

# WIELOKRYTERIALNE WSPOMAGANIE DECYZJI METODA UTA

---

*Informatyka w Medycynie, 2017-2018*

# WPROWADZENIE

---

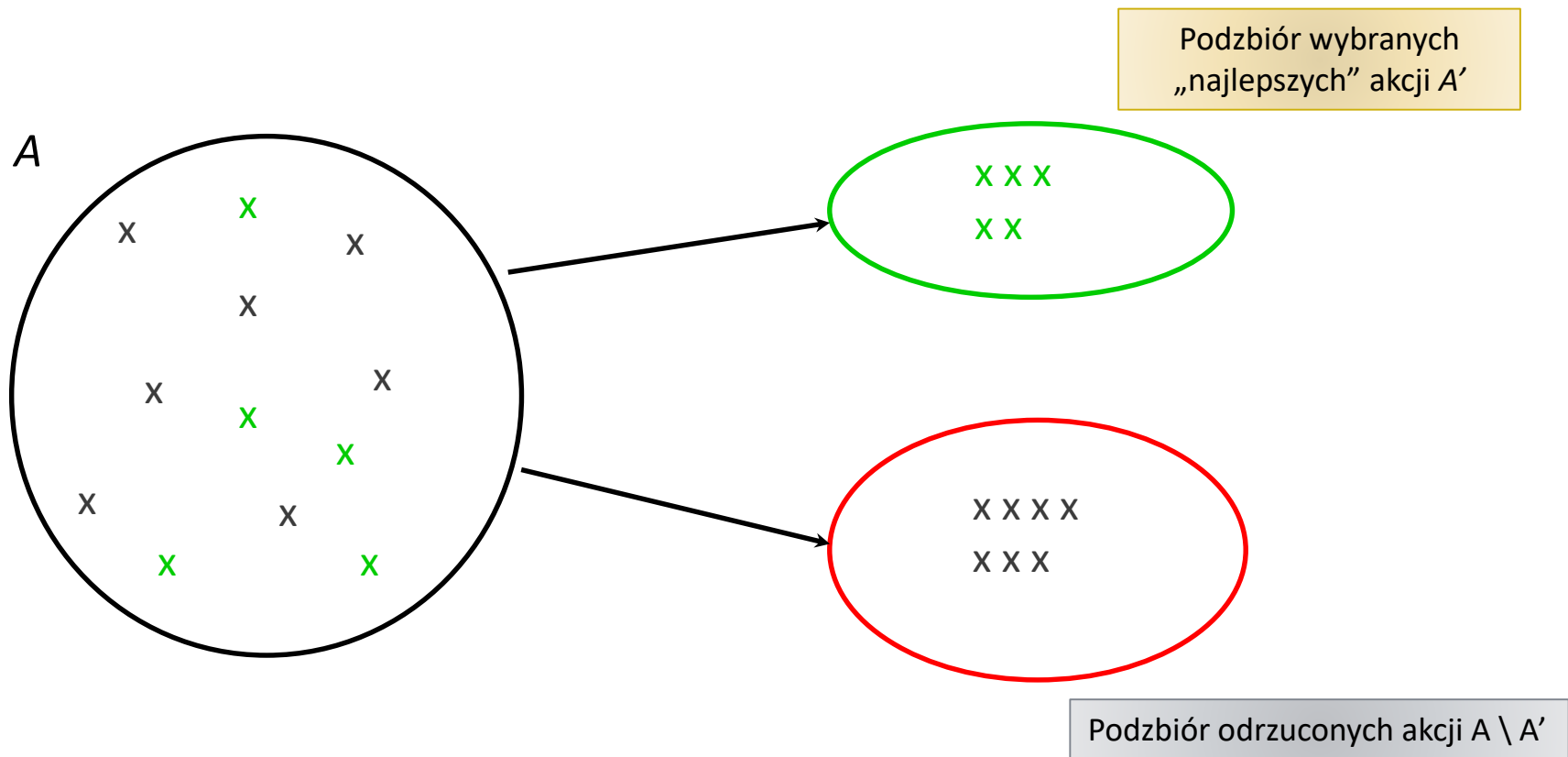
# Definicja problemu decyzyjnego

- Mamy **cel**, który chcemy osiągnąć
- Istnieje **wiele możliwych sposobów** osiągnięcia tego celu – tworzą one **zbiór akcji A** (zbiór rozwiązań, wariantów, ...)
- **Decydent** chciałby uzyskać odpowiedź na jedno z pytań dotyczących zbioru A
  - $P_\alpha$ : Jak wybrać najlepszą akcję? albo: **klasyfikować**
  - $P_\beta$ : Jak przyporządkować akcje do zdefiniowanych wcześniej klas?
  - $P_\gamma$ : Jak uporządkować akcje od najlepszej do najgorszej?

