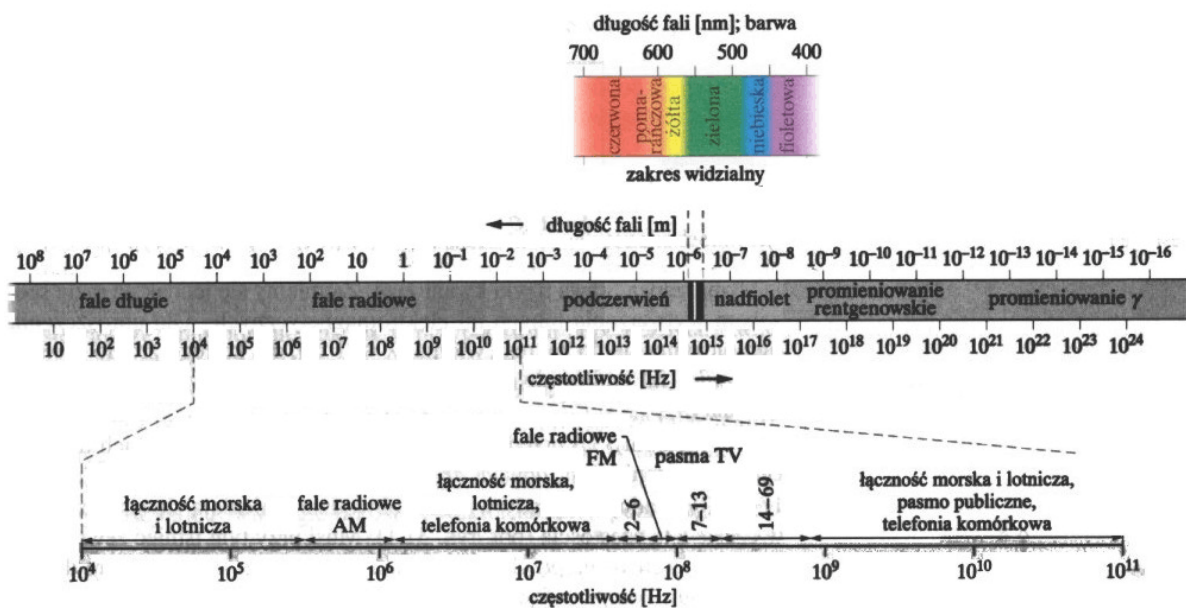


XXXI. FALE ELEKTROMAGNETYCZNE

31.1. Fale elektromagnetyczne

Dotychczas poznane fale wymagają istnienia ośrodka materialnego, przez który lub wzdłuż którego mogą rozchodzić się. Fale elektromagnetyczne nie potrzebują żadnego ośrodka, by rozchodzić się, a tworzą je drgające pola: elektryczne i magnetyczne. Fale te o różnych częstotliwościach tworzą widmo elektromagnetyczne. Światło widzialne jest niewielkim wycinkiem tego widma (zob. rys. 31.1).



Rys. 31.1. Widmo promieniowania elektromagnetycznego

Fala elektromagnetyczna jest falą poprzeczną. Można przyjąć, że fala elektromagnetyczna, która dociera do pewnego punktu P , rozchodzi się w dodatnim kierunku osi x . Oznacza to, że wektor natężenia pola elektrycznego oscyluje równoległe do osi y , a wektor indukcji pola magnetycznego – równoległe do osi z . W tej konwencji można zapisać natężenie pola elektrycznego i indukcję pola magnetycznego jako sinusoidalne funkcje położenia x (wzdłuż kierunku rozchodzenia się fali) i czasu t :

$$\begin{aligned} E &= E_m \sin(kx - \omega t), \\ B &= B_m \sin(kx - \omega t), \end{aligned} \quad (31.1)$$

gdzie E_m i B_m oznaczają amplitudy odpowiednio natężenia pola elektrycznego E i indukcji pola magnetycznego B , a ω i t – częstość kołową i liczbę falową fali.

Wiemy, że prędkość rozchodzenia się fali jest równa $v = \omega / t$. W przypadku fali elektromagnetycznej prędkość przyjęto oznaczać symbolem c . Jest ona równa

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}},$$

co można wyprowadzić zarówno z prawa indukcji Faradaya, jak i prawa indukcji Maxwella. We wzorze tym μ_0 i ϵ_0 oznaczają przenikalność odpowiednio magnetyczną i elektryczną próżni. Ponieważ wielkości te są stałe oznacza to, że wszystkie fale elektromagnetyczne, w tym również światło widzialne, rozchodzą się w próżni z taką samą prędkością c .

Prędkość fali c jest związana z amplitudami E_m i B_m zależnością

$$\frac{E_m}{B_m} = c.$$

Jeżeli podzielimy przez siebie stronami równania (31.1), a następnie do otrzymanego wyniku podstawimy powyższy wzór, to okaże się, że wartości E i B są (w każdej chwili i w każdym punkcie) związane ze sobą zależnością

$$\frac{E}{B} = c.$$

31.2. Przepływ energii i wektor Poyntinga

Szybkość przepływu energii fali elektromagnetycznej przez jednostkową powierzchnię jest opisana przez wektor Poyntinga \vec{S} zdefiniowany jako

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}.$$

Kierunek wektora \vec{S} (a tym samym kierunek rozchodzenia się fali i przepływu energii) jest prostopadły do kierunków wektorów \vec{E} i \vec{B} . Jego długość S zależy od szybkości, z jaką energia fali przepływa przez jednostkową powierzchnię w danej chwili. Jednostką jest wat na metr kwadratowy.

W fali elektromagnetycznej wektory \vec{E} i \vec{B} są wzajemnie prostopadłe, a więc długość wektora $\vec{E} \times \vec{B}$ jest równa EB . Zatem długość wektora \vec{S} wyraża się wzorem

$$S = \frac{1}{\mu_0} EB.$$

Wielkości E i B są ze sobą ściśle związane, więc wystarczy wybrać jedną z nich. Zwykle wybieramy wielkość E , gdyż większość przyrządów służących do detekcji fal elektromagnetycznych wykorzystuje składową elektryczną fali. Ponieważ $B = E / c$, więc ostatni wzór można napisać w postaci

$$S = \frac{1}{c\mu_0} E^2. \quad (31.2)$$

Po podstawieniu wielkości E z pierwszego z wzorów (31.1) do równania (31.2) moglibyśmy uzyskać wyrażenie opisujące szybkość przepływu energii w zależności od czasu. W praktyce bardziej użyteczna jest znajomość średniej energii przenoszonej w określonym czasie. W tym celu musimy znaleźć uśrednioną w czasie wartość S , którą nazywa się *natężeniem fali* i oznacza literą I . Z równania (31.2) mamy

$$I = \frac{1}{c\mu_0} (E^2)_{sr} = \frac{1}{c\mu_0} (E_m^2 \sin^2(kx - \omega t)). \quad (31.3)$$

Średnia wartość funkcji $\sin^2 \alpha$ po całym okresie jest równa $1/2$. Jeśli zdefiniujemy nową wielkość

$$E_{sr.kw} = \frac{E_m}{\sqrt{2}},$$

zwaną *wartością średnią kwadratową* pola, to możemy równanie (31.3) zapisać w postaci

$$I = \frac{1}{c\mu_0} E_{sr.kw}^2.$$

Punktowe źródło fal elektromagnetycznych emituje fale izotropowo, tzn. z jednakowym natężeniem we wszystkich kierunkach. Natężenie fali w odległości r od punkтового źródła o mocy P_{zr} jest równe

$$I = \frac{P_{zr}}{4\pi r^2}.$$

31.3. Ciśnienie promieniowania

Fale elektromagnetyczne mają zarówno energię, jak i pęd. Oznacza to, że oświetlając jakieś ciało możemy wywierać na nie ciśnienie, zwane *ciśnieniem promieniowania*. Ciśnienie to jest bardzo małe – nie czujemy na przykład błysku lampy, kiedy jesteśmy fotografowani.

Jeśli skierujemy wiązkę promieniowania elektromagnetycznego na jakieś ciało, będziemy je oświetlać przez czas Δt i założymy, że promieniowanie to zostało przez ciało w całości zaabsorbowane (pochłonięte), to ciało uzyskało od promieniowania energię ΔU . Maxwell wykazał, że ciało uzyskuje również pęd, a zmiana pędu Δp ciała jest związana ze zmianą energii zależnością

$$\Delta p = \frac{\Delta U}{c}, \quad (31.4)$$

gdzie c oznacza prędkość światła.

Promieniowanie może również ulec odbiciu. Jeżeli promieniowanie zostanie odbite w całości wzdłuż swego pierwotnego kierunku, to zmiana pędu będzie dwukrotnie większa niż przy całkowitej absorpcji, tzn.

$$\Delta p = \frac{2\Delta U}{c}. \quad (31.5)$$

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki Newtona zmiana pędu jest związana z działaniem siły

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}. \quad (31.6)$$

Aby znaleźć wyrażenie, które wiąże siłę wywieraną przez promieniowanie z jego natężeniem I , zauważmy, że $I = \text{moc} / \text{powierzchnia} = (\text{energia} / \text{czas}) / \text{powierzchnia}$. Jeśli przyjmiemy, że na drodze promieniowania znajduje się prostopadła do niego płaszczyzna, której pole powierzchni jest równe S , to w czasie Δt do płaszczyzny tej dociera energia

$$\Delta U = IS\Delta t.$$

Jeżeli energia jest w całości absorbowana, to równanie (31.4) przybiera postać

$$\Delta p = \frac{IS\Delta t}{c}$$

i ze wzoru (31.6) otrzymujemy, że wartość siły F działającej na powierzchnię S wynosi

$$F = \frac{IS}{c}.$$

Z kolei przy całkowitym odbiciu ze wzoru (31.5) mamy

$$\Delta p = \frac{2IS\Delta t}{c},$$

więc

$$F = \frac{2IS}{c}.$$

Gdy część promieniowania ulega odbiciu, a reszta jest absorbowana, to wartość siły zawiera się w przedziale między IS / c oraz $2IS / c$.

