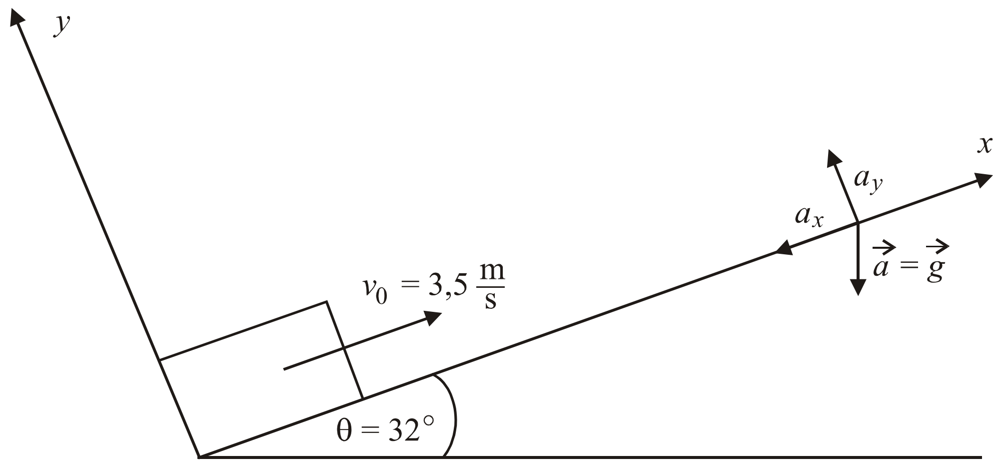
Fizyka

wykład 2

zadania

str. 37 zad. 5



Równania, które trzeba wziąć pod uwagę:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2,$$
$$v = v_0 + at. \tag{1}$$

Uwagi:
1. Brak składowej y.
2. Składowa a_x przyspieszenia ma kierunek w stronę ujemnych wartości x.

Ad a)
Z uwagi na kierunek składowej a_x przyspieszenia mamy

$$a_x = -g\sin\theta,$$

czyli

$$x = v_0 t - \frac{1}{2}g(\sin\theta)t^2. \tag{2}$$

W równaniu tym czas t jest nieznany. Można go jednak wyznaczyć z drugiego równania (1). Mamy bowiem

$$v = v_0 - g(\sin\theta)t,$$

a ponieważ $v = 0$, więc

$$v_0 - g(\sin\theta)t = 0,$$

skąd

$$t = \frac{v_0}{g \sin\theta}. \tag{3}$$

Podstawiając tę zależność do równania (2) otrzymujemy

$$x = v_0 \frac{v_0}{g\sin\theta} - \frac{1}{2} g(\sin\theta) \frac{v_0^2}{g^2 \sin^2\theta}$$
$$= \frac{v_0^2}{g\sin\theta} - \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g\sin\theta} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g\sin\theta}.$$

Po podstawieniu danych mamy

$$x = \frac{1}{2}\frac{3{,}5^2}{9{,}8\cdot\sin 32^\circ} \approx \frac{12{,}25}{19{,}6\cdot 0{,}53} \approx 1{,}18 \text{ m}.$$

Ad b)
Podstawiając dane do równania (3) otrzymujemy

$$t = \frac{3{,}5}{9{,}8\cdot\sin 32^\circ} \approx \frac{3{,}5}{9{,}8\cdot 0{,}53} \approx 0{,}67 \text{ s}.$$

Ad c)
Odpowiedź jest natychmiastowa:

$$v = v_0 = 3{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

str. 38 zad. 10

Dane: $v_t = 160\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, $v_t' = 310\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Należy skorzystać z wzoru

$$v_t = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho S}}, \tag{4}$$

gdzie F_g oznacza siłę ciężkości, C – współczynnik oporu (wyznaczony doświadczalnie), ρ – gęstość, a S – pole przekroju prostopadłego do kierunku wektora prędkości. Wzór (4) zachodzi także dla prędkości v_t', czyli mamy

$$v_t' = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho S'}}. \tag{5}$$

Z wzoru (4) otrzymujemy

$$S = \frac{v_t^2 C\rho}{2F_g},$$

a z wzoru (5) –

$$S' = \frac{(v_t')^2 C\rho}{2F_g}.$$

Stąd

$$\frac{S}{S'} = \frac{v_t^2}{(v_t')^2}$$

i po podstawieniu danych otrzymujemy

$$\frac{S}{S'} = \frac{160^2}{310^2} = \frac{25600}{96100} \approx 0{,}27.$$

str. 38 zad. 12

Siły tarcia statycznego i dośrodkowa muszą równoważyć się, czyli

$$\mu_s mg = m\frac{v^2}{R},$$

gdzie μ_s oznacza współczynnik tarcia statycznego, *mg* – wartość siły normalnej (masa razy przyspieszenie ziemskie), *v* – prędkość ciała w ruchu po okręgu, a *R* – promień okręgu. Stąd

