

Ćwiczenia z analizy matematycznej i algebry liniowej dla bioinformatyki

9. Liczby zespolone (10.05.2019)

Zadanie 1. Wykonaj działania:

(a) $(-2 + 3i) + (7 - 8i)$,

(b) $(4i - 3) - (1 + 10i)$,

(c) $(\sqrt{2} + i) \cdot (3 - \sqrt{3}i)$,

(d) $(1 + i) \cdot (1 - i)$,

(e) $(2 - i)^3$,

(f) $\frac{1 + i}{1 - i}$,

(g) $\frac{2 - 3i}{5 + 4i}$,

(h) $\frac{1 - 4i}{2 + 2i}$.

Zadanie 2. Znajdź liczby rzeczywiste x, y spełniające równanie:

(a) $x(2 + 3i) + y(4 - 5i) = 6 - 2i$,

(b) $(x - i) \cdot (2 - yi) = 11 - 23i$,

(c) $\frac{x}{2 - 3i} + \frac{y}{3 + 2i} = 1$.

Zadanie 3. Rozwiązać równania:

(a) $z^2 + 3\bar{z} = 0$,

(b) $2z + (1 + i)\bar{z} = 0$,

(c) $z^2 - z + 1 = 0$,

(d) $\frac{z + 1}{\bar{z} - 1} = -1$.

(e) $z\bar{z} - 2z = -1$.

(f) $z^2 - \bar{z}^2 = 0$.

Zadanie 4. Zapisać podane liczby zespolone w postaci trygonometrycznej:

(a) $4i$,

(b) -2 ,

(c) $-6 + 6i$,

(d) $\sqrt{3} + i$,

(e) $\cos(\alpha) - i \sin(\alpha)$,

(f) $\sin(\alpha) - i \cos(\alpha)$,

Zadanie 5. Zapisać liczby z poprzedniego zadania w postaci wykładniczej.

Zadanie 6. Obliczyć wartości wyrażeń

(a) $(1 + i)^7$,

(b) $(\sqrt{3} - i)^{32}$,

(c) $(-2 + 2i)^8$.

Zadanie 7. Korzystając z definicji pierwiastka obliczyć:

(a) $\sqrt{4i - 3}$,

(b) $\sqrt[3]{8}$,

(c) $\sqrt[4]{-1}$.