Technika audio – część 2

Wykład 12

Projektowanie cyfrowych układów elektronicznych

Wojciech Świtała
wojciech.switala@cs.put.poznan.pl
http://www.cs.put.poznan.pl/~wswitala

Plan wykładu

- Wprowadzenie do filtracji
- Filtry analogowe
- Filtry cyfrowe
  - Fitry FIR
  - Filtry IIR
- Dyskretna Transformata Fouriera
- Szybka Transformata Fouriera

Bibliografia

- http://pl.wikipedia.org/wiki/Filtr_o_skończonej_odpowiedzi_impulsowej
- http://pl.wikipedia.org/wiki/Filtr_o_nieskończonej_odpowiedzi_impulsowej
- http://pl.wikipedia.org/wiki/Szybka_transformacja_Fouriera
- http://pl.wikipedia.org/wiki/Dyskretna_transformata_Fouriera

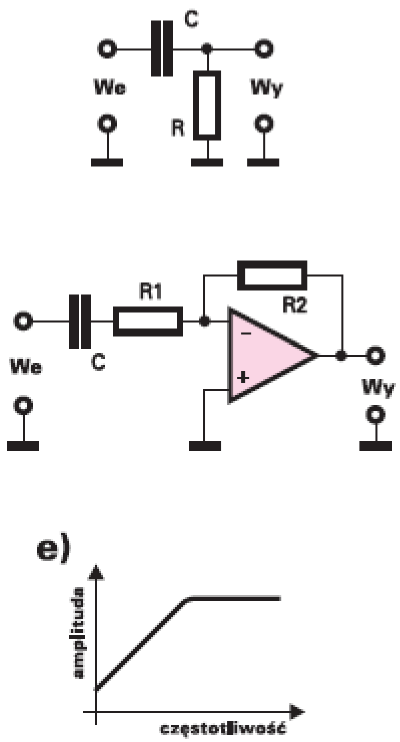
Wprowadzenie do filtracji analogowej

- Parametry filtrów:

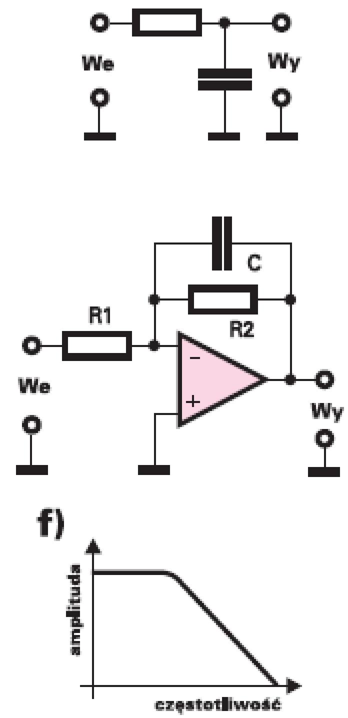
  - Rodzaj charakterystyki
  - Nachylenia zbocza charakterystyki filtru a rząd filtru
  - Pasmo przepustowe
  - Częstotliwość graniczna

