

RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI

zadania

(źródła: W. Krywicki, L. Włodarski, *Analiza matematyczna w zadaniach*, cz. I, PWN, Warszawa,
L. Jeśmanowicz, J. Łoś, *Zbiór zadań z algebry*, PWN, Warszawa,

Z. Opal, *Algebra wyższa*, PWN, Warszawa,

I. N. Bronsztejn, K. A. Siemiendajew, *Matematyka. Poradnik Encyklopedyczny*, PWN, Warszawa,

I. Dziubiński, T. Świątkowski (red.), *Poradnik matematyczny*, PWN, Warszawa)

1. Rozwiązać równanie z jedną niewiadomą

$$4 = 0.$$

2. Rozwiązać równanie z trzema niewiadomymi

$$4 = 0.$$

Rozwiązać równania

$$3. \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)z^0 = \frac{1}{6}$$

$$4. \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)x^0 z^0 = \frac{1}{6}y^0$$

$$5. \frac{x}{5} + 2 = 7$$

$$6. 3x + 7x - 5x + 2 = 2(4x - 3)$$

Rozwiązać nierówności

$$7. 1,25 - 0,55x \leq 1,55(1 - x)$$

$$8. 12\left(x + \frac{1}{24}\right) > 288\left(1 + \frac{x}{24}\right)$$

$$9. \sqrt{5} - x \neq \frac{1}{\sqrt{5}} - x$$

$$10. \frac{2x+1}{3x-5} < 0$$

$$11. \frac{3}{x+1} > \frac{2}{x-2}$$

$$12. \frac{1}{x} > 2$$

$$13. 2 > \frac{3}{x-3}$$

Rozwiązać równania

$$14. |x+1| = 3$$

$$15. |x+1| + 2|x-1| = 5$$

$$16. |4-2x| + |-x+3| = 5$$

$$17. |x+1| = |x-1|$$

$$18. |1-2x| + |2x-6| = x$$

$$19. |x^2 - 7x + 8| = 2$$

Rozwiązać nierówności

$$20. \left|\frac{x}{4} - 1\right| < 5$$

$$21. |3x-5| < |x+9|$$

$$22. |x+100| > |2x-1|$$

$$23. |x-1| + |2x-5| < 9$$

$$24. \left|\frac{2x-1}{x+2}\right| < 2$$

$$25. \left|\frac{5x-3}{2x+7}\right| < 2$$

$$26. \sqrt{\frac{3x-1}{2-x}} > 1$$

Rozwiązać równania

27. $y + 2x - 1 = 0$

28. $63x - 7y + 14 = 0$

29. $2(x + y) = 2x + 2y$

30. $2x + y = 2x + y + 7$

31. Rozwiązać równanie z niewiadomymi x i y postaci

$$9(x - 1) + 7x - 7 = -16.$$

Rozwiązać równania

32. $x^2 + x - 6 = 0$

33. $x^2 + x + 6 = 0$

34. $4x^2 - 12x + 9 = 0$

Rozwiązać nierówności

35. $\frac{x+3}{x-3} > \frac{x-1}{x+5}$

36. $\frac{1-2x}{1+x} - \frac{1+x}{1+2x} > 1$

37. $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x} < 0$

38. $\frac{13}{x-3} - \frac{3}{x+1} < -4$

39. $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 4} > 0$

40. $1 < \frac{2x^2 - 7x - 29}{x^2 - 2x - 15} < 2$

41. $\left| \frac{x^2 - 5x + 3}{x^2 - 1} \right| < 1$

42. $\left| \frac{x^2 + 2x - 36}{x^2 - 4} \right| > 1$

Rozwiązać równania

43. $x^3 + x^2 - 6x = 0$

44. $y^3 + 6y + 2 = 0$

45. $y^3 - 3y + 2 = 0$

46. $y^3 - 9y + 4 = 0$

47. $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

48. $x^3 - 4x^2 + x - 30 = 0$

49. $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

50. $8^x = 2^{x+2}$

51. $2^x + 2^{x+3} = 3^{x+1} + 3^x$

52. $3^{2x+3} = 4 \cdot 3^x$

53. $3^x = 4^{x-2} 2^x$

54. $2^{x-1} = 8^{x-2} - 4^{x-2}$

55. $\log_{(x-1)}(2x+1) = 2$

56. $\log(x-1) + \log(2x+8) = 2$

57. $2^{\log x} = 3$

58. $\log_2 x = \log_4(7x+8)$

59. $[\log_2(x-3)]^2 + \log_2(x-3) = 6$

60. $\log_8(x-1) + \log_4(x-1) + \log_2(x-1) = 1$

61. $2 \log_5(3x-1) - \log_5(12x+1) = 0$

62. $\sin x = \cos^2 x - \frac{1}{4}$

$$63. \quad 2\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{1 + \cos 2x}{1 + \sin x}$$

$$64. \quad \sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$$

$$65. \quad 3 \cosh x = \sinh x + 9$$

Stosując wzory Cramera rozwiązać układy równań

$$4x - 3y + 2z = 40,$$

$$66. \quad 5x + 9y - 7z = 47,$$

$$9x + 8y - 3z = 97$$

$$3x - 5y + 3z = 1,$$

$$67. \quad 4x + 3y - 5z = 2,$$

$$5x - 2y + 7z = 10$$

$$x + aby + b^2 z = a,$$

$$68. \quad x + a^2 y + abz = b,$$

$$cx + ay + bz = c$$

$$(a - 2)x + 2ay + 2(a - 1)z = a - 2b,$$

$$69. \quad 2ax + ay + z = a + b,$$

$$-x + 2ay + (a - 1)z = a - b$$

$$2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8,$$

$$70. \quad x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -4,$$

$$3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 2,$$

$$-x_1 + 4x_2 + x_3 - 5x_4 = -5$$

$$x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 + x_5 = -1,$$

$$2x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 - x_5 = -1,$$

$$71. \quad x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 5,$$

$$3x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 10,$$

$$x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 - 5x_5 = 0$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + 2x_n = 1,$$

$$x_1 + x_2 + \dots + 2x_{n-1} + x_n = 2,$$

$$72. \quad \dots\dots\dots$$

$$x_1 + 2x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n = n - 1,$$

$$2x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n = n$$

Rozwiązać układy równań liniowych

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 2,$$

$$73. \quad 3x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 - x_5 = 6,$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 8$$

$$x - y + 2z = 1,$$

$$x - 2y - z = 2,$$

$$74. \quad 3x - y + 5z = 3,$$

$$-2x + 2y + 3z = -4$$

$$x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1,$$

$$75. \quad x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0,$$

$$x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = -\frac{1}{2}$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1,$$

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2,$$

$$76. \quad 3x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 3,$$

$$x_1 - 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 0$$

Rozwiązać układy równań jednorodnych

$$x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 0,$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0,$$

$$77. \quad 3x_1 - x_2 + 8x_3 + x_4 = 0,$$

$$x_1 + 3x_2 - 9x_3 + 7x_4 = 0$$

$$2x + 3y - z = 0,$$

$$78. \quad x - y + z = 0,$$

$$3x + 2y = 0$$

79. Podać warunki rozwiązalności układu równań liniowych

$$-a_3 x_2 + a_2 x_3 = b_1,$$

$$a_3 x_1 - a_1 x_3 = b_2,$$

$$-a_2 x_1 + a_1 x_2 = b_3,$$

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 = c.$$

Odp. Albo $a_i = b_i = c = 0$ ($i = 1, 2, 3$) i wówczas układ jest spełniony dla wszelkich liczb x_i , albo układ ma dokładnie jedno rozwiązanie.