

CAŁKI OZNACZONE

zadania

(źródło: W. Kryszicki, L. Włodarski, *Analiza matematyczna w zadaniach*, cz. I, PWN, Warszawa)

Obliczyć podane całki.

1. $\int_3^5 \frac{x}{x^2 - 4} dx$

2. $\int_{-1}^0 \frac{3}{4x^2 + 4x - 3} dx$

3. $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{3 + 2x - x^2}}$

4. $\int_0^2 \frac{e^{2x}}{1 + e^x} dx$

5. $\int_1^2 x(x^2 + 1)e^{x^2} dx$

6. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \sin^2 x dx$

7. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + \cos x}$

8. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(2 + \sin x)^2}$

9. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x \sqrt{1 + \cos x}}$

10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + 1) \cos x dx$

11. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{1 + \sin x}} dx$

12. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} dx$

13. $\int_0^1 x^2 \arctg x dx$

14. $\int_0^1 x e^{-x} dx$

15. $\int_{-2}^{-1} x^2 e^{-2x} dx$

16. $\int_3^4 \sqrt{x^2 - 2x - 1} dx$

17. $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2x - 3}{\sqrt{3 + 4x - 4x^2}} dx$

18. $\int_1^2 \frac{x^2 + 1}{\sqrt[3]{x^3 + 3x + 1}} dx$

19. Obliczyć pole ograniczone odcinkiem osi Ox od $x = 0$ do $x = a$, rzędną w punkcie $x = a$ oraz łukiem paraboli $y = x^2$. Jaką część pola prostokąta o wierzchołkach $(0, 0)$, $(a, 0)$, (a, a^2) , $(0, a^2)$ stanowi obliczone pole?

20. Obliczyć pole zawarte pomiędzy parabolami $y = x^2$ oraz $y^2 = x$.

21. Obliczyć pole zawarte między liniami $y = x^3$ i $y = 4x$.

22. Obliczyć pole obszaru ograniczonego łukami parabol $y = x^2 - x - 6$ oraz $y = -x^2 + 5x + 14$.

23. Obliczyć pole obszaru ograniczonego parabolą $y = x^2$ i prostą $2x - y + 3 = 0$.

24. Obliczyć pole wspólnego obszaru ograniczonego parabolami $y = x^2$, $y = x^2/2$ oraz prostą $y = 3x$.

25. Obliczyć pole ograniczone linią $y = x \sin 4x$, odcinkiem osi Ox w przedziale $0 \leq x \leq 1/2$ i rzędną w punkcie $x = 1/2$.