

Analiza matematyczna i algebra liniowa

Całka nieoznaczona

Wojciech Kotłowski

Instytut Informatyki Politechniki Poznańskiej
email: imię.nazwisko@cs.put.poznan.pl

pok. 2 (CW) tel. (61)665-2936 konsultacje: piątek 15:10-16:50

Slajdy dostępne pod adresem:
<http://www.cs.put.poznan.pl/wkotlowski/bioinformatyka/>

01.04.2019

Funkcja pierwotna i całka nieoznaczona

Funkcja pierwotna

Funkcja F jest **funkcją pierwotną** funkcji f na przedziale I , jeżeli:

$$F'(x) = f(x) \quad \text{dla każdego } x \in I.$$

- Funkcja pierwotna jest odwrotnością pochodnej.
- Jeśli $F(x)$ jest funkcją pierwotną $f(x)$, to dowolna funkcja $F(x) + C$, gdzie $C \in \mathbb{R}$ jest też funkcją pierwotną $f(x)$.
- Każdą funkcję pierwotną funkcji f można przedstawić w postaci $F(x) + C$.

Całka nieoznaczona

Zbiór wszystkich funkcji pierwotnych funkcji f nazywamy **całką nieoznaczoną** funkcji f i oznaczamy przez

$$\int f(x)dx$$

Przykłady całek nieoznaczonych

$$\int 0 dx = C$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$$

dla $\alpha \neq -1$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

dla $0 < a \neq 1$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \operatorname{arcsin} x + C$$

Twierdzenia o całkach nieoznaczonych

Pochodna całki i całka pochodnej

$$\left(\int f(x) dx \right)' = f(x).$$

$$\int f'(x) dx = f(x) + C.$$

Liniowość całki nieoznaczonej

$$\int cf(x) dx = c \int f(x) dx.$$

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$$

Twierdzenia o całkach nieoznaczonych

Całkowanie przez części

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx.$$

O całkowaniu przez podstawienie

Jeżeli $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ jest ciągła na przedziale I oraz $\phi: J \rightarrow I$ ma ciągłą pochodną, to:

$$\int f(x)dx = \int f(\phi(t))\phi'(t)dt.$$