Siła działająca ze strony promieniowania na jednostkę powierzchni ciała to wywieranie nań ciśnienia promieniowania p_p . Dla opisanych przypadków mamy

$$p_p = \frac{I}{c}$$

w przypadku całkowitej absorpcji oraz

$$p_p = \frac{2I}{c}$$

przy całkowitym odbiciu wstecznym.

31.4. Polaryzacja

Jeżeli w fali elektromagnetycznej pole elektryczne drga w pewnej płaszczyźnie, to mówimy, że fala taka jest *spolaryzowana*. Przykładem takich fal są fale elektromagnetyczne emitowane przez nadajnik telewizyjny. Z kolei fale emitowane przez zwykłe źródła światła, np. przez Słońce lub żarówkę, są *niespolaryzowane*. Niespolaryzowane światło widzialne można zamienić na światło spolaryzowane przepuszczając je np. przez folię polaryzującą, którą wynalazł w 1932 roku Edwin Land. Gdy światło przechodzi przez taką folię, składowe wektora natężenia pola elektrycznego wzdłuż jednego kierunku są przepuszczane, a składowe prostopadłe do tego kierunku są absorbowane. Jeżeli folii polaryzującej przypiszemy *kierunek polaryzacji*, to możemy powiedzieć, że składowa wektora natężenia pola elektrycznego równoległa do kierunku polary-

zacji jest przepuszczana przez polaryzator, a składowa prostopadła do tego kierunku jest absorbowana.

Rozpatrzmy światło niespolaryzowane, w którym drgania wektora pola elektrycznego można rozłożyć na składowe w kierunkach osi y i z . Ustalmy przy tym, że oś y jest równoległa do kierunku polaryzacji polaryzatora. W takim przypadku przez polaryzator przechodzi tylko składowa y pola elektrycznego, a składowa z zostaje zaabsorbowana. Gdy fala jest całkowicie niespolaryzowana, orientacje wektorów pola elektrycznego są całkowicie przypadkowe, a więc wypadkowe sumy składowych y i z są sobie równe. Jeżeli zatem wypadkowa składowa z zostaje zaabsorbowana, to początkowe natężenie światła I_0 zmniejszy się do połowy po przejściu przez polaryzator. Zatem natężenie światła I po przejściu przez polaryzator wynosi

$$I = \frac{1}{2} I_0.$$

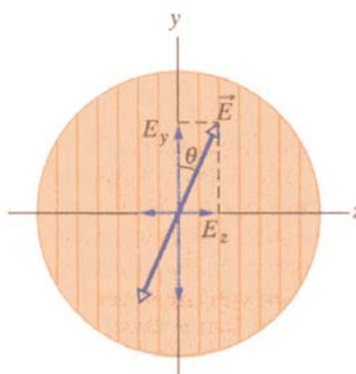
Rozpatrzmy teraz przypadek, gdy światło padające na polaryzator jest już spolaryzowane (zob. rys. 31.2). Wektor natężenia pola elektrycznego \vec{E} można rozłożyć na dwie składowe: równoległą E_y i prostopadłą E_z do kierunku polaryzacji polaryzatora. Przez polaryzator jest przepuszczana tylko składowa równoległa E_y . Jeżeli wektor \vec{E} tworzy kierunkiem polaryzacji polaryzatora kąt θ , to

$$E_y = E \cos \theta.$$

Ponieważ natężenie fali elektromagnetycznej jest proporcjonalne do kwadratu natężenia pola elektrycznego (por. p. 31.2), więc natężenie I światła przechodzącego przez polaryzator jest proporcjonalne do E_y^2 , a natężenie I_0 światła padającego na polaryzator jest proporcjonalne do E^2 . Możemy więc napisać

$$I = I_0 \cos^2 \theta.$$

Zwracamy uwagę, że wzór ten można stosować tylko w przypadku, gdy światło padające na polaryzator jest już spolaryzowane.



Rys. 31.2. Światło spolaryzowane padające na polaryzator

31.5. Odbicie i załamanie

Światło wychodzące ze źródła i rozchodzące się we wszystkich kierunkach często możemy traktować tak, jakby rozchodziło się po liniach prostych. Przyjęcie takiego przybliżenia jest pod-

stawą optyki geometrycznej. Doświadczenia pokazują, że światło przechodzące przez powierzchnię rozgraniczającą dwa różne ośrodki ulega odbiciu i załamaniu.

Kierunek promienia wyznaczamy względem normalnej do powierzchni padania i wszystkie kąty, tzn. kąt padania θ_1 , kąt odbicia θ_1' i kąt załamania θ_2 , są mierzone względem tej normalnej. Wyniki doświadczeń świadczą o tym, że zjawiskami odbicia i załamania rządzą dwa następujące prawa:

- **prawo odbicia**, które stwierdza, że promień odbity leży w płaszczyźnie padania, a kąt odbicia jest równy kątowi padania, czyli

$$\theta_1' = \theta_1,$$

- **prawo załamania**, które mówi, że promień załamany leży w płaszczyźnie padania, a kąt załamania jest θ_2 jest związany z kątem padania θ_1 zależnością

$$n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_1, \quad (31.7)$$

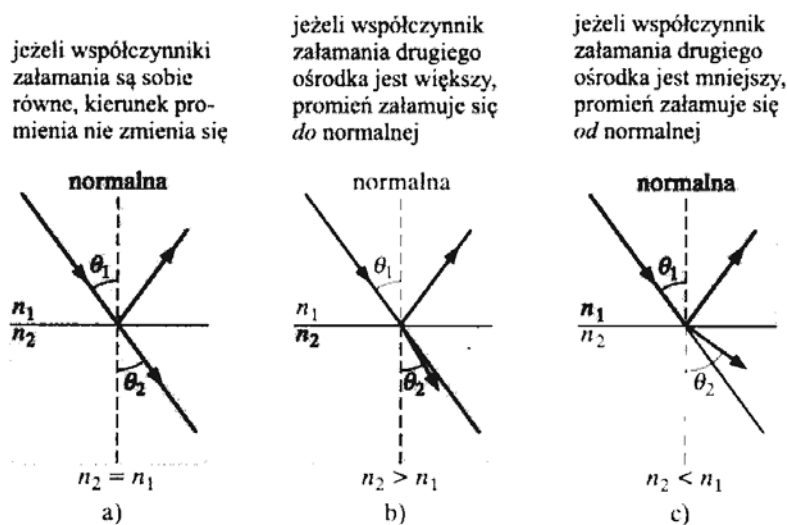
gdzie n_1 i n_2 oznaczają bezwymiarowe stałe zwane współczynnikami załamania światła, które charakteryzują ośrodki po obydwu stronach powierzchni granicznej. Równanie to nazywa się prawem Snella. Okazuje się, że współczynnik załamania światła dla każdego ośrodka jest równy c/v , gdzie c oznacza prędkość światła, a v – prędkość światła w ośrodku.

Jeżeli przekształcimy równanie (31.7) do postaci

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1,$$

to możemy porównać kąt załamania θ_2 z kątem padania θ_1 . Możliwe są trzy przypadki:

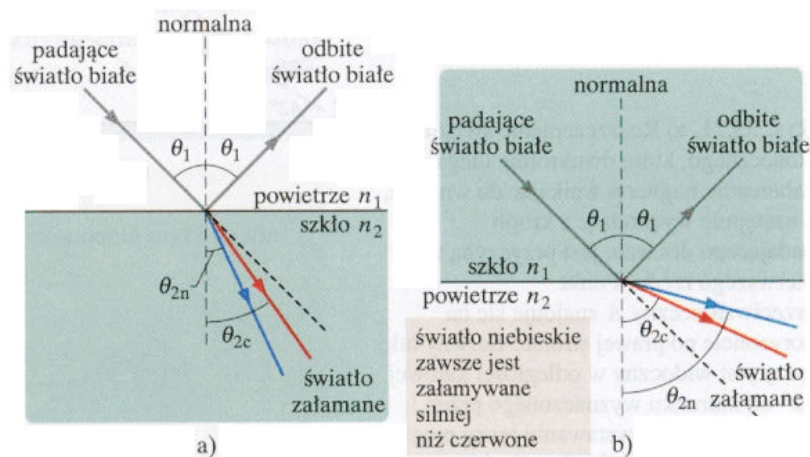
- $n_2 = n_1$ – załamanie nie następuje, kąt θ_2 jest równy kątowi θ_1 , co oznacza, że promień nie zostaje odchylony od swojego pierwotnego kierunku (zob. rys. 31.3 a)),
- $n_2 > n_1$ – kąt θ_2 jest mniejszy od kąta θ_1 i po załamaniu promień jest odchylany od swojego pierwotnego kierunku w stronę do normalnej (zob. rys. 31.3 b)),
- $n_2 < n_1$ – kąt θ_2 jest większy od kąta θ_1 , co oznacza, że po załamaniu promień jest odchylany od swojego pierwotnego kierunku w stronę od normalnej (zob. rys. 31.3 c)).