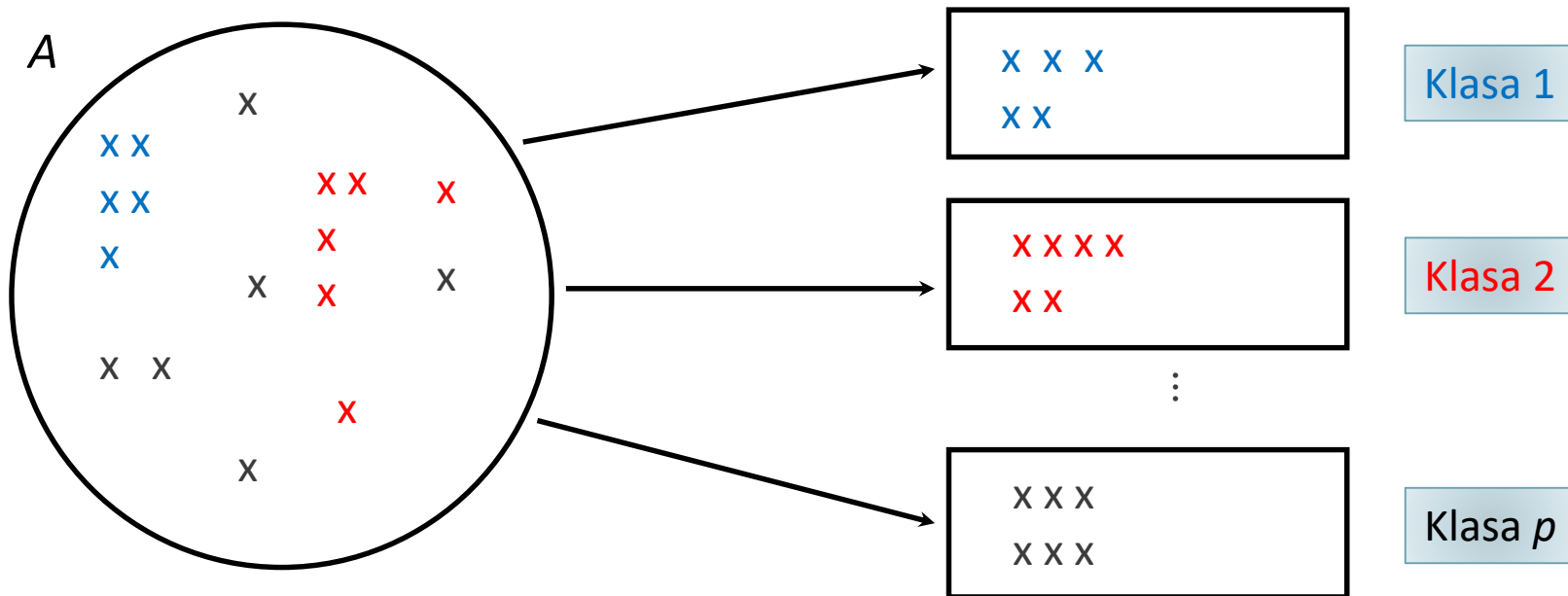


3 podstawowe problematyki rozważane  
w podejmowaniu i wspomaganie decyzji

# Problematyka wyboru ( $P_\alpha$ )



# Problematyka klasyfikacji ( $P_\theta$ )

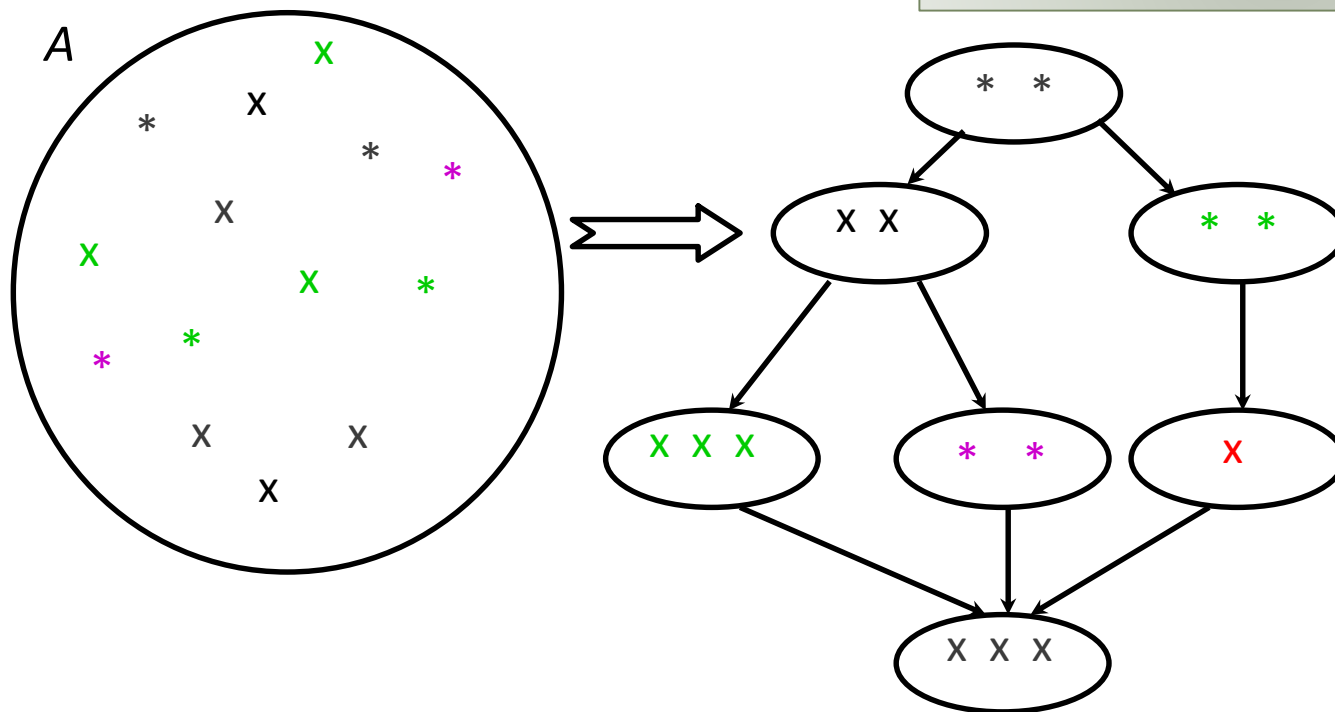


Klasa 1 < Klasa 2 < ... < Klasa p

Bardziej preferowana

# Problematyka porządkowania ( $P\gamma$ )

Częściowy lub zupełny  
(pre)porządek (*ranking*) akcji z  $A$



**Porządek częściowy** – dopuszcza akcje nieporównywalne  
**Porządek zupełny** – wszystkie akcje są porównywalne  
**Preporządek** – porządek, w którym kilka akcji jest na tym samym miejscu

# MODELOWANIE PREFERENCJI

---

# Kryterium

**Kryterium** to *funkcja rzeczywista*  $g_i$  zdefiniowana na zbiorze  $A$ , która odzwierciedla wartość każdej akcji z pewnego *punktu widzenia*.

Do porównania dwóch dowolnych akcji  $a, b \in A$  z tego punktu widzenia powinno wystarczyć porównanie dwóch wartości liczbowych  $g_i(a)$  i  $g_i(b)$ .

## Możliwe skale kryterium

- **porządkowa**  $\Rightarrow$  liczy się porządek wartości, nie można porównywać różnic ocen (np. oceny szkolne)
- **interwałowa**  $\Rightarrow$  brak zera absolutnego, można porównywać różnice (np. skala Celsjusza)
- **ilorazowa**  $\Rightarrow$  istnieje zero absolutne, można porównywać różnice oraz stosunek ocen (np. waga)



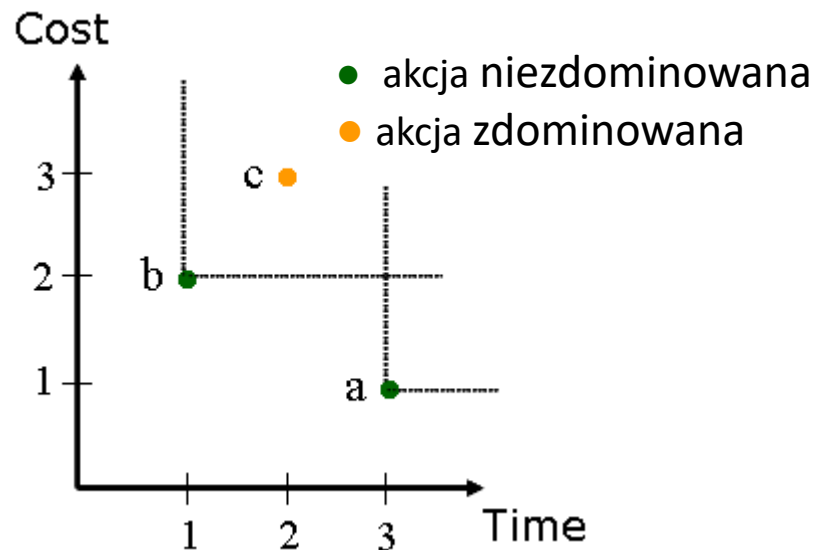
# Rodzina kryteriów

W praktyce akcje charakteryzowane są za pomocą wielu kryteriów → wielokryterialne wspomaganie decyzji

- Rodzina (zbiór) kryteriów  $G = \{g_1, \dots, g_n\}$  jest **spójna** jeśli jest
  - **kompletna**  $\Leftrightarrow$  jeśli dwie akcje  $a$  i  $b$  mają takie same oceny na wszystkich kryteriach, to  $a$  i  $b$  są nierozróżnialne
  - **monotoniczna**  $\Leftrightarrow$  jeśli akcja  $a$  jest preferowana nad  $b$  oraz akcja  $c$  jest co najmniej tak samo dobra jak  $a$ , to  $c$  jest również preferowane nad  $b$
  - **nienadmiarowa**  $\Leftrightarrow$  jeśli usunięcie dowolnego kryterium z  $G$  spowodowałoby naruszenie dwóch wcześniejszych właściwości

# Modelowanie preferencji

Akcja	Time	Cost
a	3	1
b	1	2
c	2	3



Akcja *c* jest najgorsza. Ale która z akcji *a* i *b* jest lepsza?