Rodzaj charakterystyki

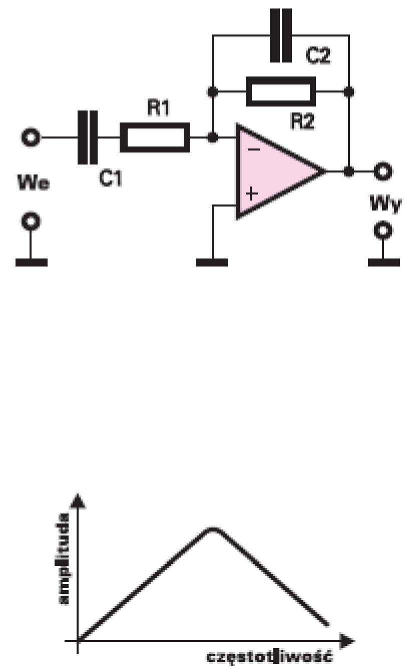
Górnoprzepustowy



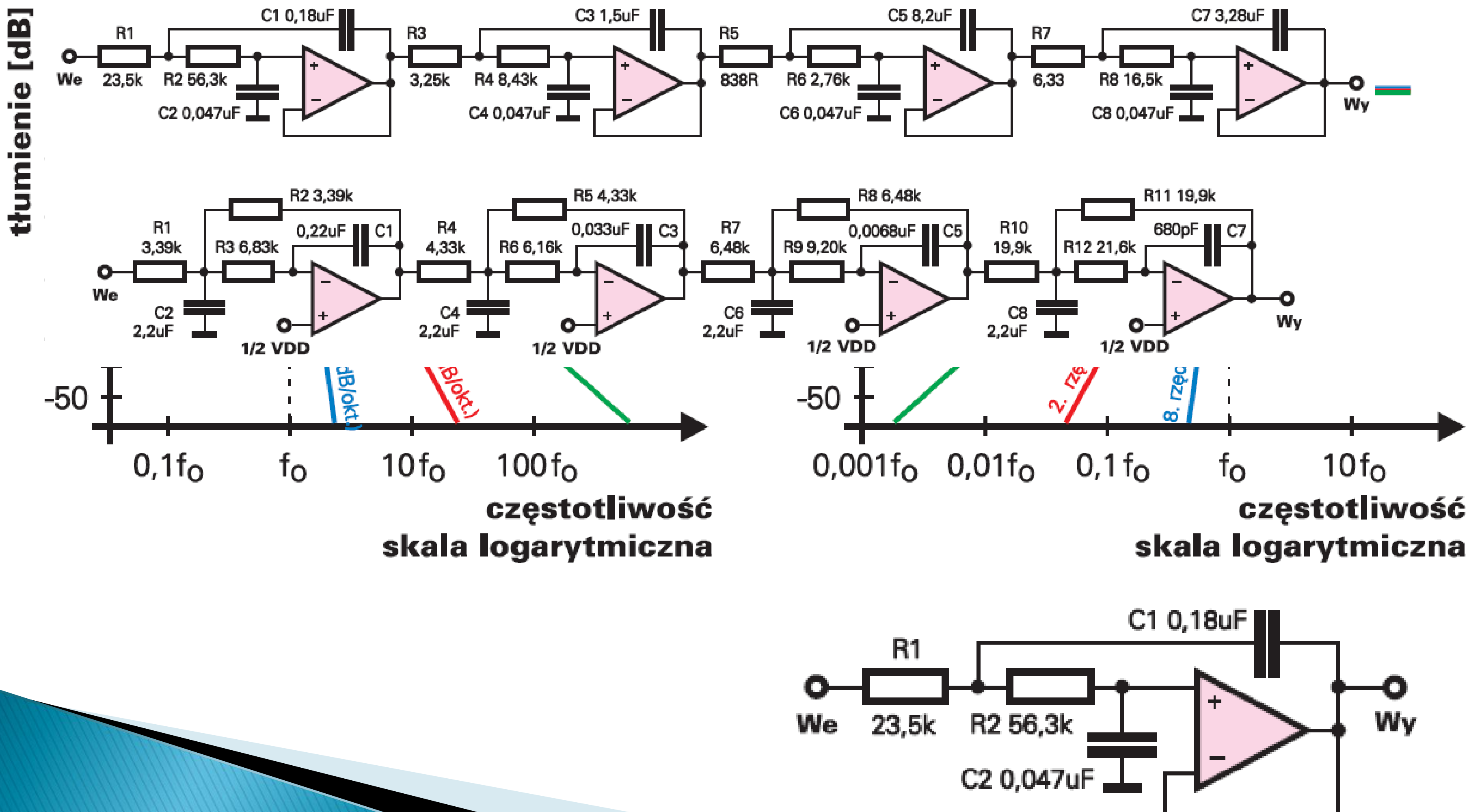
Dolnoprzepustowy



