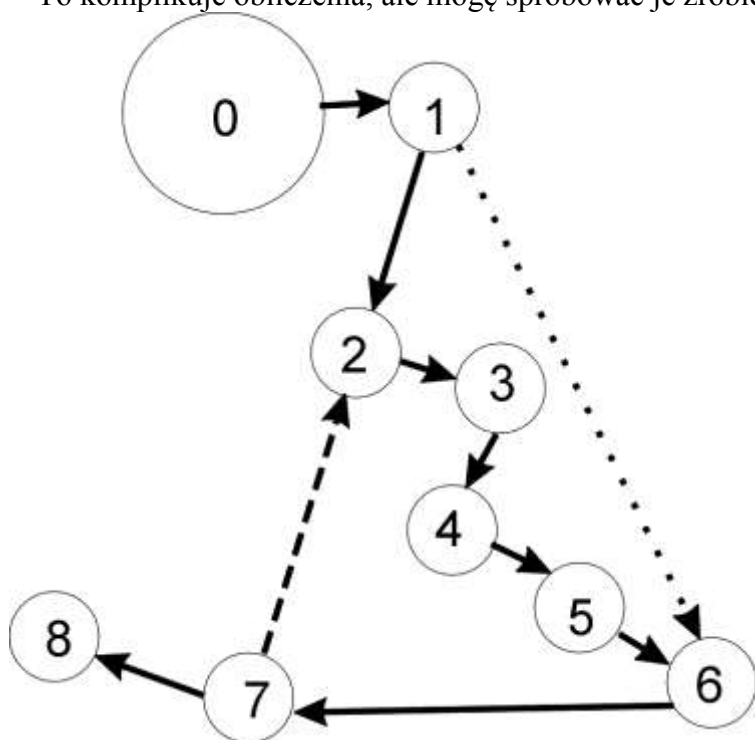


Prognozowanie rozgrywki grą planszową

- Cześć Anka! Co ty tam gryzmolisz?
- Witaj dowcipasku. A ja po prostu projektuję grę planszową dla uczniów podstawówki. Nawet nie masz pojęcia Marku, jak są ciekawe przygód, które im, co tydzień w ten sposób zapewniam.
- Rozumiem, że pomagasz mamie nauczycielce, ale dlaczego poświęcasz temu tyle pracy, a efekt plastyczny jest jednak znacznie słabszy niż gier z drukarni, których tyle jest na rynku?
- Mama ma swój autorski program nauczania i chce żeby dzieci poznawały określone słowa, zwroty, sytuacje i żeby to było wplecione w zabawę. Nie ma takich gier na rynku.
- A czy te dzieci dają radę nauczyć się co tydzień nowej gry?
- Dostają szczegółową instrukcję, a gra jest typową grą z kostką i jednym pionkiem dla każdego gracza. Ale mam z nią inny problem. Okazuje się bowiem, że czas rozgrywki jest dla niektórych moich plansz zbyt długi przekraczając te czterdzieści minut, a dla innych zbyt krótki i dzieci są zawiedzione. Może ty jako matematyk mógłbyś mi pomóc tak projektować grę by trwała pomiędzy pół godziny a czterdzieści minut?
- Na to nie ma gotowego wzoru, a poza tym wiele zależy od tego jak szybko sobie podają kostkę, rzucają i dodatkowo dyskutują. Ale jak widzę u ciebie pola są ponumerowane od 0 do pewnej liczby n , więc pewnie dużo zależy jaka to liczba. Można tu podać następujący wzór na średnią liczbę rzutów jakie musi wykonać jeden gracz by przejść od początku do końca: $n/3,5$.
- To jest oczywiste, że im więcej pól tym gra dłużej trwa, ale miałam już kilka przypadków gier o równej liczbie pól i zupełnie różnych czasach rozgrywek dla nich.
- Ach widzę, że jeszcze masz wiele pól z nagrodami i karami.
- Zatrzymanie się na takim polu po rzucie kostką powoduje, że gracz jest zmuszony do przejścia na zupełnie inne pole planszy przez odliczenie pól kary lub nagrody.
- To komplikuje obliczenia, ale mogę spróbować je zrobić dla tej twojej planszy.