# Modelowanie preferencji

- Informacja o dominacji jest **zbyt uboga** – nie pozwala na podjęcie ostatecznej decyzji
- Informację tę można **wzbogacić informacją preferencyjną** pozyskaną od **decydenta**
- Informacja preferencyjna pozwala na budowę **modelu preferencji**, który **agreguje** oceny akcji ze zbioru  $A$
- Model preferencji zastosowany do akcji ze zbioru  $A$  pozwala na **otrzymanie ostatecznej decyzji** w sensie wyboru, klasyfikacji czy porządkowania

Wartości na poszczególnych kryteriach

# Modele preferencji

1. Funkcje, np. addytywna funkcja użyteczności


$$U(a) = \sum_{i=1}^n u_i(g_i(a))$$

2. Systemy relacyjne, np. relacja przewyższania

$aSb \Leftrightarrow a$  jest co najmniej tak dobre jak  $b$

3. Zbiory reguł

**if**  $\Delta_i(a,b) \geq s_i$  &  $\Delta_j(a,b) \geq s_j$  & ...  $\Delta_h(a,b) \geq s_h$ , **then**  $aSb$

Model funkcyjny jest najbardziej intuicyjny  
Model regułowy jest najbardziej ogólnym modelem preferencji

# Addytywna funkcja użyteczności

$$U(a) = \sum_{i=1}^n u_i(g_i(a))$$

Globalna (całkowita)  
wartość akcji  $a$

Ocena/wartość akcji  $a$  na  
 $i$ -tym kryterium

Częstkowa funkcja użyteczności  
na  $i$ -tym kryterium

Akcja  $a$  jest **preferowana** nad akcją  $b$  ( $aPb$ )  $\Leftrightarrow U(a) > U(b)$

Akcje  $a$  i  $b$  są **nierozróżnialne** ( $aIb$ )  $\Leftrightarrow U(a) = U(b)$

# METODA UTA

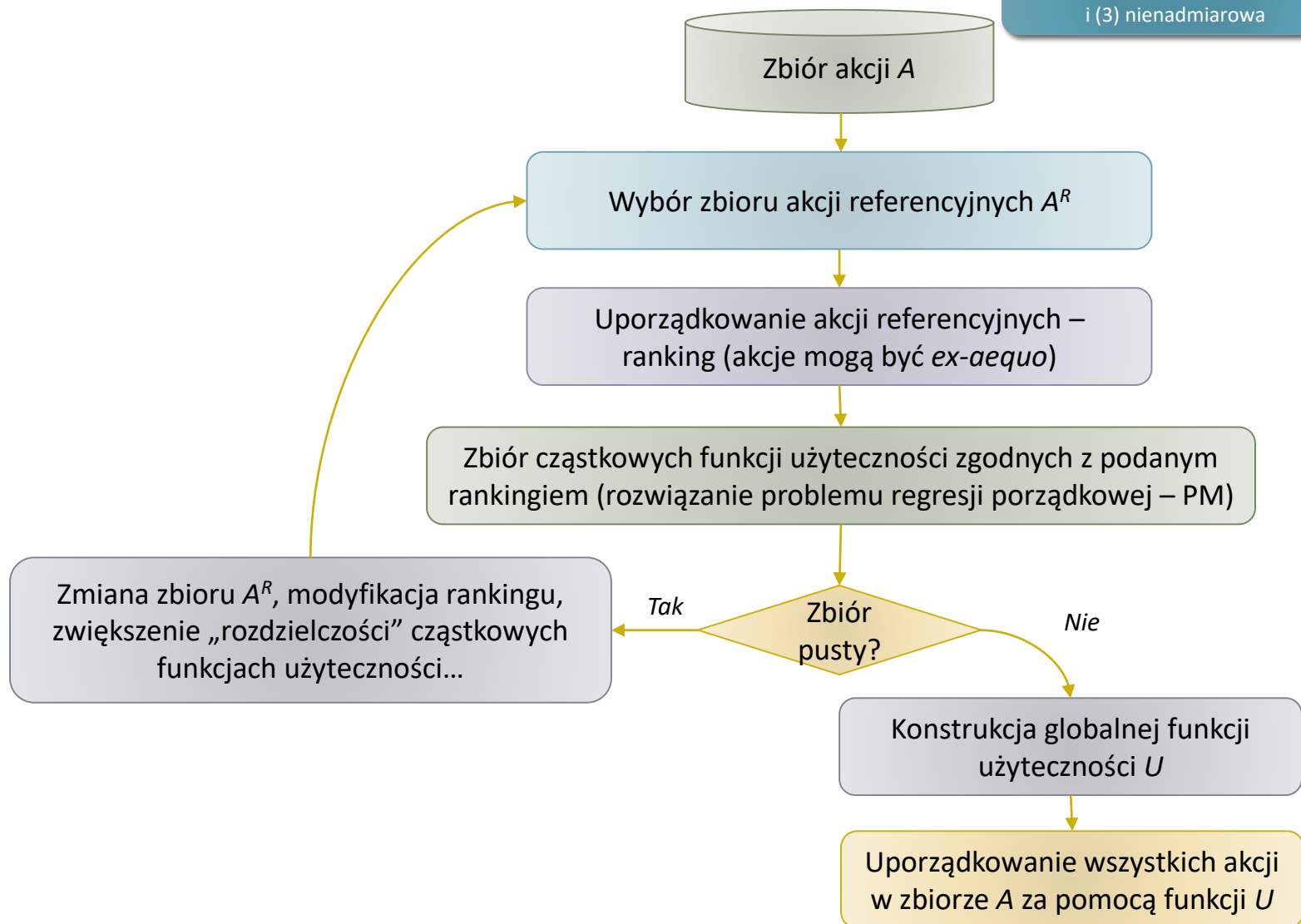
---

# Charakterystyka metody UTA

- Model preferencji: addytywna funkcja użyteczności
- Rozwiązuje problematykę  $P_\gamma$
- Pośrednio realizuje problematyki  $P_\alpha$  i  $P_\beta$
- Działa w trybie interaktywnym (decydent może modyfikować otrzymany model preferencji)
- Wymagane dane wejściowe
  - Zbiór akcji  $A$  (tabela informacyjna)
  - Zbiór referencyjny  $A^R$
  - Ranking na zbiorze  $A^R$
- Aparat matematyczny: programowanie matematyczne

# Schemat działania metody

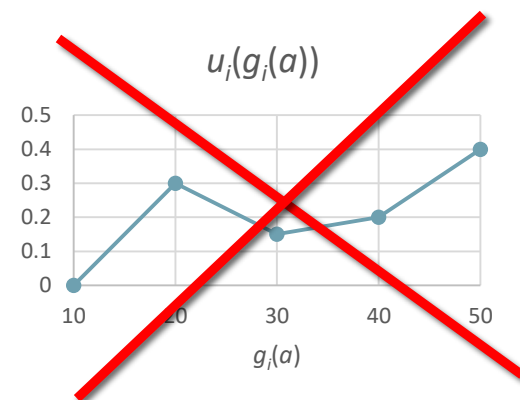
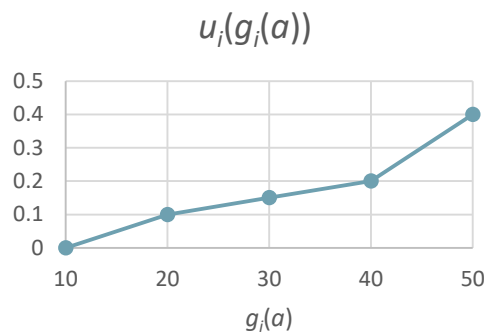
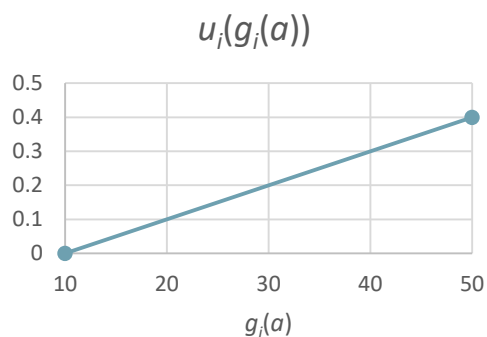
Spójna rodzina kryteriów:  
(1) kompletna, (2) monotoniczna  
i (3) nienadmiarowa