Rys. 31.3. Załamanie światła

Współczynnik załamania światła n w każdym ośrodku (z wyjątkiem próżni) zależy od długości fali światła. Oznacza to, że promienie świetlne, którym odpowiadają różne długości fali, będą załamane pod różnymi kątami na tej samej powierzchni granicznej dwóch ośrodków. Zjawisko to nazywa się *dyspersją chromatyczną*.

Na ogół współczynnik załamania światła dla danego ośrodka jest większy dla fal krótszych niż dla fal dłuższych. Przykładem może być światło o barwie niebieskiej i czerwonej składające się na światło białe. Jeżeli wiązka światła białego padnie na powierzchnię graniczną powietrze-szkło od strony powietrza, to składowa niebieska światła białego zostanie odchylona silniej (jej kąt załamania jest mniejszy niż kąt załamania składowej czerwonej – zob. rys. 31.4 a)). Z kolei, gdy wiązka światła białego padnie od strony szkła na powierzchnię graniczną szkło-powietrze, to wprawdzie składowa niebieska także zostanie odchylona bardziej, ale tym razem kąt jej załamania będzie większy niż kąt załamania składowej czerwonej (zob. rys. 31.4 b)).



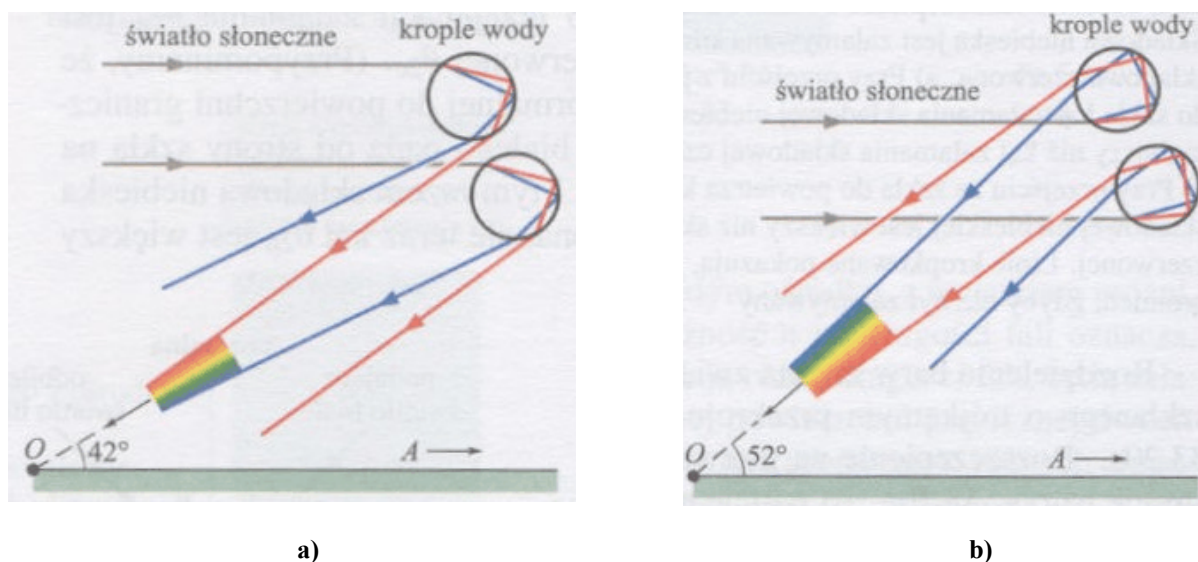
Rys. 31.4. Rozczepienie światła białego

Przykładem rozczepienia światła jest tęczą. Jeżeli na drodze promieni słonecznych, które obejmują cały zakres widzialny, pojawią krople padającego deszczu, to część światła wnika do kropli, ulegając przy tym załamaniu, a następnie odbija się od wewnętrznej powierzchni kropli i załamuje się powtórnie wychodząc z kropli. Pierwsze załamanie rozczepia światło słoneczne na składowe różniące się barwą, a drugie załamanie sprawia, że efekt staje się silniejszy.

Na rys. 31.5 a) pokazano tylko promienie czerwony i niebieski. Rozdzielone kolory można dostrzec, gdy będziemy patrzeć na krople pod kątem 42° do kierunku wyznaczonego przez punkt przeciwsłoneczny A (punkt położony dokładnie po przeciwnej stronie obserwatora niż Słońce).

W przedstawionym mechanizmie powstawania tęczą światło odbija się raz we wnętrzu kropli. Tęczą taką nazywa się tęczą pierwszego rzędu. W tęczą drugiego rzędu występuje dwukrotne wewnętrzne odbicie światła (zob. rys. 31.5 b)). Krople dające tęczą drugiego rzędu są oddalone od kierunku wyznaczonego przez punkt A o kąt 52° . Tęczą drugiego rzędu jest słabsza i ma łuk o większej szerokości, co sprawia, że trudniej ją zauważyć. Co więcej, w tęczą drugiego rzędu kolejność kolorów jest odwrotna niż w tęczą pierwszego rzędu. Występują także tęczą z trzykrotnym i czterokrotnym wewnętrznym odbiciem (po tej samej stronie nieba co Słońce). Ich

ślabej poświaty nie da się dostrzec w silnym świetle słonecznym (udało się jednak je sfotografować).



Rys. 31.5. Rozczepienie światła słonecznego – tęcza

Jeżeli kąt padania jest odpowiednio duży, to światło nie może przedostać się do ośrodka, który ma mniejszy współczynnik załamania. Mówimy wówczas o całkowitym wewnętrznym odbiciu, które następuje dla kąta padania większego od pewnego kąta granicznego θ_{gr} . Aby wyznaczyć ten kąt, korzystamy z prawa Snella (31.7), w którym zamiast θ_1 podstawiamy θ_{gr} , a zamiast θ_2 podstawiamy 90° . Wówczas

$$n_1 \sin \theta_{gr} = n_2 \sin 90^\circ,$$

skąd

$$\theta_{gr} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}.$$

Światło padające na pewną płaszczyznę jest zwykle niespolaryzowane. Możemy je rozłożyć (dokładniej: możemy rozłożyć wektory pola elektrycznego światła) na dwie składowe: składową prostopadłą do płaszczyzny padania i składową równoległą do tej płaszczyzny. Dla niespolaryzowanego światła obie składowe mają jednakową wartość.

Światło odbite ma również dwie składowe, ale ich wartości nie są takie same. Oznacza to, że światło odbite jest częściowo spolaryzowane, czyli że amplitudy drgań wektora pola elektrycznego w jednym kierunku są większe niż w innych kierunkach. Kiedy jednak światło pada pod pewnym określonym kątem, zwanym *kątem Brewstera* θ_B , to w świetle odbitym występują tylko składowe prostopadłe. Światło jest wtedy całkowicie spolaryzowane prostopadle do płaszczyzny padania. Składowe równoległe padającego światła nie giną, ale występują w świetle załamanym. Na podstawie doświadczeń stwierdzono, że dla światła padającego pod kątem Brewstera θ_B promień odbity i promień załamany są wzajemnie do siebie prostopadłe. Jeśli kąt załamania oznaczymy przez θ_z , to mamy

$$\theta_B + \theta_z = 90^\circ.$$

Te dwa kąty łączy równie prawo Snella:

$$n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin \theta_z.$$

Połączenie tych dwóch równań prowadzi do zależności

$$n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin(90^\circ - \theta_B) = n_2 \cos \theta_B,$$

co ostatecznie daje

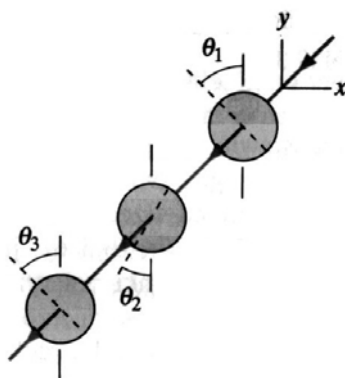
$$\theta_B = \arctg \frac{n_2}{n_1}.$$

Jeśli promień padający i odbity rozchodzą się w powietrzu, to możemy przyjąć, że $n_1 = 1$ i oznaczyć n_2 przez n . Wówczas powyższy wzór przyjmie postać