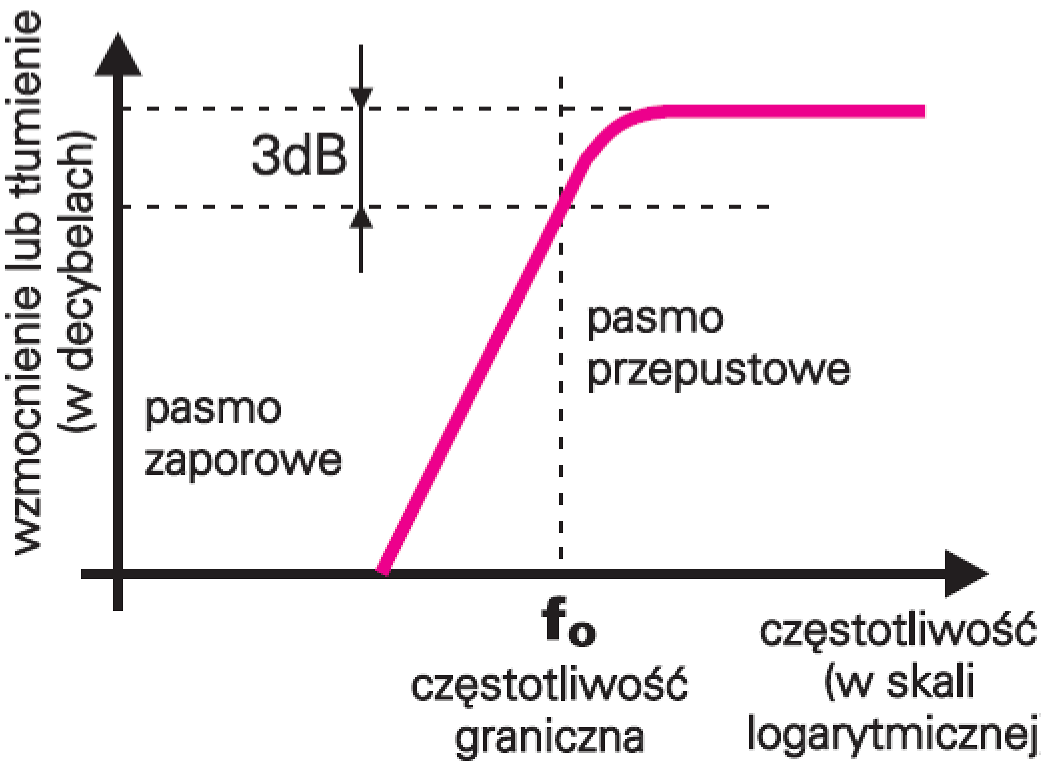
Pasmowo przepustowy



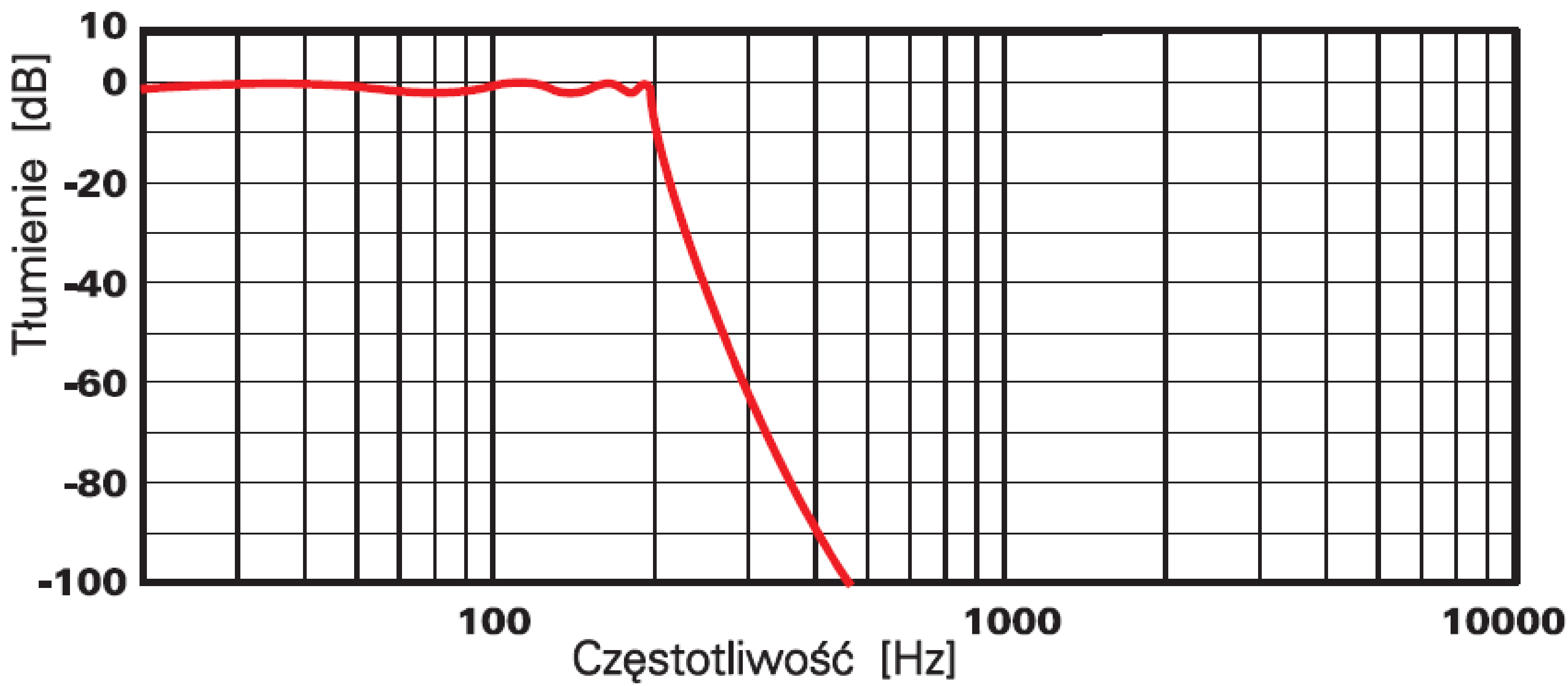
Nachylenie zbocza charakterystyki a rząd filtru



