Fizyka

wykład 8

zadania

str. 183 zad. 4
Ad. a)
W zadaniu mamy dany opór $R = 12\ \Omega$ i opór zastępczy $R_{rw} = 3\ \Omega$. Oznaczając drugi opór przez r, na podstawie wzoru (zo. wykład 8 str. 180)

$$\frac{1}{R_{rw}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r}$$

mamy

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R_{rw}} - \frac{1}{R}.$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4},$$

czyli $r = 4\ \Omega$.
Ad. b)
Przy połączeniu szeregowym opór wynikowy zwiększa się, więc oporniki trzeba połączyć równolegle.

str. 183 zad. 5
Siła elektromotoryczna źródła jest określona wzorem (zob. wykład 8 wzór (25.2))

$$\mathcal{E} = I \cdot R,$$

skąd

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}. \qquad (1)$$

Na opór R składają się cztery oporniki o oporze r połączone równolegle, czyli mamy

$$\frac{1}{R} = 4 \cdot \frac{1}{r},$$

skąd

$$R = \frac{r}{4}.$$

Po podstawieniu tej zależności do wzoru (1) otrzymujemy

$$I = \frac{\mathcal{E}}{\frac{r}{4}} = \frac{4\mathcal{E}}{r}.$$

Uwzględniając dane mamy

$$I = \frac{4 \cdot 25}{18} \approx 5{,}56 \text{ A}.$$

str. 183 zad. 6
Ad. a)
Zgodnie z drugim prawem Kirchhoffa mamy (zob. wykład 8 str. 177 – 178)

$$\mathcal{E}_2 - I_1 R_1 = 0,$$

skąd

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_2}{R_1}$$

i po podstawieniu danych otrzymujemy

$$I_1 = \frac{5}{100} = 0{,}05 \text{ A}.$$

Ad. b)
Na podstawie drugiego prawa Kirchhoffa tym razem mamy

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 + I_2 R_2 = 0,$$

skąd

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1}{R_2}.$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy

$$I_2 = \frac{5 + 4 - 6}{50} = \frac{3}{50} = 0{,}06 \text{ A}.$$

Ad. c)
Suma różnic potencjałów jest równa przyłożonej różnicy potencjałów, czyli

$$U_{ab} = U_2 + \mathcal{E}_1 = I_2 R_2 + \mathcal{E}_1.$$

Uwzględniając wynik otrzymany w p. b) i pozostałe dane otrzymujemy

$$U_{ab} = 0{,}06 \cdot 50 + 6 = 9 \text{ V}.$$

str. 184 zad. 8
Po czasie $t = \tau = RC$ kondensator ładuje się w 63%, bo (zob. wykład 8 wzór (25.11))

$$q = C\mathcal{E}(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}) = C\mathcal{E}(1 - \mathrm{e}^{-\frac{\tau}{\tau}}) = C\mathcal{E}(1 - \mathrm{e}^{-1}) = 0{,}63C\mathcal{E}.$$

W zadaniu należy wyznaczyć wartość k tak, by $t = k\tau$. Mamy

$$1 - \mathrm{e}^{-\frac{k\tau}{\tau}} = 0{,}99,$$

czyli

$$-\,e^{-k} = -0{,}01,$$

tj.

$$e^{-k} = 0{,}01.$$

Po logarytmowaniu otrzymujemy

$$\ln e^{-k} = \ln 0{,}01,$$
$$-\,k \ln e = \ln 0{,}01,$$
$$-\,k = \ln 0{,}01,$$

bo ln e = 1. Ponieważ (z tablic logarytmicznych) ln 0,01 $\approx -4{,}6$, więc $k \approx 4{,}6$.

str. 189 zad. 1
W zadaniu danymi są: $\varphi = 23°$ (kąt ruchu protonu do kierunku wektora indukcji), $B = 2{,}6$ mT $= 2{,}6 \cdot 10^{-3}$ T (wartość indukcji magnetycznej), $F_B = 6{,}5 \cdot 10^{-17}$ N (wartość siły magnetycznej).
Ad. a)
Z wzoru (zob. wykład 8 str. 185)

$$F_B = |\,q\,| vB \sin\varphi$$

mamy

$$v = \frac{F_B}{|\,q\,| B \sin\varphi}, \tag{2}$$

gdzie $q = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C oznacza ładunek protonu. Po podstawieniu danych do wzoru (2) otrzymujemy

$$v = \frac{6{,}5 \cdot 10^{-17}}{1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 2{,}6 \cdot 10^{-3} \cdot \sin 23°} \approx \frac{6{,}5 \cdot 10^{5}}{4{,}1652 \cdot 0{,}3907}$$
$$\approx 3{,}99 \cdot 10^{5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 399 \cdot 10^{3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 400\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}.$$

Ad. b)
Wartość energii kinetycznej określa wzór

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2,$$

przy czym przy użyciu jednostek układu SI energia ta jest określona w dżulach (J). Masa protonu wynosi $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg. Uwzględniając prędkość obliczoną w p. a), z powyższego wzoru otrzymujemy

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot (400 \cdot 10^{3})^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot (4 \cdot 10^{5})^2$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 1{,}67 \cdot 16 \cdot 10^{-17} = 13{,}36 \cdot 10^{-17}\ \mathrm{J}.$$

