Fizyka

wykład 3

zadania

str. 68 zad. 2
Ad a)
Z wzoru

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

otrzymujemy

$$t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha}. \tag{1}$$

W zadaniu mamy: $\omega = 0\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $\omega_0 = 12{,}6\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ i $\alpha = -4{,}2\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ (znak „minus", bo bęben zwalnia). Po podstawieniu tych danych do wzoru (1) otrzymujemy

$$t = \frac{0 - 12{,}6}{-4{,}2} = 3\ \text{s}.$$

Ad b)
Korzystamy z wzoru

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2, \tag{2}$$

gdzie $\theta_0 = 0\ \text{rad}$, $\omega_0 = 12{,}6\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $\alpha = -4{,}2\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ i $t = 3\ \text{s}$ (na podstawie p. a)). Zatem

$$\theta = 12{,}6 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 4{,}2 \cdot 3^2 = 37{,}8 - 18{,}9 = 18{,}9\ \text{rad}.$$

str. 68 – 69 zad. 3
W zadaniu mamy: $\omega = 0\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $\omega_0 = 120\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ i $\alpha = -4\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$.
Ad a)
Po podstawieniu danych do wzoru (1) otrzymujemy

$$t = \frac{0 - 120}{-4} = 30\ \text{s}.$$

Ad b)
Uwzględniając dane występujące w zadaniu, ze wzoru (2) otrzymujemy

$$\theta = 120 \cdot 30 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 30^2 = 3600 - 1800 = 1{,}8 \cdot 10^3\ \text{rad}.$$

str. 69 zad. 6
Ad a)

$$\omega = 200\,\frac{\text{obrotów}}{\text{min}} = \frac{200 \cdot 2 \cdot 3{,}14}{60}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} \approx 20{,}9\,\frac{\text{rad}}{\text{s}},$$

bo 1 obrót = 2π rad.
Ad b)
Ponieważ $2r$ = 1, 2 m, więc r = 0,6 m. Uwzględniając wynik otrzymany w p. a) i korzystając z wzoru

$$v = \omega r$$

mamy

$$v = 20{,}9 \cdot 0{,}6 \approx 12{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Ad c)
W zadaniu mamy: $\omega_0 = 200\,\dfrac{\text{obrotów}}{\text{min}}$, $\omega = 1000\,\dfrac{\text{obrotów}}{\text{min}}$, $t = 60\text{ s} = 1\text{ min}.$ Z wzoru

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

wynika, że

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

i po podstawieniu danych otrzymujemy

$$\alpha = \frac{1000 - 200}{1} = 800\,\frac{\text{obrotów}}{\text{min}^2}.$$

str. 69 zad. 8
Wspólnymi danymi do p. a) i b) są $m = 1{,}25\text{ kg}$ i $\omega = 235\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$. W obu punktach korzystamy z wzoru

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2, \tag{3}$$

w którym moment bezwładności I dla walca wynosi (zob. rys. 9.3 z wykładu 3)

$$I = \frac{1}{2} m R^2.$$

Po podstawieniu tej zależności do wzoru (3) mamy

$$E_k = \frac{1}{4} m R^2 \omega^2. \tag{4}$$

Ad a)
Uwzględniając, że R = 0,25 m oraz podane wartości m i ω, z wzoru (4) otrzymujemy

$$E_k = \frac{1}{4} \cdot 1{,}25 \cdot (0{,}25)^2 \cdot 235^2 \approx 1078{,}6\text{ J} \approx 1{,}1\text{ kJ}.$$

Ad b)
Teraz $R = 0{,}75$ m i podstawiając wszystkie dane do wzoru (4) mamy

$$E_k = \frac{1}{4} \cdot 1{,}25 \cdot (0{,}75)^2 \cdot 235^2 \approx 9707{,}5\ \mathrm{J} \approx 9{,}7\ \mathrm{kJ}.$$

str. 69 zad. 9
W zadaniu mamy podane $m = 0{,}56$ kg i $L = 1$ m. Moment bezwładności cienkiego pręta jest równy (zob. rys. 9.3 z wykładu 3)

$$I_{SM} = \frac{1}{12} mL^2. \tag{5}$$

Z twierdzenia Steinera mamy

$$I = I_{SM} + mh^2, \tag{6}$$

gdzie h oznacza odległość osi obrotu od osi przechodzącej przez środek masy. Po podstawieniu zależności (5) do wzoru (6) mamy