Pasmo przepustowe i częstotliwość graniczna



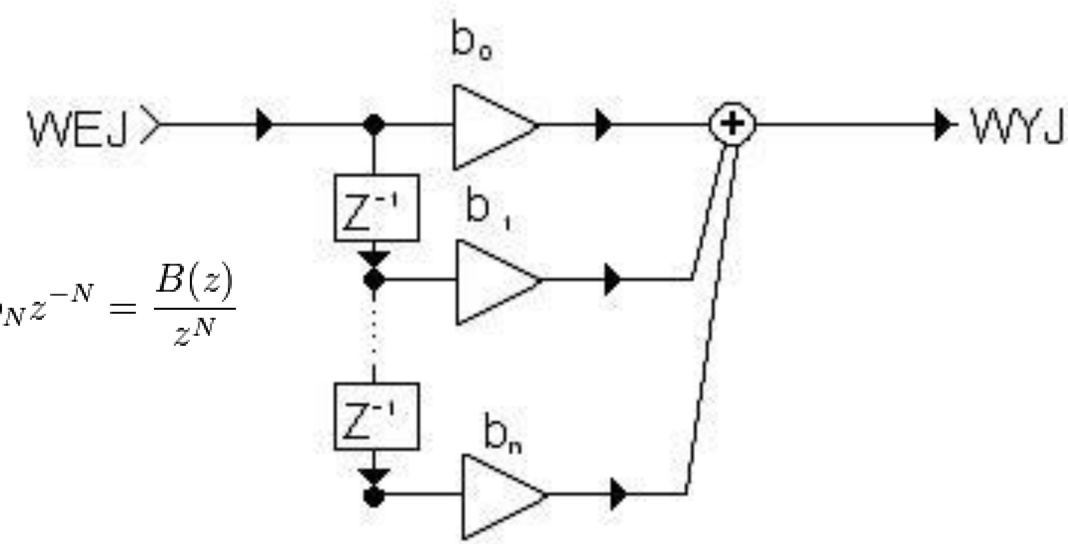
Przykładowa chakarterystyka



Filtry FIR 1/2

- Filtry o skończonej odpowiedzi impulsowej
- Reakcja na wyjściu tego układu na pobudzenie o skończonej długości jest również skończona, aby spełnić ten warunek w filtrach tego typu nie występuje sprzężenie zwrotne

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_N z^{-N} = \frac{B(z)}{z^N}$$