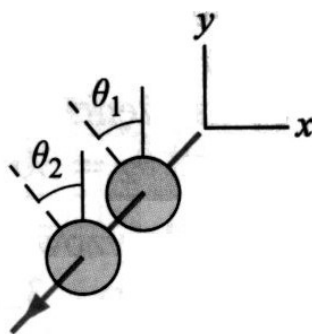
$$\theta_B = \arctg n.$$

Zadania

1. Pewien laser helowo-neonowy emituje czerwone światło o długości fali z wąskiego pasma o maksimum występującym przy 632,8 nm i szerokości 0,01 nm. Podać szerokość tego pasma w skali częstotliwości światła.
2. Ile powinna wynosić indukcyjność cewki w obwodzie drgającym zawierającym kondensator o pojemności 17 pF, ażeby układ ten mógł generować fale elektromagnetyczne o długości 550 nm (tzn. światło widzialne)?
3. Niektóre lasery na szkle neodymowym mogą w impulsie o długości fali 0,26 μm i czasie trwania 1 ns wysyłać promieniowanie o mocy 100 TW. Ile energii dostarcza taki impuls?
4. Pole elektryczne płaskiej fali elektromagnetycznej biegnącej w próżni w dodatnim kierunku osi x ma składowe $E_x = E_y = 0$ i $E_z = (2 \text{ V / m}) \cos[(\pi \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1})(t - x / c)]$.
 - a) Ile wynosi amplituda składowej magnetycznej fali?
 - b) Jaki jest kierunek zmian pola magnetycznego?
 - c) Jaki zwrot ma składowa pola magnetycznego w punkcie P , jeżeli składowa elektryczna w tym punkcie ma kierunek i zwrot osi z ?
5. Ile wynosi ciśnienie promieniowania żarówki o mocy 500 W w odległości 1,5 m od niej? Przyjąć, że ciśnienie jest wywierane na doskonale absorbującą powierzchnię zwróconą do żarówki, która promieniuje równomiernie we wszystkich kierunkach.
6. Na rys. 31.6 niespolaryzowane światło pada na układ trzech polaryzatorów, których kierunki polaryzacji tworzą z osią y kąty $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 50^\circ$. Jakie jest natężenie światła po przejściu przez ten układ polaryzatorów? Wynik podać w procentach w stosunku do natężenia światła padającego. Wskazówka: zwrócić uwagę, jak są określone kąty.
7. Na rys. 31.7 przestawiono wiązkę światła niespolaryzowanego o natężeniu 43 W / m² padającą na układ dwóch polaryzatorów, których kierunki polaryzacji tworzą z osią y kąty $\theta_1 = 70^\circ$ i $\theta_2 = 90^\circ$. Jakie jest natężenie światła po przejściu przez ten układ?
8. Wiązka światła rozchodząca się w próżni pada na płytkę szklaną pod kątem 32°. Kąt, jaki tworzy z normalną do powierzchni wiązka rozchodząca się w szkle, jest równy 21°. Ile wynosi współczynnik załamania światła w szkle?



Rys. 31.6. Zadanie 6



Rys. 31.7. Zadanie 7

9. Współczynnik załamania światła dla benzenu jest równy 1,8. Ile wynosi kąt graniczny dla światła, które rozchodzi się w benzenie w stronę płaskiej warstwy powietrza ponad benzenem?
10. Światło rozchodzące się w wodzie (współczynnik załamania 1,33) pada na płytkę szklaną (współczynnik załamania 1,53). Przy jakim kącie padania światło odbite od płytki będzie całkowicie spolaryzowane?

XXXII. OBRAZY

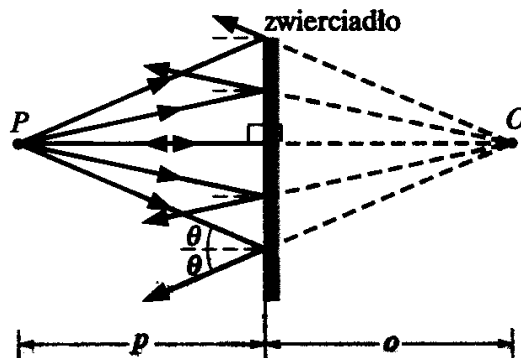
32.1. Obrazy i zwierciadła płaskie

Obrazem nazywamy odwzorowanie przedmiotu za pomocą światła. Jeżeli obraz może powstać na jakiejś powierzchni, to jest on obrazem rzeczywistym i istnieje niezależnie od obserwatora. Jeżeli obraz wymaga wzroku obserwatora, to nazywamy go obrazem pozornym.

Zwierciadło płaskie może utworzyć pozorny obraz źródła światła (nazywanego przedmiotem), zmieniając kierunek biegu promieni świetlnych wychodzących ze źródła. Obraz powstaje w miejscu przecięcia przedłużeń promieni odbitych od zwierciadła (zob. rys. 32.1). Odległość przedmiotu od zwierciadła p . Jest związana z obserwowaną odległością obrazu od zwierciadła zależnością

$$o = -p.$$

Odległość przedmiotu od zwierciadła jest liczbą dodatni, a odległość pozornego obrazu – liczbą ujemną.

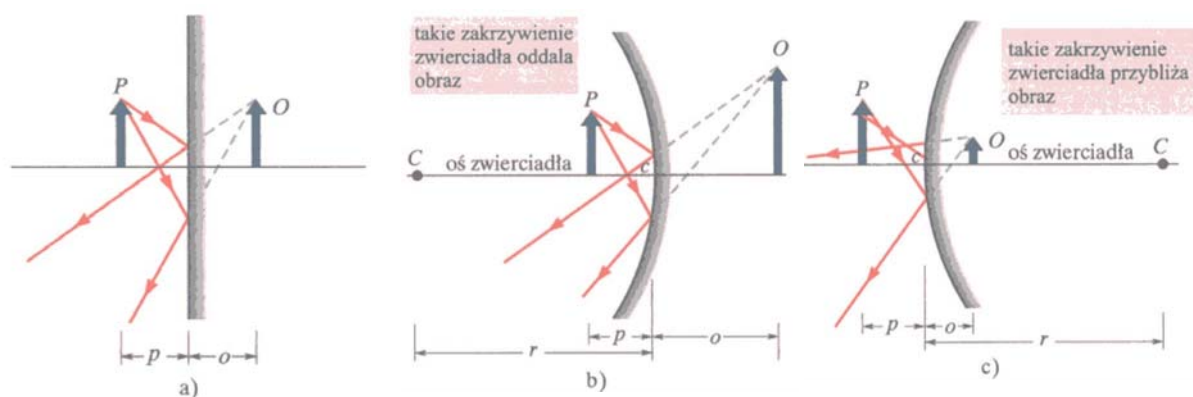


Rys. 32.1. Punktowe źródło światła w odległości p . Od płaskiego zwierciadła

32.2. Zwierciadła sferyczne

Zwierciadło sferyczne jest niewielkim wycinkiem powierzchni kuli. Zwierciadła takie mogą być wklęsłe (promień krzywizny r jest dodatni), wypukłe (promień r jest ujemny) i płaskie (promień krzywizny r jest równy nieskończoności).

W przypadku zwierciadła płaskiego obraz pozorny ma takie same rozmiary jak przedmiot (zob. rys. 32.2 a)). W zwierciadle wklęsłym obraz oddala się od powierzchni zwierciadła i staje się większy (zob. rys. 32.2 b)). Kiedy powierzchnia zwierciadła jest zakrzywiona tak, że staje się powierzchnią wypukłą, wtedy obraz przesuwa się bliżej w stronę powierzchni zwierciadła i staje się mniejszy (zob. rys. 32.2 c)).



Rys. 32.2. Rozmiary obrazu w zwierciadle płaskim (a), wklęsłym (b) i wypukłym (c)

Kiedy wiązka równoległych promieni dociera do zwierciadła wklęsłego, wtedy promienie bliższe osi zwierciadła po odbiciu przechodzą przez jeden wspólny punkt F . Punkt ten nazywa się *ogniskiem* (rzeczywistym ogniskiem) zwierciadła, a jego odległość f (wartość dodatnia) od środka zwierciadła – *ogniskową* zwierciadła. Jeśli wiązka promieni równoległych pada na zwierciadło wypukłe, to po odbiciu od jego powierzchni promienie nie przecinają się w jednym wspólnym punkcie, ale rozbiegają się. Wówczas przedłużenia promieni odbitych przechodzą przez jeden punkt F zwany *pozornym ogniskiem* zwierciadła. Punkt ten znajduje się w odległości ogniskowej f , ale tym razem jest to wartość ujemna. Dla obu rodzajów zwierciadeł ogniskowa f wiąże się z promieniem krzywizny r zwierciadła zależnością

$$f = \frac{1}{2} r,$$

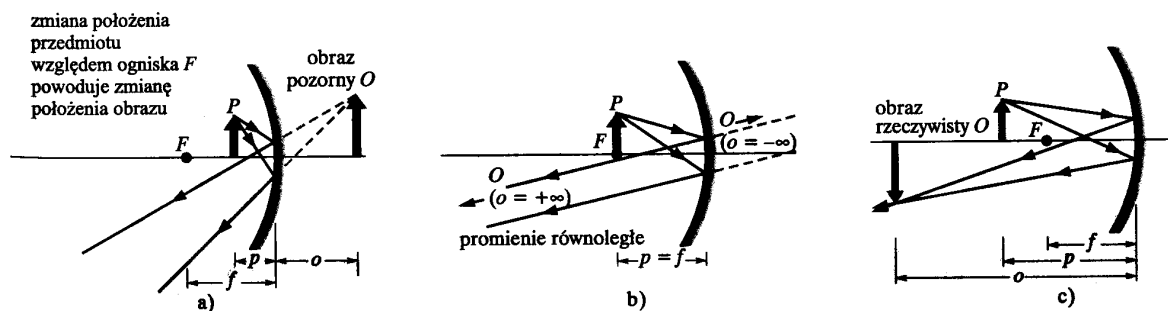
przy czym promień ten jest dodatni dla zwierciadła wklęsłego i ujemny dla zwierciadła wypukłego.

Ustalimy teraz związek między odległością obrazu o i odległością przedmiotu p dla obu rodzajów zwierciadeł sferycznych. Jeżeli dla zwierciadła wklęsłego umieścimy przedmiot P przed ogniskiem, czyli w dowolnym punkcie między ogniskiem F a powierzchnią zwierciadła, to zaobserwujemy pozorny obraz przedmiotu P w zwierciadle (zob. rys. 32.3 a)). Obraz ten jest widziany po drugiej stronie powierzchni zwierciadła (za zwierciadłem) i ma taką samą orientację jak przedmiot (mówimy o nim, że jest *obrazem prostym*).

Gdy zaczniemy odsuwać przedmiot od zwierciadła w stronę ogniska, to obraz będzie odsuwał się coraz dalej za zwierciadło, a gdy przedmiot znajdzie się w ognisku, jego obraz będzie w nieskończoności, czyli zniknie, bo ani promienie odbite, ani ich przedłużenia za zwierciadło nie przecinają się (zob. rys. 32.3 b)).

