Optymalizacja wymiany bezpośredniej

U zarania dziejów ludzkości wymiana pierwotna była podstawową poza wytwarzaniem formą pozyskiwania dóbr. Było to obarczone licznymi wadami, które w końcu doprowadziły do wynalezienia i umocnienia się pieniądza.

Pomimo wieków rozwoju wymiana nadal znajduje swoje zastosowania. Są to raczej pewne nisze wiążące się z działalnością hobbystyczną, w których zastosowanie pieniądza może okazać się zbyt krępujące. Może tak być w sytuacji gdy chcemy się czegoś pozbyć mając upatrzone inne rzeczy, a nie pieniądze, których pośrednictwo mogłoby utrudniać wymianę i pomniejszać zysk z transakcji.

DEF.1.

Oferty wymiany dane są jako graf dwudzielny z etykietami  , gdzie to zbiór przedmiotów (property) wymiany, to zbiór uczestników wymiany(exchanger), a  to odpowiednio relacja pozyskiwania i pozbywania się przedmiotów w wymianie. Funkcja f przypisuje krawędziom etykiety oznaczające subiektywną wartość przedmiotów wyznaczaną przez każdego uczestnika: .

DEF. 2 Problem wymiany

Należy znaleźć taki największy zbiór przedmiotów, które zostaną wymienione, aby spełnione były warunki:

(1) - z grafu odrzucane są wyłącznie te krawędzie, które muszą z racji odrzucenia wierzchołków rzeczy. Wszystkie krawędzie, których kończące wierzchołki znajdują się w pozostają w grafie czyli w E'.

(2) - wymiana przedmiotów wymaga by taka sama ilość każdego z nich została wydana jak przyjęta przez uczestników.

(3) - wymiana wymaga by uczestnik otrzymał towary, co najmniej takiej wartości jak wydał według swojej subiektywnej oceny ich wartości.

Istnieje problem podobny do badanego lecz znacznie prostszy.

DEF.3

*Finding the largest subgraph of graph having an odd number of vertices which is Eulerian. G=<V,E> gdzie*

Udowodniono(Skiena 1990, p. 194), że problem ten jest NP-zupełny.

.

TWIERDZENIE 1

Problem wymiany jest NP-trudny.

DOWÓD

Przeprowadzimy transformację wielomianową ze znanego problemu 3SAT. Każdej zmiennej zostanie przypisany graf obejmujący trzy rzeczy i dwóch uczestników. Połączenia są tak ukształtowane, że zawsze dokładnie jedna z dwóch rzeczy może się znaleźć wśród uczestniczących w transakcji. Te rzeczy są odpowiednio łączone z uczestnikami transakcji reprezentującymi klauzule, a klauzule z jedną rzeczą reprezentującą spełnialność formuły. Z niej wraca pętla do podgrafów reprezentujących zmienne by pozwolić wybrać dokładnie jedną z dwóch wartości zmiennej.

transformacja4.wmf

Jeśli formuła jest spełnialna to takie jej podstawienie odpowiada przynależności do zbioru wybranych wszystkich wierzchołków rzeczy odpowiadających klauzulom i wierzchołka rzeczy odpowiadającego całej formule. Ponadto jeśli wierzchołek formuły jest wybrany to do zbioru wybranych należy dokładnie jeden z wierzchołków odpowiadających zmiennym. Nietrudno pokazać, że jest to maksymalny zbiór wybranych rzeczy jaki da się utworzyć dla tego grafu, a więc odpowiada poszukiwanemu maksimum. W przeciwnym przypadku zbiór wybranych rzeczy jest pusty. I odwrotnie niepusty zbiór wybranych rzeczy spełniający DEF.2 implikuje, że odpowiednia formuła boolowska jest spełniona.

QED.

Wykazanie obliczeniowej trudności problemów wymaga poszukiwania aproksymacyjnego algorytmu poszukiwania rozwiązania, gdyż algorytm dokładny będzie liczył zbyt długo.

Realizacja algorytmu w postaci serwisu internetowego może być przyrostowa tj. w miarę dodawania nowych rzeczy i deklarowania chęci wymiany może powodować odpowiednie generowanie transakcji.

ALGORYTM aproksymacyjny znajdowania optymalnej wymiany

1. Przyjmij
2. Usuń z wszystkie wierzchołki odpowiadające przedmiotom, których uczestnicy nie mogą zbyć bo nie zaoferowano im przedmiotów o wartości >= wartość przedmiotu odpowiadającego temu wierzchołkowi
3. Usuń z wszystkie wierzchołki odpowiadające przedmiotom, których uczestnicy nie chcą nabywać
4. Powtarzaj krok (2) aż nie będzie można nic usunąć
5. Jeśli dla pewnego uczestnika suma wartości przedmiotów, które chce zbyć jest większa niż suma wartości przedmiotów, które są mu oferowane to usuń wybrane heurystycznie przedmioty ze zbioru tych wydawanych i usuń z
6. Powróć do kroku (2)
7. jest rozwiązaniem

Warianty heurystyki w kroku(5):

* wybieramy i usuwamy ze zbioru kolejno najmniej warte przedmioty aż osiągniemy spełnienie warunku. Potem z powrotem dodajemy rozpoczynając od najmniej wartych dopóty warunek jest jeszcze spełniony.

TWIERDZENIE 2

wyznaczone w kroku (7) aproksymacyjny algorytm znajdowania optymalnej wymiany jest rozwiązaniem (chociaż niekoniecznie optymalnym).

DOWÓD

Jeśli żadna z reguł (2),(3),(5) nie odpala się to znaczy, że każdy z przedmiotów w ma uczestnika, który go odda, a będzie to możliwe bo dostanie w zamian wystarczający zbiór przedmiotów spośród tych w .

QED

Skiena, S. "Eulerian Cycles." §5.3.3 in [*Implementing Discrete Mathematics: Combinatorics and Graph Theory with Mathematica.*](http://www.amazon.com/exec/obidos/ASIN/0521806860/ref=nosim/weisstein-20) Reading, MA: Addison-Wesley, pp. 192-196, 1990.