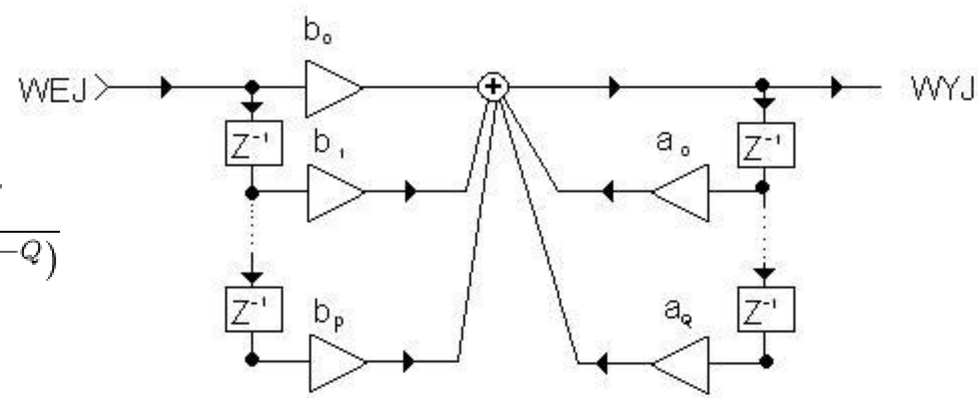
Filtry FIR 2/2

- Zalety:
  - Implementacja filtrów FIR może być łatwo zrównoleglona, a niektóre procesory wręcz wspomagają operacje sumy iloczynów pozwalając obliczać wynik filtracji w znikomej liczbie cykli zegara
  - Projektowanie filtrów FIR jest znacznie łatwiejsze niż filtrów IIR
  - Filtry FIR są zawsze stabilne, gdyż w ich funkcji transmitancji występują tylko zera, a nie ma rekursywności mogącej spowodować niestabilność
  - W wielu zastosowaniach (przetwarzanie bieżącego sygnału w blokach, przetwarzanie obrazów) skończona odpowiedź impulsowa jest bardzo pożądana
  - Łatwo jest uzyskać w tego typu filtrach liniową fazę, filtry z liniową fazą opóźniają wszystkie składowe sygnału w jednakowym stopniu.
- Wady:
  - Większa złożoność obliczeniowa
  - Większe zapotrzebowania na pamięć operacyjną

Filtry IIR 1/2

- Filtry o nieskończonej odpowiedzi impulsowej
- Reakcja na pobudzenie o skończonym czasie trwania jest teoretycznie nieskończenie długa. Jest to efektem występowania pętli sprzężenia zwrotnego widocznej na schemacie blokowym

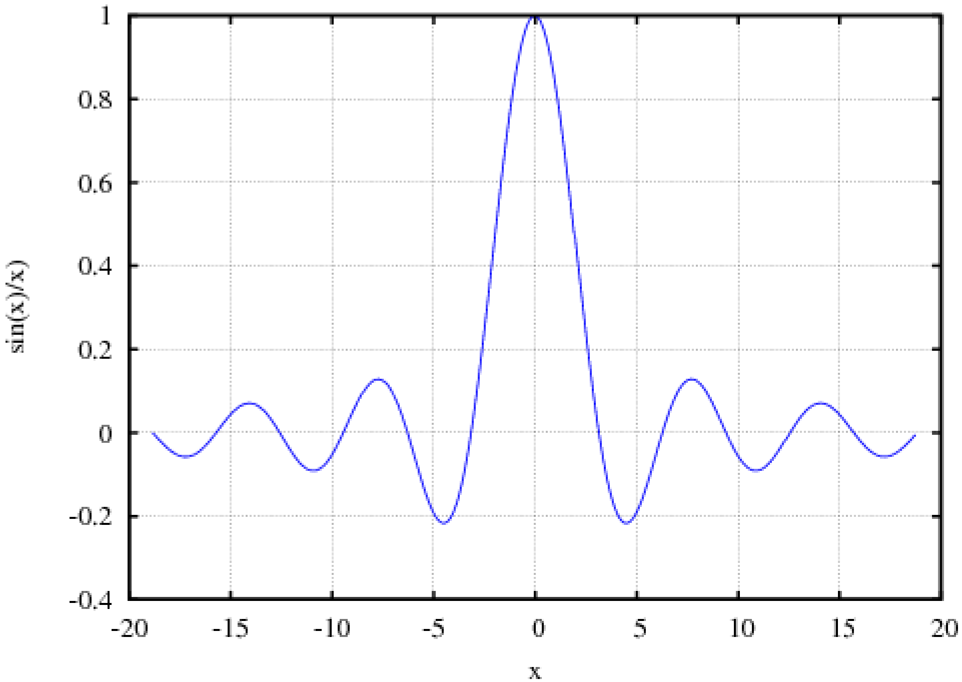
$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_P z^{-P}}{1 - (a_0 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_Q z^{-Q})}$$