Jeżeli odsuniemy przedmiot od zwierciadła za ognisko, to promienie odbite utworzą wiązkę zbieżną i przed zwierciadłem powstanie *odwrócony* obraz przedmiotu P . (Zob. rys. 32.3 c)). W miarę jak odsuwamy przedmiot coraz dalej od ogniska F , obraz ten przesuwa się od nieskończoności w stronę zwierciadła. Gdybyśmy trzymali ekran w miejscu powstania obrazu, to obraz byłby widoczny na ekranie. Jest więc on obrazem rzeczywistym, bo promienie świetlne przecinają się, tworząc obraz, niezależnie od tego, czy jest obecny przy tym obserwator, czy też nie. Przeciwnie niż w przypadku obrazu pozornego, odległość rzeczywistego obrazu o od zwierciadła

jest wielkością dodatnią. Ogólny wniosek z tych spostrzeżeń jest następujący: *obrazy rzeczywiste powstają po tej samej stronie zwierciadła, po której znajduje się przedmiot, a obrazy pozorne powstają po jego przeciwnej stronie.*



Rys. 32.3. Położenie obrazu O w zależności od położenia przedmiotu P

Jeżeli promienie świetlne wychodzące z przedmiotu tworzą małe kąty z osią zwierciadła sferycznego, to odległość przedmiotu p , odległość obrazu o i ogniskowa f są ze sobą związane następującą zależnością:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{o} = \frac{1}{f}. \quad (32.1)$$

Przy założeniu małych kątów równanie (32.1) ma zastosowanie dla każdego zwierciadła wklęsłego, wypukłego i płaskiego. W zwierciadle wypukłym i płaskim mogą powstać tylko obrazy pozorne i to niezależnie od położenia przedmiotu na osi zwierciadła.

Rozmiar przedmiotu i rozmiar obrazu mierzone w kierunku prostopadłym do osi zwierciadła nazywane są odpowiednio *wysokością przedmiotu* i *wysokością obrazu*. Jeżeli przez h oznaczymy wysokość przedmiotu, a przez h' wysokość obrazu, to stosunek h'/h nazywa się *powiększeniem liniowym (poprzecznym) m* zwierciadła. Zgodnie z umową, powiększenie liniowe jest dodatnie, jeśli obraz jest prosty, a ujemne, gdy obraz jest odwrócony. Dlatego też wyrażenie opisujące powiększenie m zapisujemy jako

$$|m| = \frac{h'}{h}. \quad (32.2)$$

Powiększenie liniowe może być również zapisane w postaci

$$m = -\frac{o}{p}. \quad (32.3)$$

Dla zwierciadła płaskiego, dla którego $o = -p$, otrzymujemy $m = +1$. Powiększenie równe 1 oznacza, że rozmiar obrazu jest taki sam, jak rozmiar przedmiotu. Znak plus oznacza, że orientacja obrazu i przedmiotu jest taka sama (obraz prosty).

32.3. Sferyczne powierzchnie załamujące

Pojedyncza powierzchnia sferyczna, która załamuje światło, może tworzyć obrazy. Odległość przedmiotu p , odległość obrazu o oraz promień krzywizny powierzchni r są ze sobą związane zależnością

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{o} = \frac{n_2 - n_1}{r},$$

gdzie n_1 oznacza współczynnik załamania ośrodka, w którym znajduje się przedmiot, a n_2 – ośrodka po drugiej stronie powierzchni załamującej. Promień krzywizny r jest dodatni, gdy przedmiot znajduje się po stronie wypukłej powierzchni załamującej, a ujemny, jeśli przedmiot znajduje się po stronie wklęsłej.

Pomiędzy powierzchniami załamującymi i odbijającymi jest zasadnicza różnica. Obrazy rzeczywiste powstają po przeciwnej stronie powierzchni załamującej niż przedmiot, a obrazy pozorne po tej samej stronie co przedmiot.

32.4. Soczewki cienkie

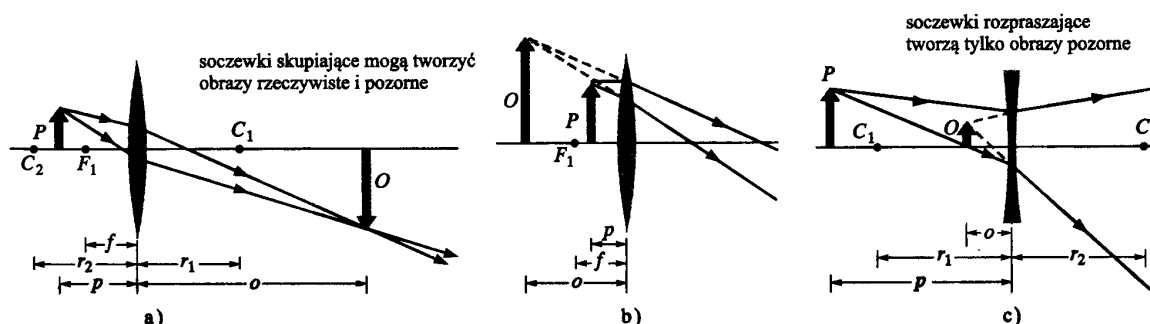
Soczewka jest przezroczystym obiektem o dwóch powierzchniach załamujących, których osie pokrywają się. Ta wspólna oś jest zarazem osią soczewki. Kiedy soczewkę otacza powietrze, wtedy światło załamuje się, przechodząc z powietrza do szkła, biegnie przez soczewkę i załamuje się ponownie, przechodząc ze szkła do powietrza. Każde z tych załamań może zmienić kierunek biegu światła. Soczewkę, która sprawia, że początkowo równoległe do jej osi promienie świetlne są po przejściu przez soczewkę promieniami zbieżnymi, nazywa się *soczewką skupiającą*. Gdy soczewka sprawi, że promienie takie są rozbieżne, to nazywamy ją *soczewką rozpraszającą*.

Soczewka cienka to soczewka, w której najgrubsza jej część jest cienka w porównaniu z odległością przedmiotu p i odległością obrazu o , a także w porównaniu z promieniami krzywizn r_1 i r_2 obu powierzchni załamujących soczewki. Jeżeli na skupiającą soczewkę cienką pada wiązka promieni równoległych do jej osi optycznej, to załamane promienie przetną się w jednym punkcie F (rzeczywiste ognisko soczewki) znajdującym się w odległości f (wartość dodatnia) od soczewki. Jeżeli taka wiązka promieni pada na soczewkę rozpraszającą, to przedłużenia załamanych promieni przetną się w jednym punkcie F (pozorne ognisko soczewki) znajdującym się w odległości f (wartość ujemna) od soczewki.

Soczewki skupiające mogą tworzyć obrazy rzeczywiste, gdy przedmiot znajduje się w odległości większej niż ogniskowa lub obrazy pozorne, gdy przedmiot znajduje się w odległości mniejszej niż ogniskowa. Soczewki rozpraszające mogą tworzyć tylko obrazy pozorne (zob. rys. 32.4).

Odległość przedmiotu od soczewki p i odległość obrazu o są związane z ogniskową soczewki f współczynnikiem załamania n i promieniami krzywizny r_1 oraz r_2 zależnością

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{o} = \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$



Rys. 32.4. Obrazy tworzone przez soczewki cienkie

Wartość bezwzględna powiększenia liniowego dana jest wzorem (32.3), a związek powiększenia liniowego m z odległością przedmiotu p i odległością obrazu o określa wzór (32.3). W przypadku układu wielu soczewek o wspólnej osi obraz tworzony przez pierwszą soczewkę jest przedmiotem dla soczewki drugiej itd. Całkowite powiększenie układu jest iloczynem powiększeń dawanych przez poszczególne soczewki.

Zwierciadła i soczewki znajdują zastosowanie w wielu przyrządach optycznych, takich jak okulary, szkła powiększające, projektory filmowe, aparaty fotograficzne, kamery filmowe i telewizyjne, mikroskopy i teleskopy. Wiele takich urządzeń poszerza możliwości naszego widzenia na obszary znajdujące się poza zakresem widzialnym widma. Można tu wymienić chociażby kamery na podczerwień umieszczane na satelitach i mikroskopy rentgenowskie.

Zadania

1. Załóżmy, że oglądamy przez aparat fotograficzny obraz kolibra w zwierciadle płaskim, które jest odległe od aparatu o 4,3 m. Koliber zawisł na poziomie aparatu w odległości 5 m na prawo i 3,3 m od powierzchni zwierciadła. Ile wynosi odległość między aparatem i obrazem kolibra w zwierciadle.
2. Promień krzywizny wypukłego lusterka do golenia jest równy 35 cm. Lusterko znajduje się w takiej odległości, że obraz (prosty) twarzy golącego się mężczyzny jest powiększony 2,5 razy. Jak daleko od twarzy znajduje się lusterko?
3. Soczewka ze szkła o współczynniku załamania światła 1,5 ma jedną powierzchnię płaską, a drugą wypukłą o promieniu krzywizny 20 cm.
 - a) Ile wynosi ogniskowa tej soczewki?
 - b) Gdzie powstanie obraz przedmiotu umieszczonego w odległości 40 cm od soczewki?
4. Kamera z pojedynczą soczewką o ogniskowej 75 mm filmuje z odległości 27 m osobę o wzroście 180 cm. Ile wynosi wysokość obrazu tej osoby na taśmie filmowej?