$$R = \frac{v^2}{\mu_s g}$$

i po podstawieniu danych mamy (prędkość należy wyrazić w m/s)

$$R = \frac{\left(\frac{29\cdot 10^3}{3{,}6\cdot 10^3}\right)}{0{,}32\cdot 9{,}8} = \frac{841}{12{,}96\cdot 0{,}32\cdot 9{,}8} \approx 20{,}7\ \text{m}.$$

str. 44 zad. 2

Dane: $m = 2{,}9\cdot 10^5$ kg, $v = 11{,}2\ \frac{\text{km}}{\text{s}} = 11{,}2\cdot 10^3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Korzystamy z wzoru na energię kinetyczną, tj.

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2.$$

Po podstawieniu danych mamy

$$E_k = \frac{1}{2}\cdot 2{,}9\cdot 10^5\cdot (11{,}2)^2\cdot 10^6 = 1{,}45\cdot 125{,}44\cdot 10^{11} \approx 1{,}8\cdot 10^{13}\ \text{J}.$$

str. 44 zad. 5

Dane: $m = 72$ kg, $h = 15$ m, $a = \frac{g}{10}$, gdzie *g* oznacza przyspieszenie ziemskie. Przyrost energii kinetycznej jest równy pracy wykonanej przez siłę zewnętrzną i przez siłę grawitacji, czyli

$$\Delta E_k = W_{zewn} + W_g. \tag{6}$$

Ad a)
Z wzoru (6) wynika, że

$$W_{zewn} = \Delta E_k - W_g, \tag{7}$$

gdzie praca wykonana przez siłę grawitacji (siłę ciężkości) wynosi (zob. wzór (6.3) z wykładów)

$$W_g = mgd\cos\varphi = mgh\cos(-180^\circ) = -mgh, \tag{8}$$

a przyrost energii kinetycznej jest dany wzorem

$$\Delta E_k = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}, \tag{9}$$

w którym $v_0 = 0$ oraz

$$v = v_0 + at = \frac{g}{10}t. \tag{10}$$

We wzorze (10) nie znamy czasu *t*. Ale

$$h = x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{g}{10}t^2,$$

skąd

$$t = \sqrt{\frac{20h}{g}}.$$

Po podstawieniu danych mamy

$$t = \sqrt{\frac{20\cdot 15}{9{,}8}} = \sqrt{\frac{300}{9{,}8}} \approx 5{,}53\ \mathrm{s}.$$

Uwzględniając tę wartość we wzorze (10) otrzymujemy

$$v = \frac{9{,}8}{10}\cdot 5{,}53 \approx 5{,}42\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

i po podstawieniu do zależności (9) mamy

$$\Delta E_k = \frac{72\cdot(5{,}42)^2}{2} \approx 1058\ \mathrm{J},$$

skąd, na podstawie wzoru (8),

$$W_g = -72\cdot 9{,}8\cdot 15 = -10584\ \mathrm{J}.$$

Uwzględniając dwie ostatnie wartości w zależności (7), mamy ostatecznie

$$W_{zewn} = 1058 - (-10584) = 11642\ \mathrm{J} \approx 12\ \mathrm{kJ}.$$

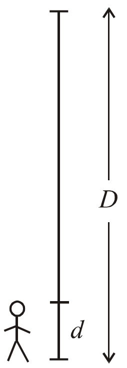
Ad b)
Już policzyliśmy. Mamy $W_g = -10584\ \mathrm{J} \approx -11\ \mathrm{kJ}$.