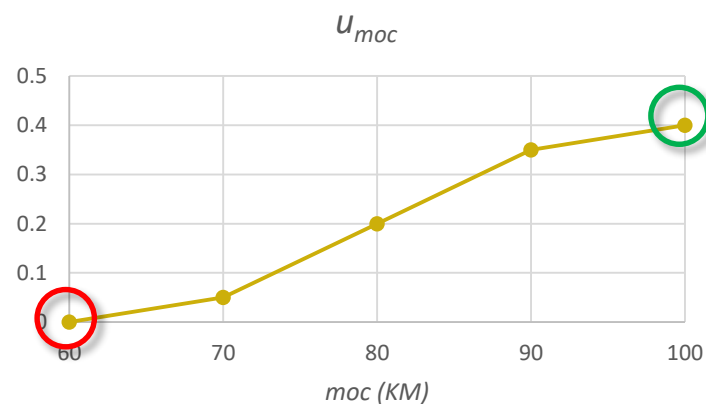
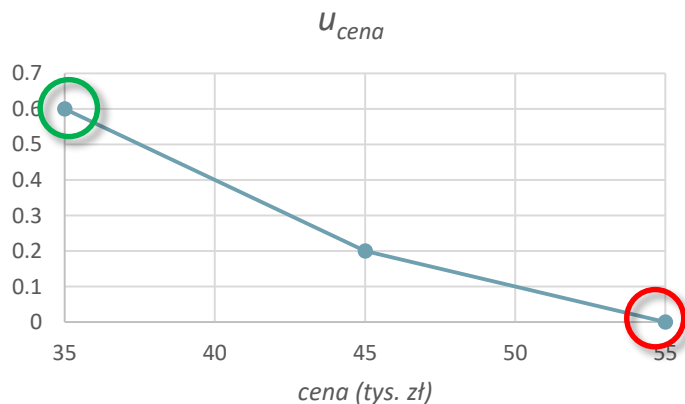
# Funkcje użyteczności

- Częstkowe funkcje użyteczności muszą być monotoniczne (niemalejące lub nierosnące)
- Częstkowe funkcje użyteczności mogą być odcinkami liniowe
  - Liczba odcinków to parametr wejściowy dla metody UTA
  - Im więcej odcinków, tym lepsze dopasowanie funkcji do danych



# Funkcje użyteczności

- Wartości cząstkowej użyteczności dla najgorszej wartości na każdym kryterium musi wynosić 0
- Suma wartości cząstkowych dla najlepszych wartości na wszystkich kryteriach musi wynosić 1



$$U(\text{ideal}) = 1.0$$
$$U(\text{nadir}) = U(\text{antyyideal}) = 0.0$$

# Aparat matematyczny

Programowanie matematyczne  
(programowanie liniowe)

$$\min F = \sum_{a \in A^R} (\sigma^+(a) + \sigma^-(a))$$

przy ograniczeniach

$$\begin{aligned} (U(a) - \sigma^+(a) + \sigma^-(a)) - (U(b) - \sigma^+(b) + \sigma^-(b)) &\geq 0 && aPb \\ (U(a) - \sigma^+(a) + \sigma^-(a)) - (U(b) - \sigma^+(b) + \sigma^-(b)) &= 0 && aIb \end{aligned}$$

$$u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j) \geq 0 \quad i = 1 \dots n, j = 1 \dots \gamma_i - 1$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n u_i(\beta_i) &= 1 \\ u_i(\alpha_i) &= 0 \quad i = 1 \dots n \end{aligned}$$

$$u_i(g_i^j) \geq 0, \sigma^+(a) \geq 0, \sigma^-(a) \geq 0 \quad \forall a \in A^R, \forall i, j$$

Jeśli optymalne  $F (F^*)$  jest równe 0, to istnieje co najmniej jedna funkcja użyteczności zgodna z rankingiem zadany na zbiorze  $A^R$  (tzn. odtwarzająca ranking referencyjny)

# Współczynnik Kendalla $\tau$

- Określa zgodność uzyskanej funkcji użyteczności z preferencjami decydenta
- Wyznaczany przez porównanie dwóch rankingów na zbiorze  $A^R$  – decydenta i wynikającego z funkcji użyteczności
- Wartości z przedziału  $[-1, 1]$ 
  - $\tau = 1$  – pełna zgodność rankingów ( $F^* = 0$ )
  - $\tau = -1$  – pełna niezgodność rankingów (tzn. rankingi są przeciwstawne)
- W praktyce funkcje użyteczności akceptuje się, gdy  $\tau \geq 0.75$

# Wyznaczanie współczynnika Kendalla $\tau$

## Dane wejściowe

- kwadratowe macierze  $R$  i  $R^*$  o rozmiarze  $m$  ( $\Rightarrow m =$  liczba wariantów referencyjnych)
- macierz  $R$  opisuje porządek referencyjny podany przez decydenta
- macierz  $R^*$  opisuje porządek zdefiniowany przez funkcję użyteczności wyznaczoną automatycznie ( $\Rightarrow$  programowanie matematyczne)
- poszczególne elementy macierzy  $R$  i  $R^*$  przyjmują następujące wartości

$$r_{i,j}(= r_{i,j}^*) = \begin{cases} 0.0 & i = j \text{ lub } a_j P a_i \\ 0.5 & a_i I a_j \\ 1.0 & a_i P a_j \end{cases}$$

# Wyznaczanie współczynnika Kendalla $\tau$

- **Odległość Kendalla** między macierzami  $R$  i  $R^*$  wyznaczona jako

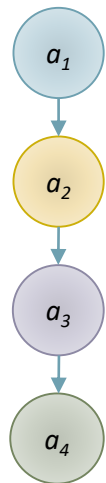
$$d_K(R, R^*) = 0.5 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m |r_{i,j} - r_{i,j}^*|$$

- **Współczynnik Kendalla** wyznaczony jako

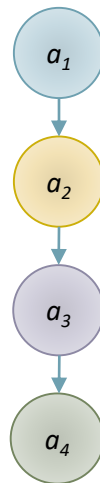
$$\tau = 1 - 4 \frac{d_K(R, R^*)}{m(m-1)}$$

# Wyznaczanie $\tau$ – przykład 1

Ranking referencyjny



Ranking „automatyczny”



$$d_K(R, R^*) = 0.0$$

$$\tau = 1 - 4 \frac{0}{4 \cdot 3} = 1.0$$

Macierz  $R$

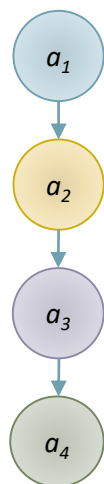
$r_{ij}$	1	2	3	4
1	0	1	1	1
2	0	0	1	1
3	0	0	0	1
4	0	0	0	0

Macierz  $R^*$

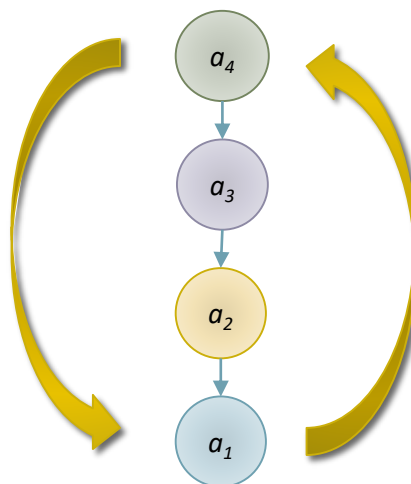
$r^*_{ij}$	1	2	3	4
1	0	1	1	1
2	0	0	1	1
3	0	0	0	1
4	0	0	0	0

# Wyznaczanie $\tau$ – przykład 2

Ranking referencyjny



Ranking „automatyczny”



$$d_K(R, R^*) = 0.5 \cdot 12 = 6.0$$

$$\tau = 1 - 4 \frac{6}{4 \cdot 3} = 1 - 2 = -1.0$$

Macierz  $R$

$r_{ij}$	1	2	3	4
1	0	1	1	1
2	0	0	1	1
3	0	0	0	1
4	0	0	0	0

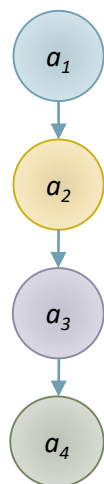
Macierz  $R^*$

$r^*_{ij}$	1	2	3	4
1	0	0	0	0
2	1	0	0	0
3	1	1	0	0
4	1	1	1	0

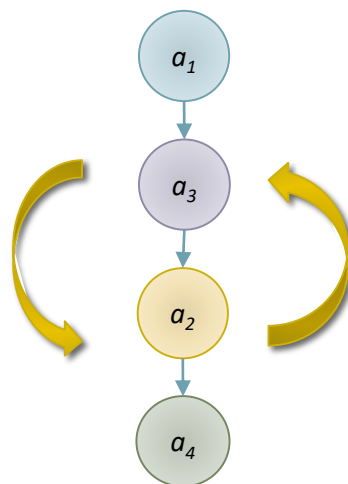


# Wyznaczanie $\tau$ – przykład 3

Ranking referencyjny



Ranking „automatyczny”



$$d_K(R, R^*) = 0.5 \cdot 2 = 1.0$$

$$\tau = 1 - 4 \frac{1}{4 \cdot 3} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = 0.67$$

