

Ćwiczenia z analizy matematycznej i algebry liniowej dla bioinformatyki

3. Pochodne funkcji (11.03.2019)

Zadanie 1. Korzystając z definicji pochodnej, udowodnij, że:

(a) $(x^2)' = 2x$,

(b) $(x^3)' = 3x^2$ (użyj wzoru: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$),

(c) $(x^n)' = nx^{n-1}$ (użyj wzoru: $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$).

(d) $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$,

(e) $(x^{-n})' = -nx^{-n-1}$

(f) $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Zadanie 2. Korzystając z twierdzeń o sumie, różnicy, iloczynie, ilorazie pochodnych, oblicz pochodną:

(a) $y = 2x^3 + 1 - \frac{4}{x}$,

(b) $y = x \sin x$,

(c) $y = \frac{x+1}{x-1}$,

(d) $y = \frac{\sin x}{\cos x}$,

(e) $y = \frac{\cos x}{\sin x}$,

(f) $y = x^5 2^x$,

(g) $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2 + x + 3}$,

(h) $y = (xe^x(x+1))$.

(i) $y = x \cos x \sin x$.

Zadanie 3. Korzystając z twierdzenia o pochodnej funkcji złożonej, oblicz pochodną:

(a) $y = \sqrt{1+x^2}$,

(b) $y = \sqrt{x + \sqrt{x}}$,

(c) $y = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$,

(d) $y = \ln(1 + e^x)$,

(e) $y = \frac{1 - \sin 2x}{2 + \cos 3x}$.

$$(f) y = e^{e^x}.$$

$$(g) y = \sin^{10} x.$$

$$(h) y = \cos \sqrt{1+x^2}.$$

$$(i) y = e^{\frac{1}{1+x^2}}.$$

$$(j) y = \sqrt{1 + e^{\frac{\sin x}{1+\sin x}}}.$$

Zadanie domowe. Obliczyć pochodne funkcji:

$$(a) y = x^4 \text{ (z definicji),}$$

$$(b) y = \frac{1}{\cos x},$$

$$(c) y = \ln \frac{1+x}{1-x}.$$