Ad c)

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = 1058\ \mathrm{J} \approx 1{,}1\ \mathrm{kJ}.$$

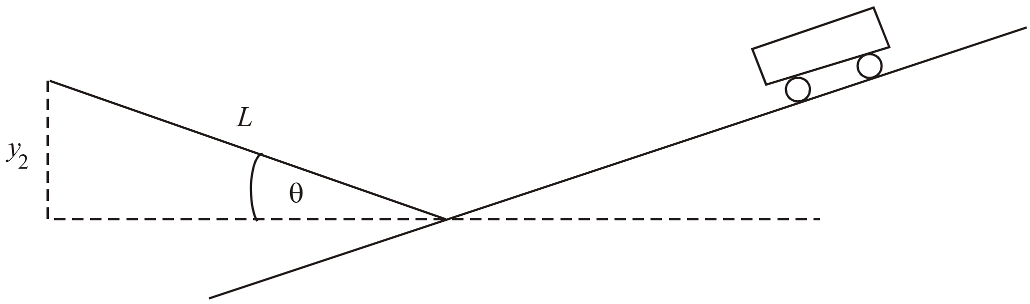
Ad d)
Też już policzyliśmy. Mamy $v \approx 5{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

str. 49 zad. 2



Dane: $D = 10$ m, $d = 1{,}5$ m, $m = 2$ kg.
Ad a)
$W_g = mg(D-d)\cos 0° = 2 \cdot 9{,}8 \cdot (10-1{,}5) \cdot 1 \approx 167\ \mathrm{J}.$
Ad b)
$\Delta E_p = mg(y_{konc} - y_{pocz}) = mg(d-D) = 2 \cdot 9{,}8 \cdot (1{,}5-10) \approx -167\ \mathrm{J}.$
Ad c)
$\Delta E_p = mg(0-D) = -mgD = -2 \cdot 9{,}8 \cdot 10 = -196\ \mathrm{J},$ skąd $E_{p,\,pocz} = 196\ \mathrm{J}.$
Ad d)
$E_{p,\,konc} = mgy_{konc} = mgd = 2 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}5 = 29\ \mathrm{J}.$

str. 50 zad. 5



Dane: $m = 1{,}2 \cdot 10^4$ kg, $v = 130\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, $\theta = 15°$.

Ad a)
Zasadę zachowania energii wyraża wzór

$$E_{k2} + E_{p2} = E_{k1} + E_{p1}, \tag{11}$$

gdzie indeks k odnosi się do energii kinetycznej, a indeks p – do energii potencjalnej. Uwzględniając wzory na energię kinetyczną i energię potencjalną, z zależności (11) otrzymujemy

$$\frac{mv_2^2}{2} + mgy_2 = \frac{mv_1^2}{2} + mgy_1. \tag{12}$$

Ale $v_2 = 0$ i $y_1 = 0,$ a ponadto $y_2 = L\sin\theta.$ Z wzoru (12) wynika zatem, że

$$mgL\sin\theta = \frac{mv_1^2}{2},$$

skąd

$$L = \frac{v_1^2}{2g\sin\theta} \tag{13}$$

i po podstawieniu danych mamy (km/h należy zamienić na m/s)

$$L = \frac{130^2 \cdot \left(\frac{10^3}{3{,}6 \cdot 10^3}\right)^2}{2 \cdot 9{,}8 \cdot \sin 15°} \approx \frac{16900}{2 \cdot 9{,}8 \cdot (3{,}6)^2 \cdot 0{,}2588} \approx \frac{16900}{65{,}74} \approx 257 \text{ m}.$$

Ad b)
Z wzoru (13) wynika, że masa *m* nie ma wpływu na drogę *L*, więc długość drogi nie zmieni się.
Ad c)
Z tego samego wzoru wynika, że droga *L* jest proporcjonalna do kwadratu prędkości v_1. Jeśli zatem zmniejszymy tę prędkość, to także droga ulegnie zmniejszeniu.

str. 58 zad. 2
Dane: $m_2 = 2m_1$, $t_1 = 0$, $t_2 = 100$ ms, $t_3 = 300$ ms.
Ad a)
Korzystamy z wzoru na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym, czyli

$$d = x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

Dla obu kamieni mamy $v_0 = 0$, a przyspieszeniem *a* jest przyspieszenie ziemskie *g*. Dla pierwszego kamienia mamy zatem

$$d_1 = \frac{1}{2} g (t_3 - t_1)^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot (0{,}3 - 0)^2 = 0{,}441 \text{ m},$$

a dla drugiego –

$$d_2 = \frac{1}{2} g (t_3 - t_2)^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot (0{,}3 - 0{,}1)^2 = 0{,}196 \text{ m},$$

przy czym milisekundy zamieniliśmy na sekundy. Środek masy określa wzór

$$d = \frac{1}{m_1 + m_2} (m_1 d_1 + m_2 d_2),$$

z którego po podstawieniu danych otrzymujemy

$$d = \frac{1}{m_1 + 2m_1} (m_1 \cdot 0{,}441 + 2m_1 \cdot 0{,}196) = \frac{1}{3} (0{,}441 + 0{,}392) \approx 0{,}28 \text{ m}.$$