Macierz  $R$

$r_{ij}$	1	2	3	4
1	0	1	1	1
2	0	0	1	1
3	0	0	0	1
4	0	0	0	0

Macierz  $R^*$

$r^*_{ij}$	1	2	3	4
1	0	1	1	1
2	0	0	0	1
3	0	1	0	1
4	0	0	0	0



# PRZYKŁAD TRANSPORTOWY

---

# Opis problemu



- Ranking dostępnych środków transport publicznego
- 6 wariantów opisanych za pomocą 3 kryteriów

	↓ Price	↓ Time	↑ Comfort
RER	3	10	1
METRO1	4	20	2
METRO2	2	20	0
BUS	6	40	0
TAXI	30	30	3
SNCF	3	20	2

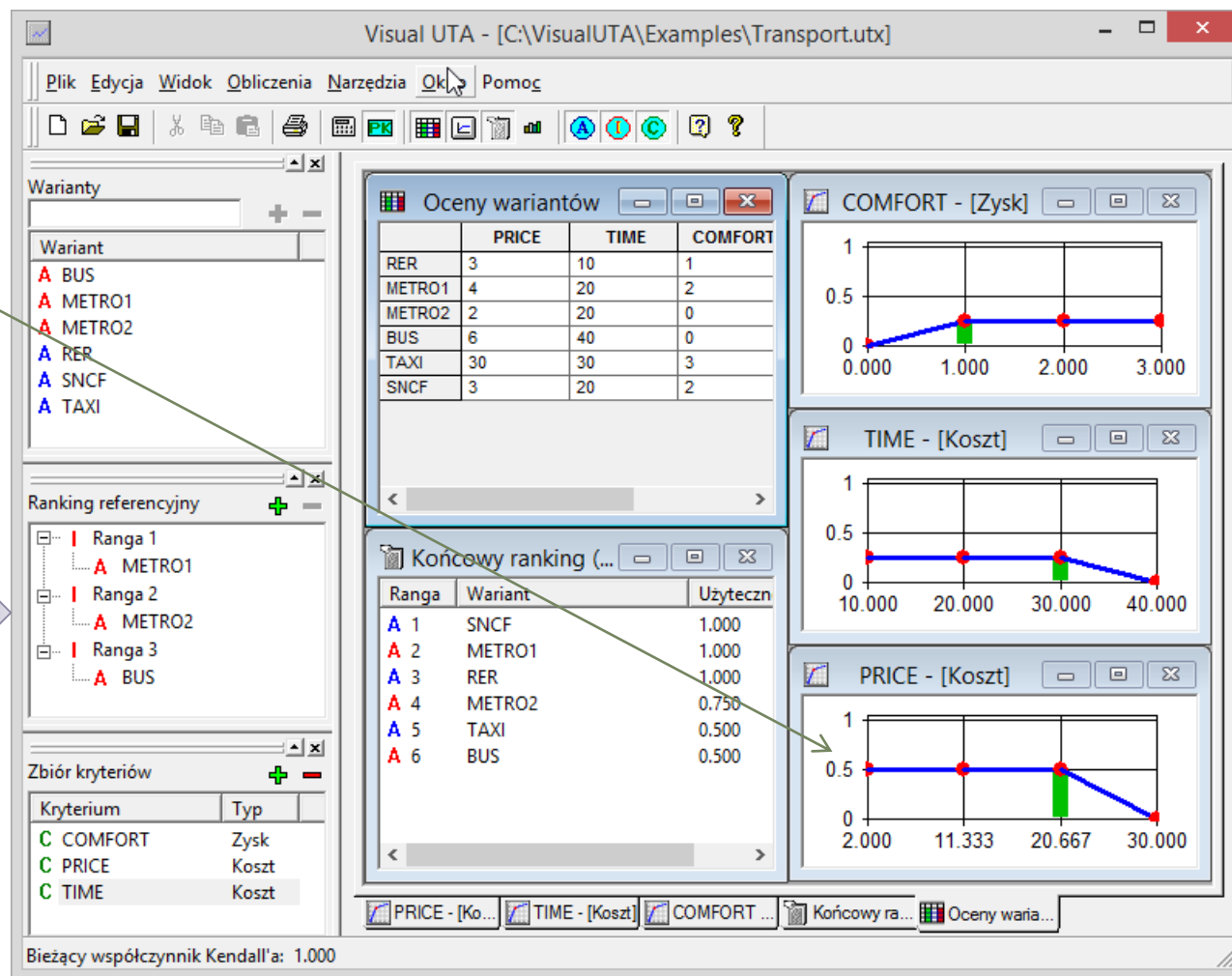


**koszt** – im mniej, tym lepiej



**zysk** – im więcej, tym lepiej

# Decydent A



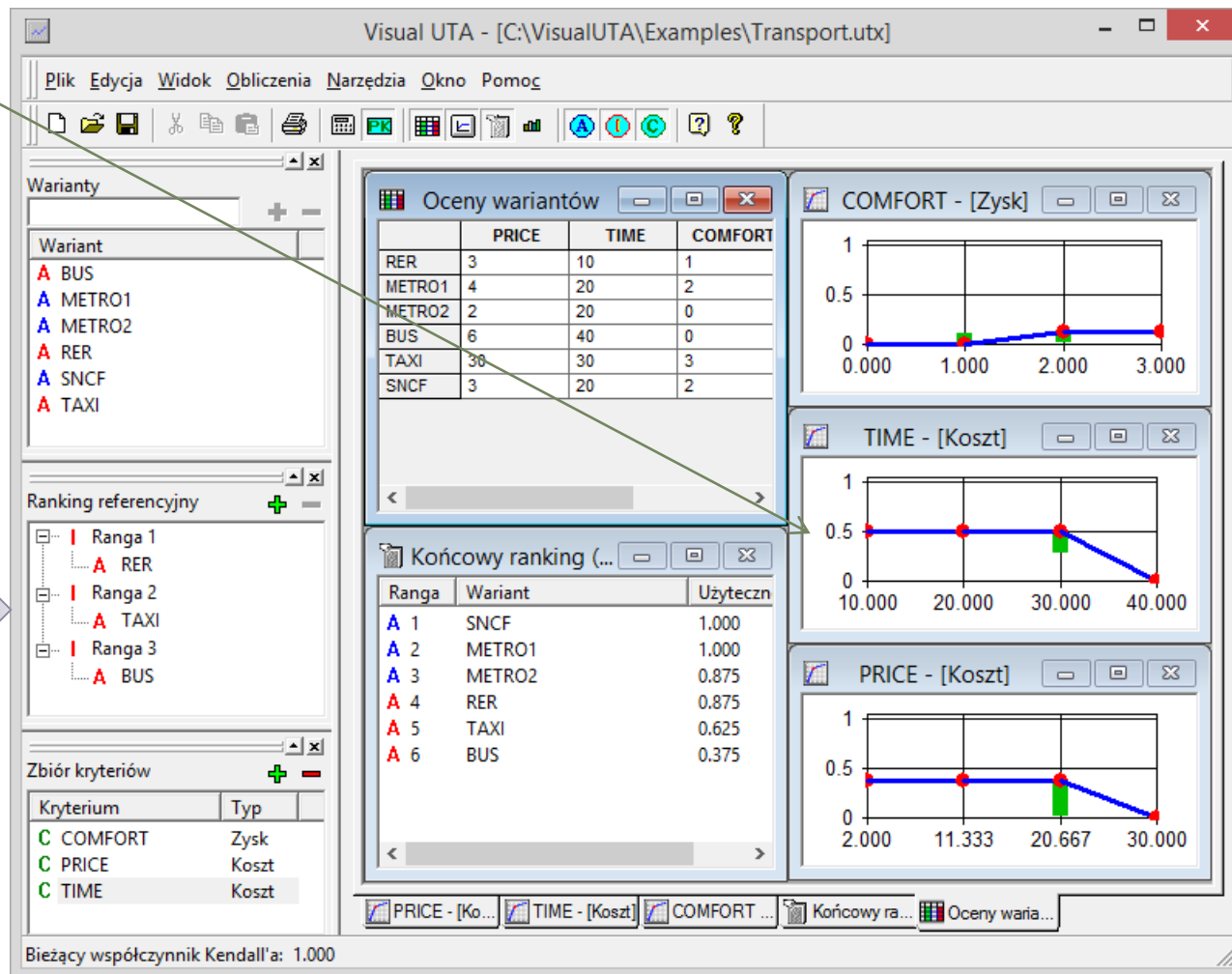
Decydent „zorientowany kosztowo”