XXXIII. INTERFERENCJA

33.1. Światło jako fala

Rozchodzenie się fal, w tym również fal świetlnych, w trójwymiarowej przestrzeni można przewidzieć stosując zasadę Huygensa. Zasada ta mówi, że *wszystkie punkty czoła fali zachowują się jak punktowe źródła fal wtórnych. Po czasie t nowe położenie czoła fali jest wyznaczone przez powierzchnię styczną do powierzchni fal wtórnych.*

Z zasady Huygensa można wyprowadzić prawo załamania światła, zakładając, że współczynnik załamania światła dowolnego ośrodka jest równy $n = c / v$, gdzie v oznacza prędkość światła w tym ośrodku, a c – prędkość światła w próżni. Wykorzystuje się tu fakt, że długości fali w dwóch ośrodkach są proporcjonalne do prędkości światła w tych ośrodkach, czyli

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (33.1)$$

Przyjmijmy, że pewne światło monochromatyczne ma długość fali λ i prędkość c w próżni oraz długość fali λ_n i prędkość v w ośrodku o współczynniku załamania n . Możemy wówczas równanie (33.1) napisać w postaci

$$\lambda_n = \lambda \frac{v}{c}.$$

Współczynnik załamania światła n dla każdego ośrodka jest zdefiniowany jako stosunek prędkości światła c w próżni do prędkości światła v w tym ośrodku, czyli

$$n = \frac{c}{v}. \quad (33.2)$$

Stąd

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}. \quad (33.3)$$

Wzór ten wiąże długość fali światła w dowolnym ośrodku z jego długością fali w próżni. Wynika z niego, że im większy jest współczynnik załamania światła ośrodka, tym mniejsza jest długość fali rozchodzącego się w nim światła.

Pokażemy, że częstotliwość światła nie ulega zmianie. Oznaczmy przez ν_n częstotliwość światła w ośrodku o współczynniku załamania n . Zgodnie z ogólną zależnością $v = \lambda \nu$ możemy zapisać

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n}.$$

Po podstawieniu równań (33.2) i (33.3) otrzymujemy

$$v_n = \frac{c/n}{\lambda/n} = \frac{c}{\lambda} = v,$$

gdzie v oznacza częstotliwość światła w próżni. Wynika stąd, że chociaż prędkość i długość fali świetlnej w ośrodku materialnym są różne od prędkości i długości tej fali w próżni, to częstotliwość fali w ośrodku materialnym jest taka sama, jak w próżni.

Fakt, że długość fali zależy od współczynnika załamania światła jest ważny w przypadku, gdy dochodzi do interferencji światła, czyli nakładania się dwu lub większej liczby fal. Weźmy pod uwagę dwa promienie świetlne o takiej samej długości fali λ i początkowo o takiej samej fazie w powietrzu, które wnikają do dwóch różnych ośrodków o współczynnikach załamania światła n_1 i n_2 . Każdy z promieni przebywa w ośrodku odległość L . Gdy obie fale opuszczą swoje ośrodki i wyjdą do powietrza, będą miały taką samą długość λ , ale ponieważ ich długości różniły się w ośrodkach, więc nie będą już w zgodnej fazie.

Aby znaleźć związek nowej różnicy faz z długością fali, musimy najpierw obliczyć liczbę długości fali N_1 mieszczących się na odcinku L w ośrodku 1. Długość fali w ośrodku 1 jest określona wzorem $\lambda_{n_1} = \lambda / n_1$, skąd

$$N_1 = \frac{L}{\lambda_{n_1}} = \frac{Ln_1}{\lambda}.$$

Podobnie możemy obliczyć liczbę długości fali N_2 mieszczących się na odcinku L ośrodka 2, w którym długość fali jest równa $\lambda_{n_2} = \lambda / n_2$:

$$N_2 = \frac{L}{\lambda_{n_2}} = \frac{Ln_2}{\lambda}.$$

W celu wyznaczenia różnicy faz między dwiema falami odejmujemy wielkość mniejszą od większej. Mamy

$$N_2 - N_1 = \frac{Ln_2}{\lambda} - \frac{Ln_1}{\lambda} = \frac{L}{\lambda} (n_2 - n_1).$$

Jeżeli powyższa różnica okaże się liczbą całkowitą z częścią ułamkową, to różnica faz długości fali jest równa tylko części ułamkowej, gdyż operacja przesunięcia dwóch fal o całkowitą liczbę długości fali nie prowadzi do wystąpienia różnicy faz między falami. Różnica faz odpowiadająca 0,5 długości fali oznacza, że są one dokładnie w przeciwnej fazie.

Podobnie, jak w przypadku fal dźwiękowych, różnica faz między dwiema falami świetlnymi, które w chwili początkowej różniły się fazami, może ulec zmianie, jeżeli fale te do punktu spotkania będą biec po drogach o różnej długości. Jeśli oznaczymy przez ΔL różnicę dróg, to dla

$$\frac{\Delta L}{\lambda} = 0, 1, 2, \dots$$

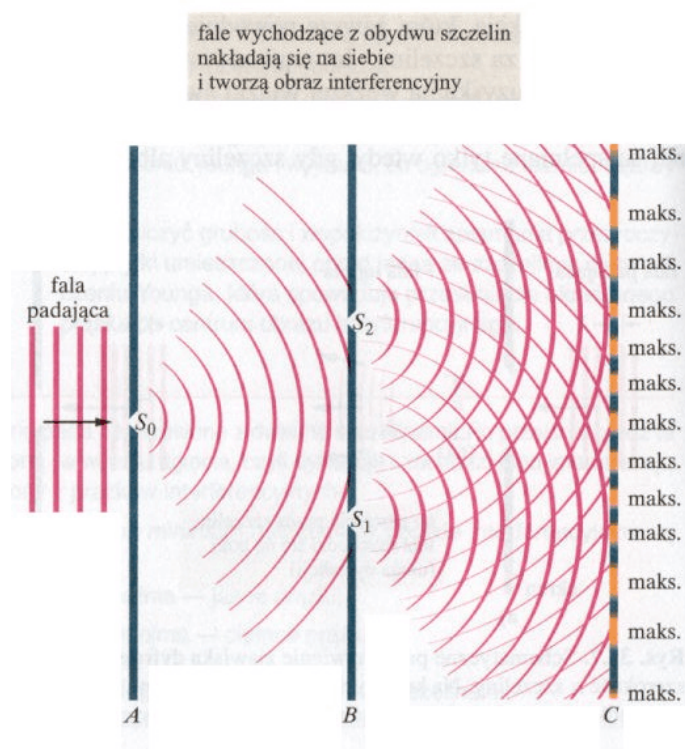
mamy interferencję w pełni konstruktywną, a dla

$$\frac{\Delta L}{\lambda} = 0,5, 1,5, 2,5, \dots$$

– interferencję w pełni destruktywną. Inne wartości odpowiadają pośrednim stopniom interferencji, a więc pośredniemu natężeniu światła.

33.2. Doświadczenie interferencyjne Younga

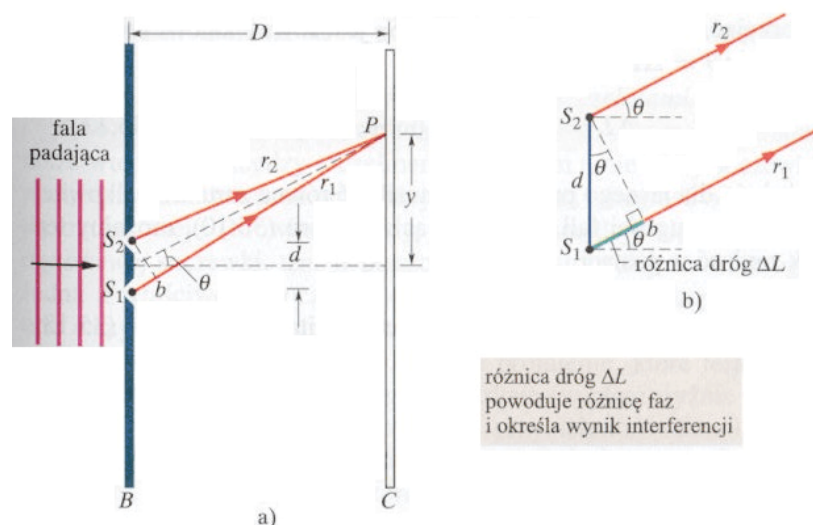
W doświadczeniu Younga światło przepuszczone przez szczelinę pada na przesłonę z dwiema szczelinami. Po przejściu przez te szczeliny światło rozprzestrzenia się w całym obszarze za przesłoną (w wyniku ugięcia, czyli dyfrakcji) i zachodzi jego interferencja (zob. rys. 33.1). Na umieszczonym dalej ekranie można obserwować obraz złożony z prążków interferencyjnych.



Rys. 33.1. Doświadczenie Younga

Chcemy dowiedzieć się, co określa ściśle położenie tych prążków. W tym celu rozważmy układ doświadczalny przedstawiony na rys. 33.2. Płaska fala światła monochromatycznego pada na dwie szczeliny S_1 i S_2 w ekranie B . Światło ugina się na szczelinach i na ekranie C powstaje obraz interferencyjny. Przez punkt leżący w połowie odległości między szczelinami na ekranie B prowadzimy prostą prostopadłą do powierzchni ekranu C , która będzie nam służyć jako oś odniesienia. Wybieramy dowolny punkt P . Na ekranie, którego położenie wyznacza kąt θ . Do tego punktu dociera fala reprezentowana przez promień r_1 wychodząca z dolnej szczeliny i fala reprezentowana przez promień r_2 wychodzący z górnej szczeliny.