$$I = \frac{1}{12} mL^2 + mh^2 = m\left(\frac{1}{12} L^2 + h^2\right). \tag{7}$$

Kreska oznaczona na przymiarze jako 20 cm znajduje się w odległości $h = 30$ cm $= 0{,}3$ m od osi obrotu. Zatem po uwzględnieniu danych z wzoru (7) otrzymujemy

$$I = 0{,}56 \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot 1^2 + (0{,}3)^2\right) \approx 0{,}097\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2.$$

str. 69 zad. 12
Z wzoru

$$P = M\omega$$

otrzymujemy

$$M = \frac{P}{\omega}.$$

W zadaniu mamy $P = 100$ KM $= 74{,}6$ kW $= 74{,}6 \cdot 10^3$ W, przy czym $[\mathrm{W}] = \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}\right] = \left[\frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^3}\right]$.

Ponadto $\omega = 1800 \dfrac{\text{obrotów}}{\text{min}} = \dfrac{1800 \cdot 2\pi}{60} \dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \approx 188{,}4 \dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$. Zatem

$$M = \frac{74{,}6 \cdot 10^3}{188{,}4} \approx 0{,}396 \cdot 10^3 = 396\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m},$$

bo

$$\left[\frac{\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^3}}{\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}}\right]=\left[\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}\right]=\left[\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\mathrm{m}\right]=[\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}].$$

str. 77 zad. 3

Oznaczmy $M = 1000$ kg oraz $m = 10$ kg. Energia kinetyczna toczącego się koła jest równa składa się z energii kinetycznej ruchu obrotowego i energii kinetycznej ruchu postępowego, czyli

$$E_k = \frac{1}{2} I_{SM} \omega^2 + \frac{1}{2} m v_{SM}^2 .$$

Mamy

$$\omega = \frac{v_{SM}}{R},$$

gdzie R oznacza promień koła, a ponadto (zob. rys. 9.3. z wykładu 3)

$$I_{SM} = mR^2 .$$

Zatem

$$E_k = \frac{1}{2} mR^2 \frac{v_{SM}^2}{R^2} + \frac{1}{2} m v_{SM}^2 = m v_{SM}^2 .$$

Energię kinetyczną E_{ko} ruchu obrotowego zawiera pierwszy człon, a więc

$$E_{ko} = \frac{1}{2} m v_{SM}^2 .$$

Ponieważ mamy cztery koła, więc energia kinetyczna ich ruchu obrotowego jest równa

$$4E_{ko} = 2m v_{SM}^2 .$$

Energia kinetyczna całego pojazdu wynosi

$$E_k' = \frac{1}{2} M v_{SM}^2 .$$

Stąd szukany ułamek jest równy

$$\frac{4E_{ko}}{E_k'} = \frac{2m v_{SM}^2}{\frac{1}{2} M v_{SM}^2} = \frac{4m}{M} = \frac{4\cdot 10}{1000} = 0{,}04.$$

str. 79 zad. 11

W zadaniu danymi są: $\omega_1 = 1{,}2\,\frac{\text{obrotów}}{\mathrm{s}}$, $I_1 = 6\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$, $I_2 = 2\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$.

Ad a)

Z zasady zachowania momentu pędu wynika, że $\vec{L}_{pocz} = \vec{L}_{konc}$. Ale $L = I\omega$, czyli

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2\,,$$

skąd

$$\omega_2 = \frac{I_1\omega_1}{I_2}$$

i po podstawieniu danych mamy

$$\omega_2 = \frac{6\cdot 1{,}2}{2} = 3{,}6\,\frac{\text{obrotów}}{\text{s}}.$$

Ad b)
Wzór na energię kinetyczną w ruchu obrotowym jest następujący:

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2\,,$$

skąd

$$\frac{E_{k,\,konc}}{E_{k,\,pocz}} = \frac{\frac{1}{2}I_2\omega_2}{\frac{1}{2}I_1\omega_1} = \frac{I_2\omega_2}{I_1\omega_1}$$

i po podstawieniu danych otrzymujemy

$$\frac{E_{k,\,konc}}{E_{k,\,pocz}} = \frac{2\cdot(3{,}6)^2}{6\cdot(1{,}2)^2} = \frac{1}{3}\cdot 3^2 = 3.$$