

GRANICE I CIĄGŁOŚĆ FUNKCJI

zadania

(źródło: W. Kryszicki, L. Włodarski, *Analiza matematyczna w zadaniach*, cz. I, PWN, Warszawa)

Obliczyć podane niżej granice.

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$
2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{2x - 6}$
3. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x^5 + 32}$
4. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^3 + 125}{2x^2 - 50}$
5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(-1)^{[x]}}{x^2 - 9}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + x} - 1}{x}$
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x + 1}}{1 - \sqrt{x + 1}}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 25} - 5}$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{3 \sin 2x}$
10. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$
11. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{8 - x}{\sin \frac{\pi x}{8}}$
12. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \cos \frac{\pi}{4}}{\sin x - \sin \frac{\pi}{4}}$
13. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|\operatorname{tg}(x - 1)|}{(x - 1)^2}$
14. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\arcsin(1 - 2x)}{4x^2 - 1}$
15. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{1 + \sin x}$

$$16. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + kx)^{\frac{n}{x}}$$

Zbadać ciągłość podanych funkcji.

$$18. f(x) = \frac{x^2 - 25}{x + 5} \text{ dla } x \neq -5 \\ \text{ i } f(-5) = 10$$

$$19. f(x) = \frac{\sin x}{x} \text{ dla } x \neq 0 \text{ i } f(0) = 1$$

$$20. f(x) = \frac{\sin x}{|x|} \text{ dla } x \neq 0 \text{ i } f(0) = 1$$

$$21. f(x) = \frac{x^2 - x^3}{|x - 1|}$$

$$22. f(x) = [x] + [-x]$$

Określić granice lewostronną oraz prawostronną dla podanych funkcji.

$$23. \frac{x}{a} \left[\frac{b}{x} \right] \text{ w punkcie } x = 0$$

$$24. \frac{b}{x} \left[\frac{x}{a} \right] \text{ w punkcie } x = 0$$

$$25. \frac{1}{e^{1-x^3}} \text{ w punkcie } x = 1$$

$$26. \frac{x}{2x + e^{\frac{1}{x-1}}} \text{ w punkcie } x = 1$$

$$27. \frac{x}{1 + e^{\frac{1}{x}}} \text{ w punkcie } x = 0$$

$$28. \frac{1}{2^{x-a}} \text{ w punkcie } x = a$$

$$29. \frac{\frac{1}{2^x} + 3}{\frac{1}{3^x} + 2} \text{ w punkcie } x = 0$$

$$30. f(x) = \frac{x}{\sqrt{|\sin x|}} \text{ w punkcie } x = 0$$