

dr hab. Andrzej Marciniak, prof. PP i UAM  
Politechnika Poznańska, Instytut Informatyki  
i Uniwersytet im. A. Mickiewicza, Wydział Matematyki i Informatyki  
e-mail: anmar@sol.put.poznan.pl

## Metody interwałowe typu Rungego-Kutty

Jawne metody interwałowe typu Rungego-Kutty rozwiązywania zagadnienia początkowego zostały zaproponowane przez Ju. I. Šokina w 1981 roku. Dla metod tych udowodnił on przynależność dokładnego rozwiązania do otrzymywanych przedziałów-rozwiązań oraz podał oszacowania szerokości tych przedziałów.

Metody Šokina rozszerzono na przypadek metod niejawnych, w tym półniejawnych, diagonalnych i symplektycznych. Udowodniono, że otrzymywane przedziały-rozwiązania zawierają rozwiązanie dokładne zagadnienia początkowego. Z powodu trudności ze znalezieniem oszacowania szerokości przedziałów-rozwiązań w przypadku ogólnej niejawnej metody  $m$ -etapowej, odpowiednio oszacowania podano oddzielnie dla metod jedno-, dwu-, trzy- i czteroetapowych.

Stosowanie niejawnych metod interwałowych typu Rungego-Kutty wymaga w każdym kroku rozwiązania nieliniowego równania interwałowego. Do jego rozwiązania zaproponowano proces iteracyjny oparty na twierdzeniu o punkcie stałym. Trwają poszukiwania innych (szybszych) procesów iteracyjnych.

Ponieważ oszacowania szerokości przedziałów-rozwiązań w jawnych i niejawnych metodach typu Rungego-Kutty zależą od współczynników tych metod, zbadano problem ich minimalizacji ze względu na te współczynniki. Okazuje się, że w żadnym przypadku nie istnieje układ współczynników minimalizujących szerokości przedziałów-rozwiązań.

Poprawna realizacja metod interwałowych na komputerze wymaga stosowania zmiennoprzecinkowej arytmetyki interwałowej. Dotyczy to zarówno interpretowania wprowadzonej pojedynczej wartości liczbowej jako przedziału o końcach będących dwiema sąsiednimi liczbami maszynowymi, który zawiera tę liczbę, jak i odpowiedniej interpretacji maszynowej wprowadzanych przedziałów rzeczywistych oraz wykonywania działań na przedziałach maszynowych ze sterowaniem zaokrągleniami. W tym celu napisano w języku Object Pascal specjalny moduł o nazwie *IntervalArithmetic*, zawierający odpowiednie procedury i funkcje. Dla rozważanych metod interwałowych i zmiennoprzecinkowej arytmetyki interwałowej opracowano także algorytm wyznaczenia maksymalnego przedziału całkowania.

Wszystkie rozważania teoretyczne doprowadziły do powstania systemu okienkowego OOIRK, który został przygotowany za pomocą wersji 3, 4 i 5 pakietu Delphi i jest przeznaczony do uruchamiania w środowiskach Windows 95, 98, NT, 2000 i Me. System ten umożliwia rozwiązywanie zagadnienia początkowego za pomocą kilkudziesięciu predefiniowanych metod jawnych i niejawnych, a także za pomocą dowolnej metody (do rzędu czwartego) określonej przez użytkownika. Od użytkownika wymaga się tylko przygotowania biblioteki łączącej dynamicznie zawierającej procedury definiujące jego zagadnienie początkowe, a w przypadku stosowania własnej metody interwałowej – także procedury obliczającej jej współczynniki.