W chwili przechodzenia przez szczeliny obie fale świetlne mają takie same fazy, gdyż są częściami tej samej fali padającej. Po przejściu przez szczeliny muszą przebyć różne drogi, by osiągnąć punkt P . Różnica długości dróg ΔL przebytych przez fale powoduje zmianę różnicy faz. Jeżeli różnica przebytych przez nie dróg jest równa zeru lub jest całkowitą wielokrotnością ich długości fali, to w punkcie spotkania mają one dokładnie takie same fazy i ich interferencja w tym punkcie jest w pełni konstruktywna (występuje jasny prążek).



Rys. 33.2. Analiza doświadczenia Younga

Położenie każdego jasnego i ciemnego prążka możemy określić podając kąt θ względem osi układu. Aby wyznaczyć ten kąt, musimy go powiązać z różnicą dróg ΔL , która jest równa odległości między punktami S_1 i b (zob. rys. 33.2). Jeżeli przyjmiemy, że odległość D od szczelin do ekranu jest znacznie większa od odległości między szczelinami d , to możemy uznać, że promienie r_1 i r_2 są równoległe i tworzą kąt θ z osią (zob. rys. 33.2 b)). Możemy również w przybliżeniu potraktować trójkąt o wierzchołkach S_1 , S_2 i b jak trójkąt prostokątny. Wówczas

$$\Delta L = d \sin \theta.$$

Dla jasnego prążka wartość ΔL musi być równa zero lub być całkowitą wielokrotnością długości fali, czyli mamy

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Dla prążków ciemnych odpowiedni warunek ma postać

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Z podanych wzorów możemy znaleźć kąt θ dla dowolnego prążka, a tym samym określić jego położenie. Na przykład dla $m = 2$ z pierwszego wzoru wynika, że jasne prążki występują dla kąta

$$\theta = \arcsin\left(\frac{2\lambda}{d}\right)$$

powyżej i poniżej osi.

33.3. Natężenie światła w obrazie interferencyjnym

Jeżeli dwie fale świetlne spotykają się w pewnym punkcie, to mogą w sposób widoczny interferować ze sobą pod warunkiem, że różnica faz między nimi nie zmienia się wraz z czasem, tzn.

fale te muszą być spójne. Jeżeli w doświadczeniu Younga obydwie fale mają jednakowe natężenie I_0 , to wypadkowe natężenie fali I w miejscu ekranu obserwacyjnego można obliczyć ze wzoru (pomijamy wyprowadzenie tego wzoru)

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2},$$

gdzie

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta,$$

θ oznacza kąt pomiędzy promieniami i osią układu, d – odległość między szczelinami, a λ oznacza długość fali.

Zadania

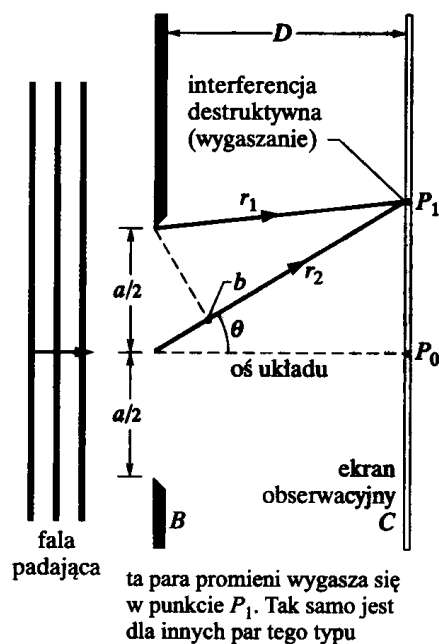
1. Załóżmy, że dwie fale mają długość 400 nm i że ich fazy są początkowo zgodne. Jedna z fal przechodzi przez warstwę ze szkła o współczynniku załamania światła $n_1 = 1,60$ i grubości L , a druga przez warstwę plastiku o takiej samej grubości i współczynniku załamania światła $n_2 = 1,50$.
 - a) Jaka jest najmniejsza wartość L , przy której różnica faz między obiema falami, po ich przejściu przez warstwy, będzie równa 5,65 rad?
 - b) Załóżmy, że obydwie fale mają jednakowe amplitudy i spotykają się w pewnym punkcie. Czy ich interferencja będzie w pełni konstruktywna, w pełni destruktywna, pośrednia, ale bliższa konstruktywnej, czy pośrednia, ale bliższa destruktywnej?
2. W wyniku pomiaru stwierdzono, że w pewnej cieczy żółte światło (z lampy sodowej) rozchodzi się z prędkością $1,92 \cdot 10^8$ m/s. Ile wynosi współczynnik załamania światła dla tej cieczy?
3. W doświadczeniu Younga żółte światło sodowe ($\lambda = 589$ nm) tworzy obraz interferencyjny, w którym odległość kątowna prążków wynosi $3,5 \cdot 10^{-3}$ rad. Jaką długość fali musi mieć światło, aby w tym samym układzie doświadczalnym odległość kątowna między prążkami była o 10 % większa?
4. Dwa źródła punktowe odległe od siebie o 2 m emitują fale radiowe o długości fali $\lambda = 0,5$ m i zgodnych fazach. Wokół źródeł, w płaszczyźnie zawierającej oba źródła, po torze kołowym porusza się detektor. Ile maksimum wykrywa ten detektor?
5. Dwie fale o takiej samej częstotliwości mają amplitudy odpowiednio 1 i 2. Fale interferują ze sobą w punkcie, w którym różnica ich faz wynosi 60° . Ile wynosi amplituda fali wypadkowej?

34.1. Dyfrakcja na pojedynczej szczelinie

Fale, napotykając krawędź, przeszkodę lub otwór o rozmiarach porównywalnych z długością fali, rozchodzą się w szerokim zakresie kierunków i zaczynają ze sobą interferować. Interferencję taką nazywamy dyfrakcją.

Fale, po przejściu przez długą wąską szczelinę o szerokości a , tworzą na ekranie obserwacyjnym obraz dyfrakcyjny pojedynczej szczeliny, w którym można wyróżnić maksimum centralne i maksima boczne. Maksima są rozdzielone minimami, których położenia są wyznaczone względem osi układu przez kąty θ . Maksima znajdują się w przybliżeniu w połowie drogi między minimami.

Rozważmy układ przedstawiony na rys. 34.1. W świetle ugiętym docierającym do ekranu C fale pochodzące z różnych punktów szczeliny interferują ze sobą i wytwarzają na ekranie obraz dyfrakcyjny złożony z jasnych i ciemnych prążków. Podzielmy szczelinę na dwie strefy o jednakowej szerokości $a/2$. Z najwyższego punktu górnej strefy prowadzimy do punktu P_1 promień r_1 oraz z najwyższego punktu dolnej strefy promień r_2 . Wytyczamy oś przechodząc przez środek szczeliny i ekran obserwacyjny C . Położenie punktu P_1 względem tej osi jest określone przez kąt θ .



Rys. 34.1. Interferencja fal ze skrajnych punktów dwóch stref

W obszarze szczeliny fale, którym odpowiada para promieni r_1 i r_2 mają zgodne fazy, bo ich źródłem jest to samo czoło fali przechodzącej przez całą szerokość szczeliny. Aby w punkcie P_1 powstał ciemny prążek, różnica ich faz po osiągnięciu przez nie tego punktu musi odpowiadać połowie długości fali, czyli $\lambda / 2$. Ta różnica faz musi wynikać z różnicy przebytych dróg. Aby ustalić różnicę dróg, na promieniu r_2 znajdujemy taki punkt b , że odległość między tym punktem i punktem P_1 jest taka sama, jak droga fali wtórnej r_1 .

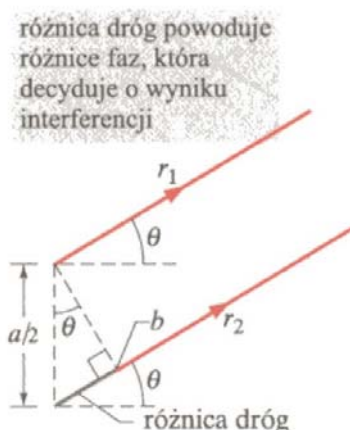
Jeżeli ekran obserwacyjny jest umieszczony w odległości D dużo większej niż szerokość szczeliny, to możemy przyjąć, że promienie r_1 i r_2 są w przybliżeniu równoległe. Różnica dróg jest wówczas równa $(a / 2) \sin \theta$ (zob. rys. 34.2). Przyrównując tę różnicę dróg do $\lambda / 2$ (co jest warunkiem występowania pierwszego ciemnego prążka) otrzymamy

$$\frac{a}{2} \sin \theta = \frac{\lambda}{2},$$

czyli

$$a \sin \theta = \lambda.$$

Dla zadanych szerokości szczeliny a i długości fali λ wzór ten określa kąt θ , pod jakim powyżej i poniżej osi (co wynika z symetrii) występuje pierwszy ciemny prążek.



Rys. 34.2. Analiza biegu promieni

Położenie drugiego ciemnego prążka otrzymamy w podobny sposób z tą różnicą, że całą szerokość szczeliny należy podzielić na cztery równe strefy o szerokościach $a / 4$. Otrzymamy wówczas zależność

$$a \sin \theta = 2\lambda.$$

Postępując analogicznie dalej otrzymamy ogólny wzór na położenie ciemnych prążków powyżej i poniżej osi postaci

$$a \sin \theta = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Ze wzoru tego wynika, że w wyniku dyfrakcji na pojedynczej szczelinie ciemne prążki powstają tam, gdzie różnice dróg ($a \sin \theta$) między skrajnymi promieniami wychodzącymi ze szczeliny są równe $\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$

Natężenie w punkcie obrazu dyfrakcyjnego wyznaczonym przez dowolny kąt θ jest równe

$$I(\theta) = I_m \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right),$$

gdzie I_m oznacza natężenie w środku obrazu, a parametr α jest dany wzorem

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta.$$

Wyprowadzenie tego wzoru pomijamy.