Ponieważ 1 eV = 1,602 · 10^{-19} J, więc z proporcji

$$1\,\text{eV} - 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$
$$x\,\text{eV} - 13{,}36 \cdot 10^{-17}\ \text{J}$$

mamy

$$1{,}602 \cdot 10^{-19} x = 13{,}36 \cdot 10^{-17},$$

skąd

$$x = \frac{13{,}36 \cdot 10^{-17}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}} \approx 8{,}34 \cdot 10^{2} = 834\ \text{eV}.$$

str. 190 zad. 5

Z wzoru (zob. wykład 8 wzór (26.2))

$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$$

mamy

$$F_B = ILB \sin \varphi. \tag{3}$$

Ad. a)

W zadaniu mamy dane: I = 5000 A = 5 · 10^3 A, L = 100 m = 10^2 m, B = 60 μT = 60 · 10^{-6} T = 6 · 10^{-5} T, φ = 70°. Po podstawieniu tych danych do wzoru (3) otrzymujemy

$$F_B = 10^2 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-5} \cdot \sin 70° = 30 \cdot \sin 70° \approx 28{,}2\ \text{N}.$$

Ad. b)

Zgodnie z regułą prawej dłoni, jeżeli palce skierujemy w kierunku wektora $\vec{B}$ i po ich zgięciu otrzymamy kierunek wektora $\vec{L}$, to kciuk wskaże nam kierunek wektora $\vec{F}_B$. W zadaniu oznacza to, że siła magnetyczna będzie skierowana poziomo na zachód.

str. 192 zad. 3

Zgodnie z wzorem podanym w p. 27.2 (zob. wykład 8 str. 192), siła magnetyczna działająca na przewodnik 2 wskutek przepływu prądu w przewodniku 1 jest równa

$$F_{12} = \frac{\mu_0 L I_1 I_2}{2\pi d},$$

skąd (wyznaczamy wartość siły działającej na przewód 2 na odcinek o długości L)

$$\frac{F_{12}}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}, \tag{4}$$

gdzie μ_0 = 1,26 · 10^{-6} T · m/A oznacza przenikalność magnetyczną próżni, a $d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$ (z trójkąta prostokątnego). Ponieważ d_1 = 2,4 cm = 0,024 m., d_2 = 5 cm, I_1 = 4 mA = 4 · 10^{-3} A, I_2 = 6, 8 mA = 6,8 · 10^{-3} A, więc po podstawieniu tych danych do wzoru (4) otrzymujemy

$$F_{12} = \frac{1{,}26 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 6{,}8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot \sqrt{(0{,}024)^2 + (0{,}05)^2}} \approx \frac{34{,}272}{0{,}3482} \approx 98{,}4 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

Składowa tej siły w kierunku osi x jest równa

$$F_x = F_{12} \cos\alpha,$$

gdzie

$$\cos\alpha = \frac{d_2}{d}.$$

Zatem

$$F_x = F_{12} \frac{d_2}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2}}$$

i po podstawieniu danych otrzymujemy

$$F_x \approx 98{,}4 \cdot 10^{-12} \frac{0{,}05}{0{,}0555} = 98{,}4 \cdot 0{,}9015 \cdot 10^{-12} \approx 88{,}7 \frac{\text{pN}}{\text{m}}.$$

str. 202 zad. 6

Ad. a)

Po zamknięciu klucza każda cewka będzie przeciwdziałał zmianie natężenia płynącego przez nią prądu. Ponieważ przed zamknięciem klucza natężenie prądu w każdej z cewek jest równe zeru, więc będzie tak chwilę później, a więc każda z cewek jest przerwą w obwodzie. Mamy zatem obwód z jednym oczkiem. Z drugiego prawa Kirchhoffa mamy

$$\mathcal{E} - IR = 0,$$

skąd

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

i po podstawieniu danych otrzymujemy

$$I = \frac{18}{9} = 2 \text{ A}.$$

str. 206 zad. 1

Danymi w zadaniu są: L = 75 mH = 75 · 10^{-3} H, C = 3,6 μF = 3,6 · 10^{-6} F, $q_{\max}$ = 2,9 μC = 2,9 · 10−6 C.

Ad. a)

Całkowita energia składa się z energii magnetycznej cewki i energii elektrycznej kondensatora, czyli (zob. wykład 8 wzory (29.2) i (29.1))

$$E = E_B + E_E = \frac{LI^2}{2} + \frac{q^2}{2C}. \tag{5}$$

Ale (zob. wykład 8 wzory (29.4), (29.5) i (29.6))

$$q = q_{\max} \cos(\omega t + \varphi),$$

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega q_{\max} \sin(\omega t + \varphi),$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Po podstawieniu tych zależności do wzoru (5) mamy

$$E = \frac{L\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} q_{\max} \sin(\omega t + \varphi)\right)^2}{2} + \frac{(q_{\max} \cos(\omega t + \varphi)}{2C}$$

$$= \frac{q_{\max}^2 \sin^2(\omega t + \varphi)}{2C} + \frac{q_{\max}^2 \cos^2(\omega t + \varphi)}{2C} = \frac{q_{\max}^2}{2C}.$$

Uwzględniając dane otrzymujemy

$$E = \frac{(2{,}9 \cdot 10^{-6})^2}{2 \cdot 3{,}6 \cdot 10^{-6}} = \frac{8{,}41}{7{,}2} \cdot 10^{-6} \approx 1{,}17\ \mu\mathrm{J}.$$

Ad. b)
Mamy (zob. wykład 8 str. 204)

$$I_{\max} = \omega q_{\max} = \frac{1}{\sqrt{LC}} q_{\max}.$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy

$$I_{\max} = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{75 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}6 \cdot 10^{-6}}} \approx 5{,}58\ \mathrm{mA}.$$