Zbiór referencyjny  $A^R$   
i ranking zbudowany  
na tym zbiorze

# Decydent B

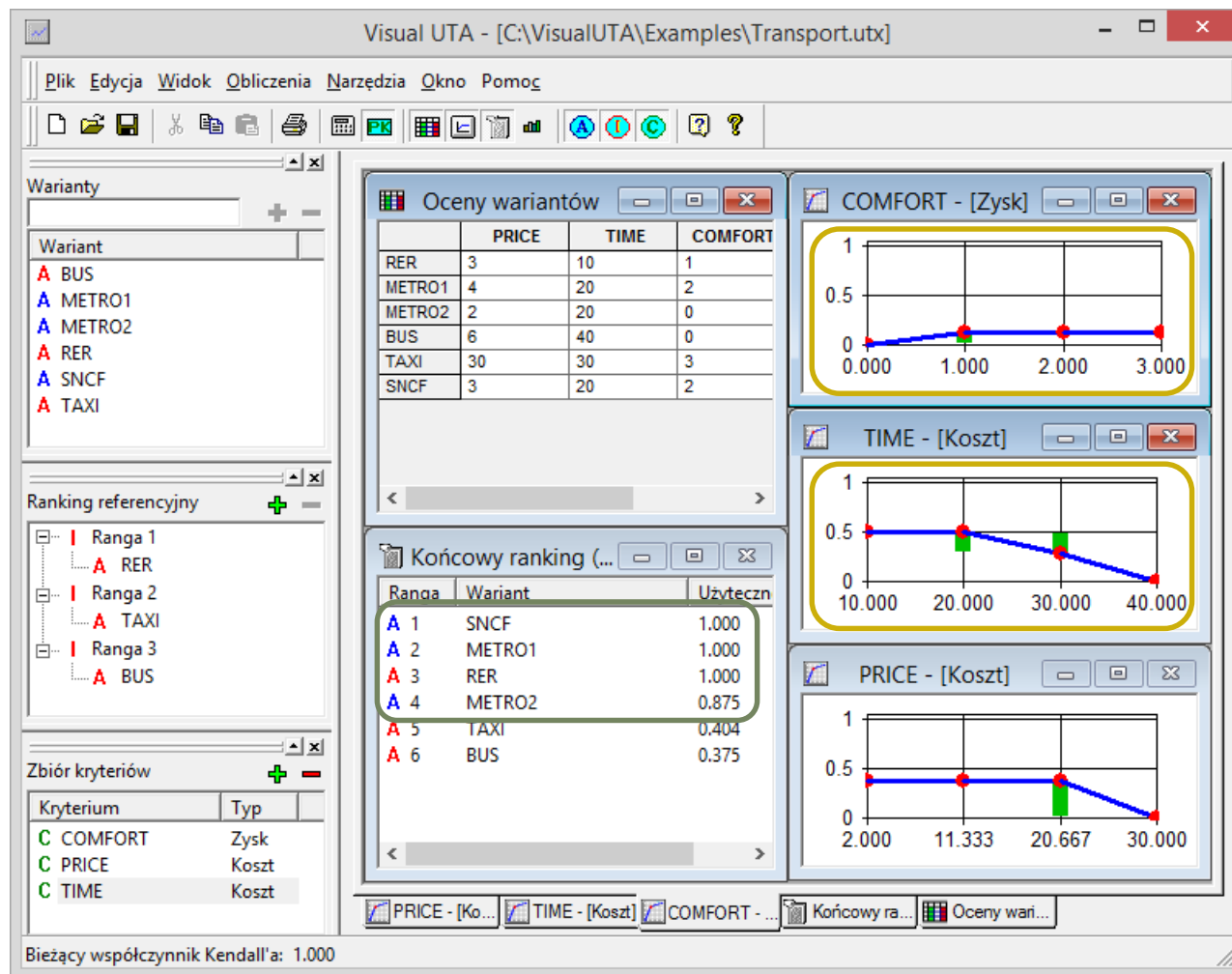
Decydent „zorientowany czasowo”

Zbiór referencyjny  $A^R$   
i ranking zbudowany  
na tym zbiorze



# Decydent B

Interakcja z decydem –  
modyfikacja cząstkowych  
użyteczności





# PRZYKŁAD MEDYCZNY #1

---

# Therapy Adherence

**Adherence:** success in following therapeutic advices and recommendations from a healthcare provider

- Adherence is a major determinant of therapeutic success (→ better to improve adherence than the therapy itself)
- Non-adherence leads to worsening condition and increased healthcare costs (US – 100-300 billion USD annually)
- In developed countries adherence to long-term therapies in the general population is around 50% [WHO, 2003]



# Patient Preferences

- A new and important component of EBM

EBM = Evidence + Experience + Preferences

*“evidence is never enough to make treatment recommendations”* [Murad et al., 2008]

- Especially relevant when evidence is associated with a high level of uncertainty (→ “grey zone” or “preference-sensitive” decisions) [van der Weijden et al., 2013]
- May improve the effectiveness of therapies – in particular patients are more likely to adhere to preferred therapies