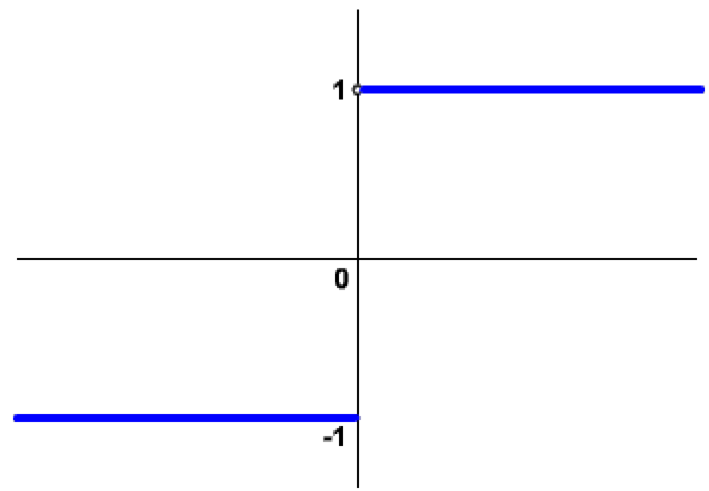


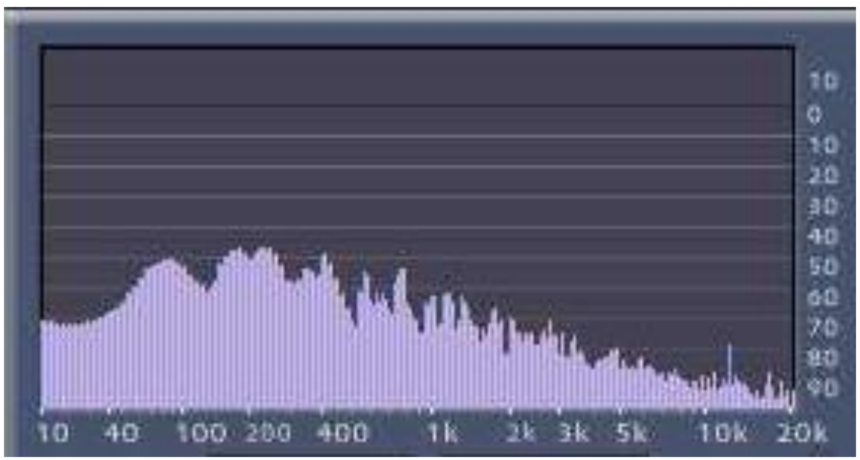
Filtry IIR 2/2

- Zalety:
  - Niska złożoność obliczeniowa
  - Niewielkie zapotrzebowanie na pamięć operacyjną.
- Wady:
  - Rekursywność filtru wprowadza potencjalne zagrożenie utraty stabilności (odpowiedź filtru w sposób niekontrolowany narasta do nieskończoności);
  - Projektowanie filtrów IIR jest znacznie trudniejsze niż w przypadku filtrów FIR (nie tylko ze względu na dodatkowy warunek zapewnienia stabilności)
  - Filtry IIR są znacznie bardziej wrażliwe na błędy zaokrągleń: zaokrąglenia wartości współczynników mogą znacząco zmienić charakterystykę, zaokrąglenia wartości sygnału i wyników pośrednich wprowadzają szum, który może się akumulować
  - Nie da się ich zaimplementować jako filtrów o liniowej fazie, czyli takich, które wprowadzają takie samo opóźnienie dla wszystkich składowych częstotliwościowych przepuszczanego sygnału.

Wprowadzenie do analizy widma







Dyskretna Transformata Fouriera

- Dyskretna transformata Fouriera – to transformata Fouriera wyznaczona dla sygnału próbkowanego a więc dyskretnego.

$$\hat{f}(\xi) := \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{-2\pi i x \xi}\, dx,$$

$$(a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{N-1}),\ a_i \in \mathbb{R} \qquad (A_0, A_1, A_2, \ldots, A_{N-1}),\ A_i \in \mathbb{C}$$

$$A_k = \sum_{n=0}^{N-1} a_n w_N^{-kn},\ 0 \le k \le N-1 \qquad w_N = e^{i\frac{2\pi}{N}}$$

$$a_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} A_k w_N^{kn},\ 0 \le n \le N-1$$

Szybka Transformata Fouriera

- Szybka transformacja Fouriera (ang. FFT od Fast Fourier Transformation) to algorytm liczenia dyskretnej transformaty Fouriera oraz transformaty do niej odwrotnej.

$$w_N = e^{i\frac{2\pi}{N}} \qquad A_k = \sum_{n=0}^{N-1} a_n w_N^{-kn},\ 0 \le k \le N-1$$

- Obliczanie sum zajmie O(N*N) operacji
- Algorytm rekurencyjnie dzieli transformatę o wielkości $N= N_1 N_2$ na transformaty N_1 i N_2 z wykorzystaniem O(N) operacji mnożenia
- Złożoność obliczeniowa FFT jest równa $O(N\log_2 N)$