34.2. Dyfrakcja na otworze kołowym

Dyfrakcja na otworze kołowym (np. soczewce) prowadzi do obrazu dyfrakcyjnego złożonego z maksimum centralnego otoczonego koncentrycznie maksimami i minimami. Położenie pierwszego minimum dane jest przez kąt θ określony wzorem

$$\sin \theta = 1,22 \frac{\lambda}{d}. \quad (34.1)$$

Fakt, że obrazy wytwarzane przez soczewkę są obrazami dyfrakcyjnymi jest ważny, gdy chcemy rozdzielić (rozdzielić) dwa odległe punktowe przedmioty, których odległość kątowna jest mała. Warunek rozdzielania, zwany kryterium Rayleigha, mówi, że odległość kątowna dwóch źródeł punktowych powinna być taka, że centralne maksimum obrazu dyfrakcyjnego jednego z nich przypada w miejscu, w którym w obrazie drugiego źródła przypada pierwsze minimum dyfrakcyjne. Ze wzoru (34.1) wynika, że jeśli dwa przedmioty są ledwie rozdzielane, to ich odległość kątowna θ_R (zgodnie z kryterium Rayleigha) jest równa

$$\theta_R = \arcsin \frac{1,22 \lambda}{d}.$$

Ponieważ kąty są małe, więc wartość $\sin \theta_R$ można zastąpić przez kąt θ_R (wyrażony w radianach) i wówczas mamy

$$\theta_R = 1,22 \frac{\lambda}{d}.$$

34.3. Dyfrakcja na dwóch szczelinach i siatki dyfrakcyjne

Fale przechodzące przez układ dwóch szczelin tworzą obraz będący wypadkową interferencji fal przechodzących przez różne szczeliny i dyfrakcji na każdej ze szczelin.

Jeżeli obydwie szczeliny mają taką samą szerokość a , a odległość między ich środkami wynosi d , to natężenie światła w obrazie w zależności od kąta θ mierzonego względem osi centralnej układu zmienia się zgodnie ze wzorem

$$I(\theta) = I_m (\cos^2 \beta) \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2,$$

gdzie I_m oznacza natężenie w środku obrazu, a parametry β i α dane są wzorami odpowiednio

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

i

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta.$$

Siatka dyfrakcyjna, którą tworzy układ równoległych szczelin, służy do rozdzielenia padającej fali na składowe różniące się długością fali. Składowe te są widoczne w obrazie dyfrakcyjnym w postaci maksimów dyfrakcyjnych. Dyfrakcja w układzie N szczelin powoduje powstanie maksimów (linii) dla kątów danych wzorem

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

gdzie θ oznacza kąt, pod jakim znajduje się punkt P względem osi siatki dyfrakcyjnej, a d oznacza odległość między szczelinami (wielkość ta nazywa się *stałą siatki*).

Dla siatki dyfrakcyjnej o wielu szczelinach maksima są bardzo wąskie i dlatego często nazywamy je *liniami*. Są one rozdzielone stosunkowo szerokimi obszarami ciemnymi. Szerokość połówkowa linii, czyli odległość kątowa między jej maksimum a punktem, w którym natężenie maleje do zera, jest dana wzorem

$$\Delta\theta_{1/2} = \frac{\lambda}{ND \cos \theta},$$

gdzie N oznacza liczbę szczelin, a d odległością między szczelinami. Zauważmy, że dla światła o stałej długości fali λ i przy zadanej stałej siatki d szerokość linii zmniejsza się wraz ze wzrostem liczby N szczelin.

Przydatność siatki dyfrakcyjnej do rozróżniania bliskich sobie długości fali światła jest określana przez jej *dyspersję kątową* zdefiniowaną wzorem

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda},$$

gdzie $\Delta\theta$ oznacza odległość kątową między dwiema liniami, których długości fali różnią się o $\Delta\lambda$. Im większa jest wartość D , tym większa jest odległość pomiędzy dwiema liniami, których długości fali różnią się o $\Delta\lambda$. Dyspersja kątowa siatki wiąże się z kątem θ zależnością

$$D = \frac{m}{d \cos \theta}.$$

Oznacza to, że aby uzyskać większą dyspersję, należy używać siatki o mniejszej stałej d (mniejszym odstepie między szczelinami siatki) i brać pod uwagę linie wyższego rzędu m .

Żeby rozdzielić linie, których długości fali są sobie bliskie (tzn. żeby linie były rozróżnialne), powinny one być możliwie jak najwęższe. Inaczej mówiąc: siatka powinna mieć dużą *zdolność rozdzielczą* R , która jest zdefiniowana jako

$$R = \frac{\lambda_{sr}}{\Delta\lambda},$$

gdzie λ_{sr} oznacza średnią długość fali dwóch linii, które są ledwo rozpoznawalne jako rozdzielone pojedyncze linie, a $\Delta\lambda$ – różnicę ich długości fali. Im większa jest wartość R , tym bliżej

siebie mogą być dwie linie, które siatka będzie w stanie rozdzielić. Zdolność rozdzielcza siatki dyfrakcyjnej może też być opisana wzorem

$$R = Nm.$$

Oznacza to, że dużą zdolność rozdzielczą ma siatka o dużej liczbie szczelin.

Zadania

- Ekran obserwacyjny znajduje się w odległości 40 cm od szczeliny, na którą pada światło o długości fali 550 nm. Odległość zmierzona na ekranie między pierwszym i piątym minimum w obrazie dyfrakcyjnym tej szczeliny jest równa 0,35 mm.
 - Wyznaczyć szerokość szczeliny.
 - Obliczyć kąt θ dla pierwszego minimum dyfrakcyjnego.
- Fala płaska o długości 590 nm pada na szczelinę o szerokości $a = 0,4$ mm. Między szczeliną i ekranem obserwacyjnym jest umieszczona cienka soczewka skupiająca o ogniskowej +70 cm, która skupia światło na ekranie.
 - Jak daleko od soczewki znajduje się ekran?
 - Ile wynosi odległość między środkiem i pierwszym minimum obrazu dyfrakcyjnego obserwowanego na ekranie?
- Na pojedynczą szczelinę pada światło o długościach fali λ_a i λ_b , które są tak dobrane, że pierwsze minimum dyfrakcyjne dla składowej λ_a pokrywa się z drugim minimum dla składowej λ_b .
 - Jaka jest długość fali λ_a , jeśli $\lambda_b = 350$ nm?
Dla którego rzędu m_b (jeżeli w ogóle to możliwe) minimum dla fali λ_b pokryje się z minimum dla fali λ_a rzędu
 - $m_a = 2$,
 - $m_a = 3$?
- Światło o długości fali 633 nm pada na wąską szczelinę. Kąt między pierwszymi minimami dyfrakcyjnymi po obu stronach centralnego maksimum jest równy $1,2^\circ$. Ile wynosi szerokość tej szczeliny?
- Sferyczne ziarenka czerwonego piasku mają średnicę $50 \mu\text{m}$ i odbijają światło o długości 650 nm. Załóżmy, że rozdzielczość wzroku obserwatora jest ograniczona wyłącznie przez dyfrakcję oraz że średnica źrenicy oka wynosi 1,5 mm.
 - W jakiej odległości od obserwatora muszą znaleźć się ziarenka, aby obserwator ledwie je rozróżniał?
Założmy, że ziarenka są koloru niebieskiego i odbijają światło o długości fali 400 nm.
 - Czy odległość, o którą pytano w punkcie a) zwiększy się, czy zmniejszy?
- Oszacować odległość liniową dzielącą dwa obiekty na Marsie, które w idealnych warunkach obserwacyjnych mogą być rozróżnione przez obserwatora na Ziemi
 - patrzącego nieuzbrojonym (gołym) okiem,
 - korzystającego z 200-calowego (= 5,1 m) teleskopu.Przyjąć następujące dane: odległość do Marsa = $8 \cdot 10^7$ km, średnica źrenicy oka = 5 mm, długość fali światła = 550 nm.

7. W doświadczeniu dyfrakcyjnym z dwiema szczelinami odległość d między szczelinami jest dwa razy większa niż szerokości szczeliny w . Ile jasnych prążków znajduje się pod obwiednią centralnego maksimum dyfrakcyjnego?
8. Siatka dyfrakcyjna o szerokości 20 mm ma 6000 szczelin. Na siatkę pada prostopadle światło o długości fali 589 nm. Obliczyć:
 - a) największą,
 - b) drugą pod względem wielkości,
 - c) trzecią pod względem wielkości wartość kąta θ wyznaczającego położenie maksimum na odległym ekranie obserwacyjnym.
9. Źródło zawierające mieszaninę atomów wodoru i deuteru emituje światło czerwone o dwóch długościach fali, które różnią się o 0,18 nm i których wartość średnia jest równa 656,3 nm. Wyznaczyć najmniejszą liczbę szczelin, jaką musi mieć siatka, która będzie rozdzielać te linie w widmie pierwszego rzędu.
10. Siatka dyfrakcyjna ma 1000 szczelin / cm i szerokość 2 cm. Ile wynosi najmniejsza różnica długości fali, którą ta siatka może rozdzielić w drugim rzędzie, jeżeli długość fali światła padającego wynosi 600 nm?