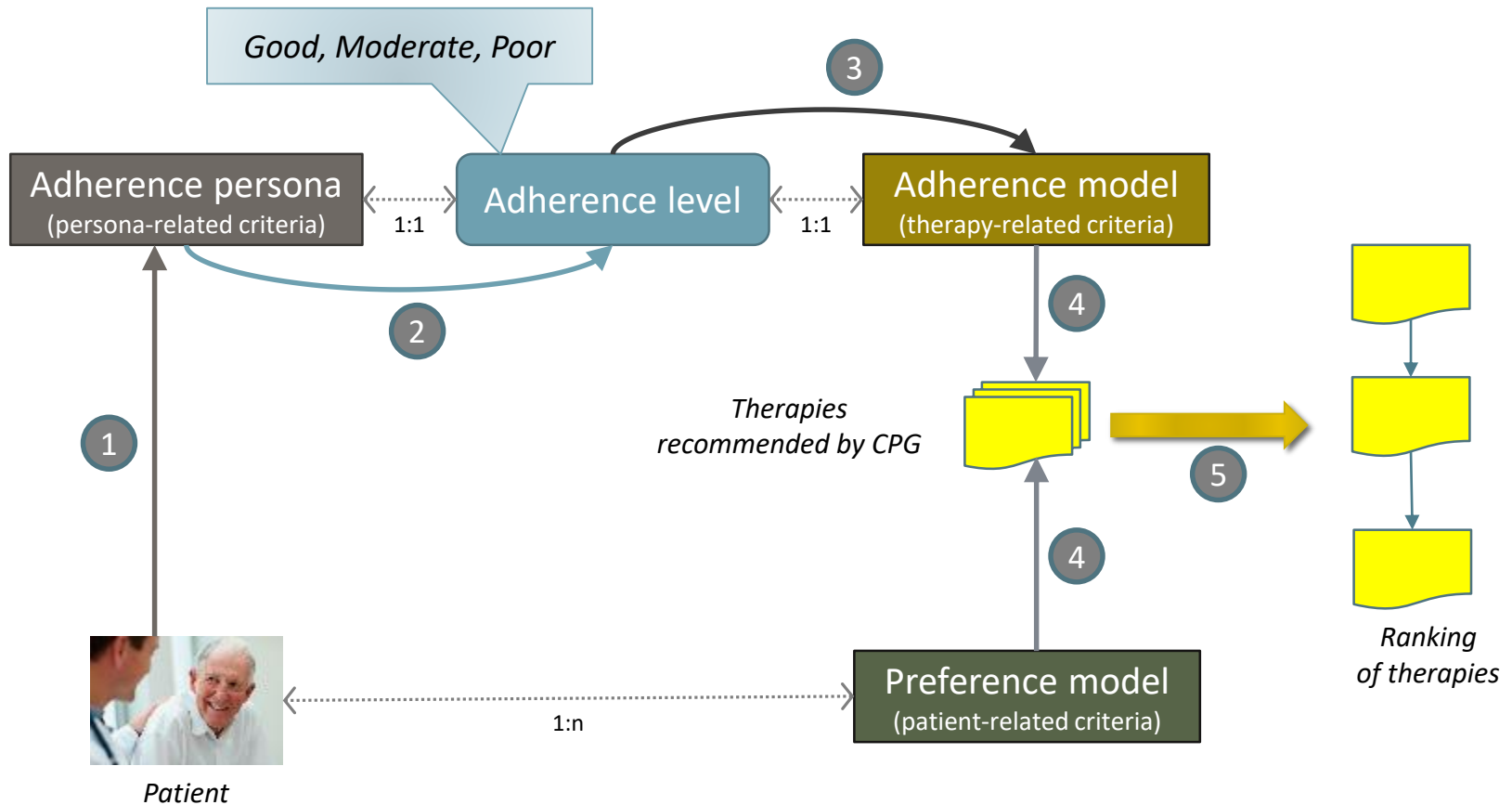
# Research Question

Clinical practice guidelines (CPGs) usually recommend multiple therapies to choose from (for simplicity: 1 therapy = 1 treatment)

**Question:** How to evaluate recommended therapies to select a therapy most aligned with a patient's adherence and preferences?

**Answer:** an evaluation framework that employs adherence levels with associated personas and models, and patient preference models

# Therapy Evaluation Framework



# Persona- and Therapy-related Criteria

- Selection based on a systematic review [Jin et al. 2008]
  - Problem-independent – applicable to various diseases
- 
- |   |   |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>■ Persona-related criteria<ul style="list-style-type: none"><li>□ Age</li><li>□ Smoking or alcohol intake</li><li>□ Cognitive function</li><li>□ History of adherence</li></ul></li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>■ Therapy-related criteria<ul style="list-style-type: none"><li>□ Route of administration</li><li>□ Treatment complexity</li><li>□ Medication side effects</li><li>□ Degree of behavioral change required</li></ul></li></ul> |
|---|---|

# Adherence and Preference Models

- Both models derived using ROR (robust ordinal regression) – generalization of UTA (the same principles)
- Input – pairwise comparisons of selected therapies
- Output – additive value function, similar to scores and scales usually used in clinical decision making

# Atrial Fibrillation (AFib)

- AFib is one of the most prevalent types of cardiac arrhythmias, it accounts for about 30% of hospitalizations for arrhythmias
- We focus on non-valvular AFib – a number of new therapies proposed by recent CPGs
  - Common oral anti-coagulants (OACs)
    - drug-drug and drug-food interactions, need for routine coagulation control
  - New OACs (NOACs) or direct acting OACs (DOACs)
    - faster, fewer interactions, with a fixed dosage, no need for laboratory control
    - lack of antidote, shorter half-lives, more expensive
- OACs are poorly adhered to (in 50% of patients), OACs and NOACs are under-prescribed → opportunity for support!

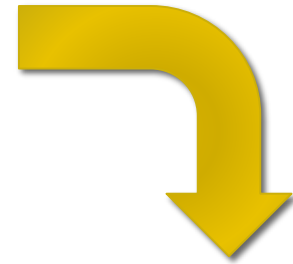


**Canadian Cardiovascular Society**  
*Leadership. Knowledge. Community.*

# Patient Case

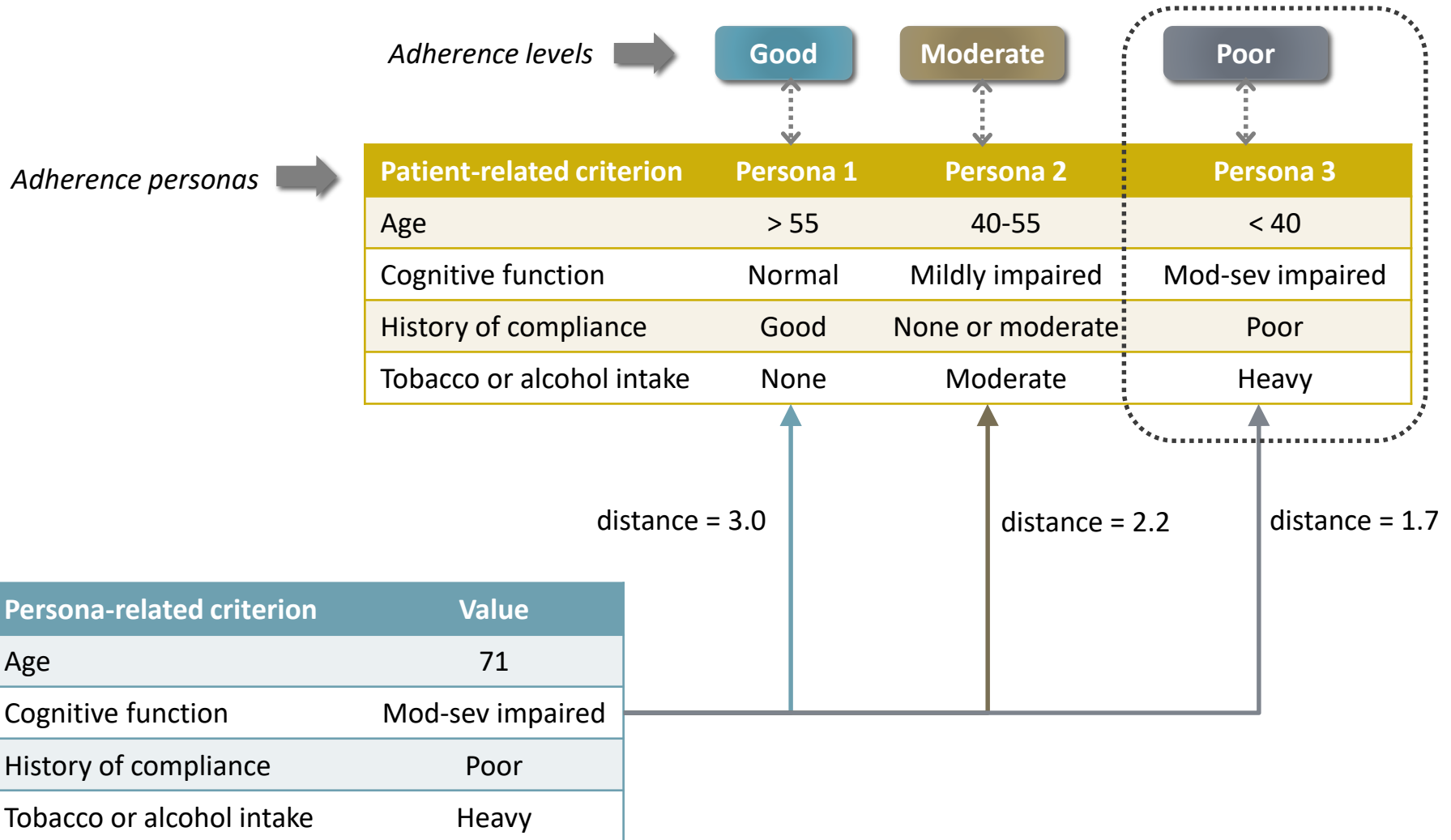


*Jack Burns is a 71 year retired merchant seaman a diagnosis of non-valvular AF. He is an erratic visitor to the clinic, often failing to show up to his appointments. He is a diagnosed type 2 diabetic, being treated with metformin and siptagliptin. When questioned regarding his medication, he is vague in his answers regarding when and how often he manages his medications. During his visits, his wife has expressed concern regarding his memory. Recent MMSE scores for Jack were at 17 indicating moderate cognitive impairment. He freely admits to spending most of this time in the pub with his friends.*