Wychodząc z pola zero prawdopodobieństwo zatrzymania się w jednym rzucie na polach od 1 do 6 wynosi po $1/6$. Zrobmy więc tabelkę:

Pole	0	1	2	3	4	5	6	7	8
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Rzut 1	0	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	0	0
--------	---	-----	-----	-----	-----	-----	-----	---	---

Teraz możemy doliczyć prawdopodobieństwo z pola 1 do pola 6, bo tam zostanie automatycznie przeniesiony pionek jak zatrzyma się na polu 1..

Pole	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Rzut 1	0	0	1/6	1/6	1/6	1/6	2/6	0	0

W kolejnym rzucie prawdopodobieństwa znowu się podzielią przez 6, a że rzuty będą następowały z pól 2,3,4,5,6 to będzie to tak wyglądało. Nie będzie rzutu z 1, bo tu pionek przeniesie się na 6 i z 6 będzie do podzielenia większe prawdopodobieństwo:

Pole	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Rzut 2	0	0	0	1/36	1/36 +1/36	1/36 +1/36 +1/36	1/36 +1/36 +1/36 +1/36	1/36 +1/36 +1/36 +1/36 +2/36	1/36 +2/36 +3/36 +4/36 +10/36

- A z 7 prawdopodobieństwo przeniesie się na 2.

Pole	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Rzut 2	0	0	1/36 +1/36 +1/36 +1/36 +2/36	1/36	1/36 +1/36	1/36 +1/36 +1/36	1/36 +1/36 +1/36 +1/36 +1/36	0	1/36 +2/36 +3/36 +4/36 +10/36

- I teraz znowu to prawdopodobieństwo powróciło na początkowe pola i trzeba będzie liczyć od nowa. Daj mi trochę czasu to ci to wszystko ze spokojem powyliczam.

- Ale ładna tabelka. Tylko gdzie ja tu znajdę ile potrwa ta gra?

Rzut/Pole	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.0000	0.0000	0.1667	0.1667	0.1667	0.1667	0.3333	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	0.1667	0.0278	0.0556	0.0833	0.1111	0.0000	0.5556
3	0.0000	0.0000	0.0741	0.0278	0.0324	0.0417	0.0556	0.0000	0.2130
4	0.0000	0.0000	0.0386	0.0123	0.0170	0.0224	0.0293	0.0000	0.1119
5	0.0000	0.0000	0.0199	0.0064	0.0085	0.0113	0.0150	0.0000	0.0584
6	0.0000	0.0000	0.0102	0.0033	0.0044	0.0058	0.0077	0.0000	0.0298
7	0.0000	0.0000	0.0052	0.0017	0.0023	0.0030	0.0040	0.0000	0.0153
8	0.0000	0.0000	0.0027	0.0009	0.0012	0.0015	0.0020	0.0000	0.0079
9	0.0000	0.0000	0.0012	0.0004	0.0004	0.0006	0.0009	0.0000	0.0037
10	0.0000	0.0000	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0000	0.0002
11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

- Teraz wystarczy, że elementy ostatniej kolumny czyli prawdopodobieństwa dotarcia do ostatniego pola przemnożymy przez liczbę rzutów, liczbę osób uczestniczących w grze i czas na wykonanie pojedynczego rzutu, a wyjdzie nam średni czas trwania gry. Tutaj wyjdzie 14.4 minuty po przyjęciu, że uczestniczy sześciu graczy rzucających co pięćdziesiąt sekund.

- To trochę mało.

