

Ćwiczenia z analizy matematycznej i algebry liniowej dla bioinformatyki

4. Zastosowania pochodnych (18.03.2019)

Zadanie 1. Używając reguły de L'Hospitala, wyznacz granice:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x},$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x \cos x},$

(c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10} - 1}{x^3 - 1},$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3},$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x},$

(f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x},$

(g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\sin x)}{\ln x}.$

Zadanie 2. Zbadać monotoniczność funkcji:

(a) $f(x) = x^2 + x - 2,$

(b) $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 5,$

(c) $f(x) = x \ln x$

(d) $f(x) = x + \sin x.$

Zadanie 3. Wyznaczyć wielomian Taylora dla funkcji $f(x)$ wokół punktu x_0

(a) $f(x) = x^3, x_0 = 1, x_0 = 0,$

(b) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x + 1, x_0 = -1,$

(c) $f(x) = \sqrt{x}, x_0 = 1,$

(d) $f(x) = e^x, x_0 = 1,$

(e) $f(x) = \sin x, x_0 = 0.$

Zadanie 4. Znaleźć ekstrema funkcji:

(a) $f(x) = (x - 2)^2,$

(b) $f(x) = ax^2 + bx + c,$

(c) $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x},$

(d) $f(x) = x - \sqrt{x}.$

(e) $f(x) = \frac{4x^2}{3 + 4x^2}.$

Zadanie domowe.

- (a) Wyznacz wielomian Taylora dla funkcji $f(x) = x^4$ wokół punktu $x_0 = 1$
- (b) Zbadaj monotoniczność funkcji $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 17$ i wyznacz jej ekstrema