

Analiza matematyczna i algebra liniowa

Wielomiany

Wojciech Kotłowski

Instytut Informatyki Politechniki Poznańskiej

email: imię.nazwisko@cs.put.poznan.pl

pok. 2 (CW) tel. (61)665-2936 konsultacje: piątek 15:10-16:40

Slajdy dostępne pod adresem:

<http://www.cs.put.poznan.pl/wkottowski/bioinformatyka/>

13.05.2019

Wielomian zespolony

Definicja

Wielomianem zespolonym stopnia n nazywamy funkcję:

$$W(z) = c_n z^n + c_{n-1} z^{n-1} + \dots + c_1 z + c_0.$$

Pierwiastki wielomianów

Liczbę zespoloną z_0 nazywamy pierwiastkiem wielomianu W , jeżeli $W(z_0) = 0$.

Twierdzenie Bézout

Twierdzenie

Liczba z_0 jest pierwiastkiem wielomianu W wtedy i tylko wtedy gdy istnieje wielomian P taki, że

$$W(z) = (z - z_0)P(z).$$

Jeśli wielomian W jest stopnia n , to wielomian P jest wielomianem stopnia $n - 1$.

Wniosek: Każdy wielomian stopnia n ma więc co najwyżej n pierwiastków.

Przykład

Wielomian $W(z) = z^3 - z$ ma (między innymi) pierwiastek $z_0 = 0$. Możemy zapisać:

$$W(z) = (z - 0)(z^2 - 1),$$

czyli $P(z) = z^2 - 1$.

Zasadnicze twierdzenie algebry

Twierdzenie

Każdy wielomian zespolony stopnia $n > 0$ ma co najmniej jeden pierwiastek zespolony.

Wniosek

Każdy wielomian zespolony stopnia n ma dokładnie n pierwiastków zespolonych (uwzględniając pierwiastki wielokrotne).

Wniosek

Każdy wielomian zespolony stopnia n można przedstawić w postaci:

$$W(z) = c_n(z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_n)$$

gdzie c_n jest współczynnikiem przy z^n .