- No to wystarczy, że zwiększysz liczę pól i dodasz trochę więcej kar. Ale ja już mam dosyć tego liczenia na piechotę, wolę ci napisać program, który to będzie sam robił.

```
program GRA;
const
n=50;
m=80;
eps=0.001;
var
Los: array[0..n]of array[0..m]of extended;
Uklad: array[0..n]of integer;
z:boolean;
nn,p,r:integer;

function Rzut(P,R:integer):boolean;
var i,j:integer;
begin
  if Los[P,R]>eps
  then begin
    for i:=P+1 to P+6 do begin
      if i>nn
      then j:=nn
      else j:=i;
      Los[j,R+1]:=Los[j,R+1]+Los[P,R]/6;
      if Uklad[j]<>0
      then begin
        Los[j+Uklad[j],R+1]:= Los[j+Uklad[j],R+1]+Los[P,R]/6;
        Los[j,R+1]:=0;
      end;
    end;
    Rzut:=true;
  end
  else Rzut:=false;
end;

procedure Drukuj;
var i,j,g,k:integer;
s:extended;
begin
  write('Rzut/Pole');
  for j:=0 to nn do
    write(j:3,' ':4);
  writeln;
  for i:=0 to r do begin
    write(i:3,' ':6);
    for j:=0 to nn do
      write(Los[j,i]:0:4,' ');
    writeln;
  end;
  s:=0;
  for i:=0 to r do
    s:=s+Los[nn,i]*i;
  writeln('Podaj liczbe graczy:');
  readln(g);
  writeln('Podaj sredni czas rzutu kostka i ruchu w sekundach:');
  readln(k);
  writeln('Szacowany czas gry:',s*g*k/60:7:1,' minut. ');
  readln;
end;
```

```

procedure Czytaj;
  var p,r,nast:integer;
begin
  for p:=0 to n do
    for r:=0 to m do
      Los[p,r]:=0;
writeln('Podaj ukł^ad pól planszy do gry kostk^y. ');
  nast:=-1;
  while(nast<>0)do begin
    write('Podaj numer pola i przeskok z niego:');
    readln(p,nast);
    Układ[p]:=nast;
  end;
  nn:=p;
end;

begin
  Czytaj;
  r:=0;
  z:=true;
  Los[0,0]:=1;
  while z and (R<m) do begin
    z:= false;
    for p:=0 to nn-1 do
      z:= Rzut(p,r) or z;
    r:=r+1;
  end;
  Drukuj;
end.

```

The screenshot shows the Turbo Pascal IDE window titled 'Turbo PASCAL'. The 'Output' window displays the following text:

```

Podaj ukł^ad pól planszy do gry kostk^y.
Podaj numer pola i przeskok z niego:1 5
Podaj numer pola i przeskok z niego:7 -5
Podaj numer pola i przeskok z niego:8 0
Rzut/Pole  0      1      2      3      4      5      6      7      8
0      1.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000
1      0.0000  0.0000  0.1667  0.1667  0.1667  0.1667  0.3333  0.0000
2      0.0000  0.0000  0.1667  0.0278  0.0556  0.0833  0.1111  0.0000
3      0.0000  0.0000  0.0741  0.0278  0.0324  0.0417  0.0556  0.2130
4      0.0000  0.0000  0.0386  0.0123  0.0170  0.0224  0.0293  0.0000
5      0.0000  0.0000  0.0199  0.0064  0.0085  0.0113  0.0150  0.0000
6      0.0000  0.0000  0.0102  0.0033  0.0044  0.0058  0.0077  0.0000
7      0.0000  0.0000  0.0052  0.0017  0.0023  0.0030  0.0040  0.0000
8      0.0000  0.0000  0.0027  0.0009  0.0012  0.0015  0.0020  0.0000
9      0.0000  0.0000  0.0012  0.0004  0.0004  0.0006  0.0009  0.0000
10     0.0000  0.0000  0.0002  0.0002  0.0002  0.0002  0.0002  0.0000
11     0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000
Podaj liczbe graczy:
6
Podaj sredni czas rzutu kostka i ruchu w sekundach:
50
Szacowany czas gry:  14.4 minut.

```

- Spróbuję więc teraz skorzystać z twojego programu i wpiszę więcej pól:
45 -40
30 -20

20 20

50 0

I tyle co poprzednio graczy i czasu rzutu.

- No widzisz teraz wyszło znacznie więcej niż potrzebujesz, bo aż 80.6 minut. Musisz jeszcze poeksperymentować, a na pewno z łatwością będziesz uzyskiwała oczekiwane wyniki.

Napisał: Andrzej Przemysław Urbański, Politechnika Poznańska