Ad b)
Pęd układu dwóch kamieni jest równy $(m_1 + m_2) v_{SM}$, gdzie v_{SM} oznacza prędkość środka masy układu. Zgodnie z zasadą zachowania pędu, pęd ten jest równy sumie pędów kamieni, czyli mamy

$$(m_1 + m_2) v_{SM} = m_1 v_1 + m_2 v_2,$$

skąd

$$v_{SM} = \frac{1}{m_1 + m_2} (m_1 v_1 + m_2 v_2).$$

Po uwzględnieniu zależności między masami otrzymujemy

$$v_{SM} = \frac{1}{m_1 + 2m_1}(m_1 v_1 + 2m_1 v_2) = \frac{1}{3}(v_1 + 2v_2). \tag{14}$$

Korzystając z wzoru

$$v = v_0 + at$$

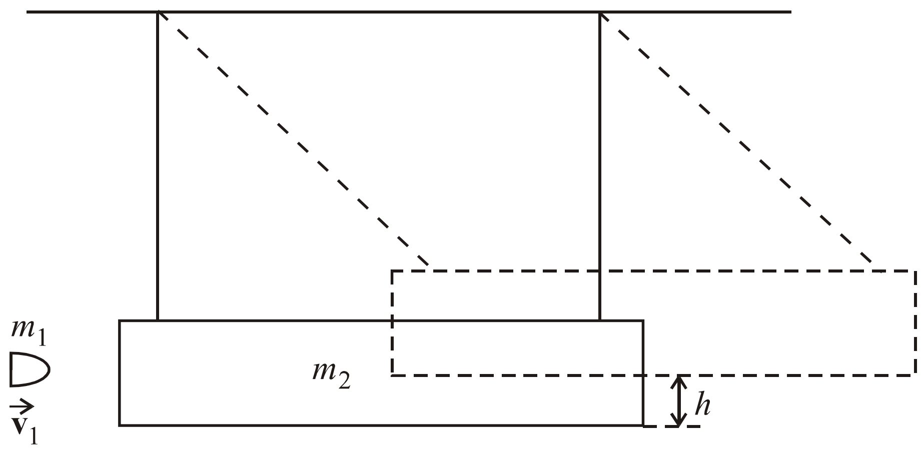
mamy

$$v_1 = g(t_3 - t_1) = g \cdot 0{,}3,$$
$$v_2 = g(t_3 - t_2) = g \cdot 0{,}2,$$

bo dla obu kamieni $v_0 = 0$, a $a = g$. Podstawiając te zależności do wzoru (14) mamy

$$v_{SM} = \frac{1}{3} \cdot 9{,}8 \cdot (0{,}3 + 2 \cdot 0{,}2) \approx 2{,}29\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

str. 59 zad. 8



Dane: $m_1 = 10$ g, $m_2 = 2$ kg, $h = 12$ cm.
Z zasady zachowania pędu wynika, że pęd przed zderzeniem musi być równy pędowi po zderzeniu, czyli

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2, \tag{15}$$

gdzie v_1 oznacza prędkość pocisku, a v_2 – prędkość układu „pocisk + wahadło" po zderzeniu. Z zasady zachowania energii mechanicznej wynika, że energia w dolnym położeniu musi być równa energii w górnym położeniu, przy czym w dolnym położeniu występuje tylko energia kinetyczna (zakładamy, że „wysokość" dolnego położenia wynosi zero, więc nie ma energii potencjalnej), a w górnym położeniu występuje tylko energia potencjalna (z powodu braku ruchu energia kinetyczna jest równa zeru). Mamy zatem

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_2^2 = (m_1 + m_2) gh. \tag{16}$$

Naszym celem jest wyznaczenie prędkości v_1. Z wzoru (15) mamy

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} v_2 , \tag{17}$$

a z wzoru (16) –

$$v_2 = \sqrt{2gh}.$$

Podstawiając ostatnią zależność do wzoru (17) otrzymujemy

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gh}$$

i po podstawieniu danych mamy (zamieniamy gramy na kilogramy oraz centymetry na metry)

$$v_1 = \frac{10 \cdot 10^{-3} + 2}{10 \cdot 10^{-3}} \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}12} = \frac{2{,}01}{10^{-2}} \sqrt{2{,}352} \approx 201 \cdot 1{,}53 \approx 308 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} .$$