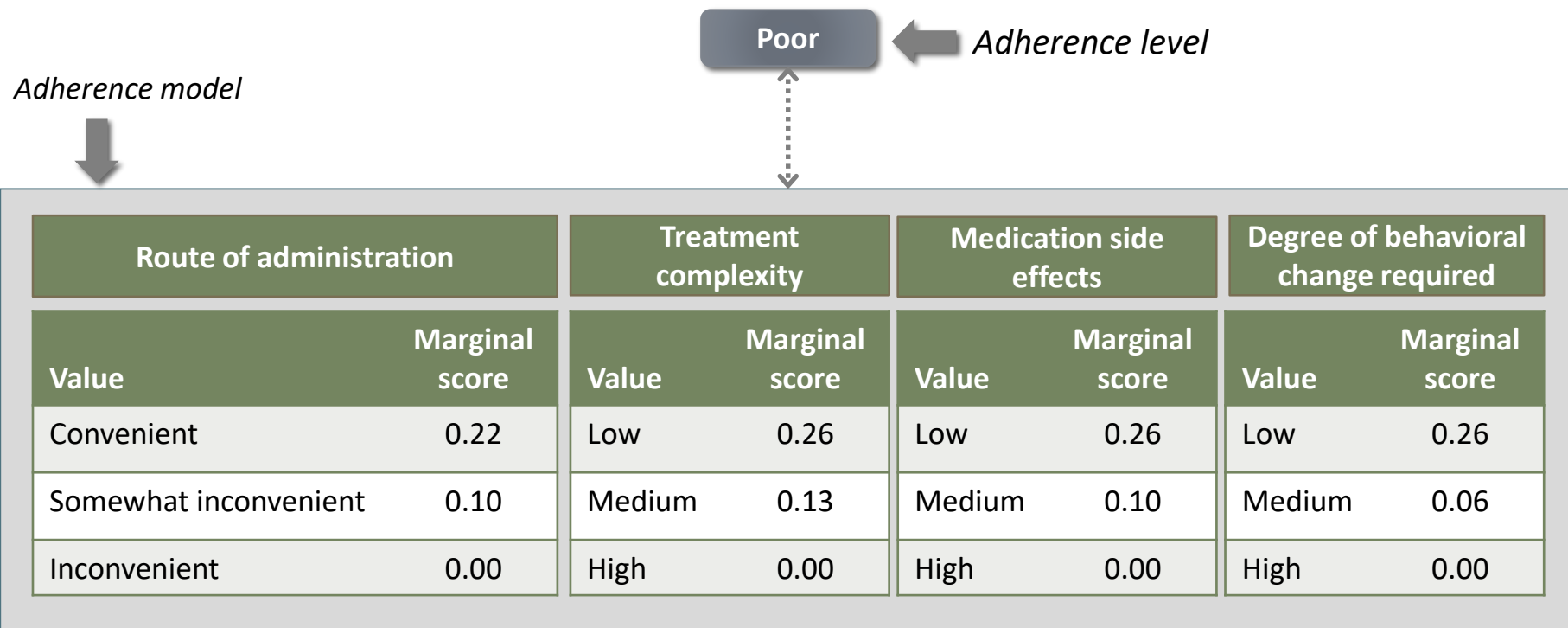
Persona-related criterion	Value
Age	71
Cognitive function	Mod-sev impaired
History of compliance	Poor
Tobacco or alcohol intake	Heavy

# Selection of Adherence Persona and Level





# Adherence Model for Selected Level



# Patient Preference Model

Reversal agent for bleeding		Cost	
Value	Marginal score	Value	Marginal score
Available	1.00	Inexpensive	0.00
None	0.00	Expensive	0.00

All costs covered by the National Health Service

# Possible AFib Therapies

**VKA** = vitamin K antagonists (warfarin)

**DAB** = dabigatran

**RIV** = rivaroxaban

**APIX** = apixaban

Therapy-related criteria	VKA	DAB	RIV	APIX
Route of administration	Pill Injection	Pill	Pill	Pill
Treatment complexity	Once daily INR monitoring 1-2 per week	Twice daily No INR monitoring	Once daily No INR monitoring	Twice daily No INR monitoring
Medication side effects	Medication interactions Food and drink interactions Bleeding (more)	Bleeding (less) Nausea Vomiting Dyspepsia (more)	Bleeding (less) Nausea Vomiting Dyspepsia (less)	Bleeding (less) Nausea Vomiting Dyspepsia (less)
Degree of behavioral change required	High	Low	Low	Low
Patient-related criteria	VKA	DAB	RIV	APIX
Route of administration	Convenient	Convenient	Convenient	Convenient
Reversal agent for bleeding	High	Medium	Low	Medium
Medication side effects	Medium	Low	Low	Low
Degree of behavioral change required	High	Low	Low	Low
Reversal agent for bleeding	Available	Available	None	None
Cost	Inexpensive	Expensive	Expensive	Expensive

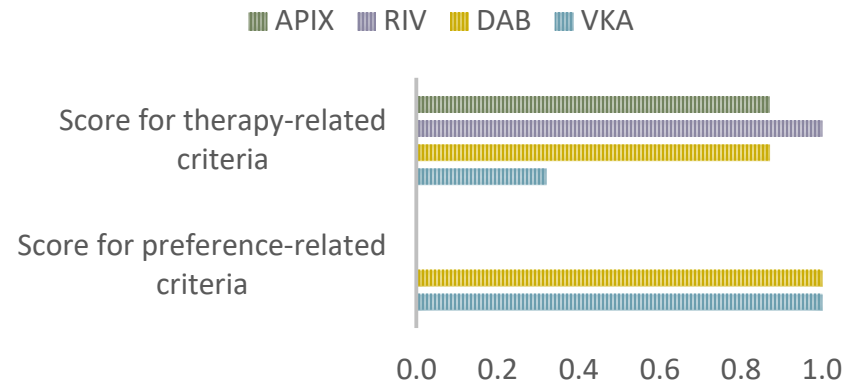


# Evaluation of AFib Therapies

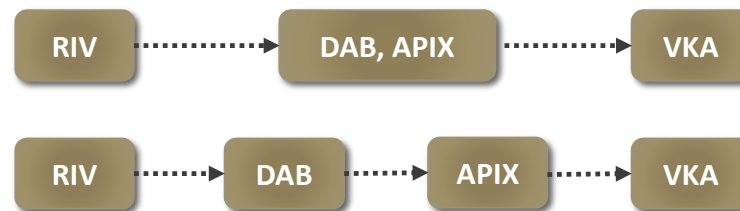
	VKA	DAB	RIV	APIX
Selected adherence model (associated with poor level)	Route of administration <b>0.22</b>	Convenient <b>0.22</b>	Convenient <b>0.22</b>	Convenient <b>0.22</b>
	Treatment complexity <b>0.00</b>	High <b>0.00</b>	Medium <b>0.13</b>	Low <b>0.26</b>
	Medication side effects <b>0.10</b>	Medium <b>0.10</b>	Low <b>0.26</b>	Low <b>0.26</b>
	Degree of behavioral change required <b>0.00</b>	High <b>0.00</b>	Low <b>0.26</b>	Low <b>0.26</b>
Patient preference model	Score for therapy-related criteria <b>0.32</b>	<b>0.32</b>	<b>0.87</b>	<b>0.87</b>
	Reversal agent for bleeding <b>1.00</b>	Available <b>1.00</b>	Available <b>1.00</b>	None <b>0.00</b>
	Cost <b>0.00</b>	Inexpensive <b>0.00</b>	Expensive <b>0.00</b>	Expensive <b>0.00</b>
	Score for patient-related criteria <b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>0.00</b>

# Selection of the “Best” AFib Therapy

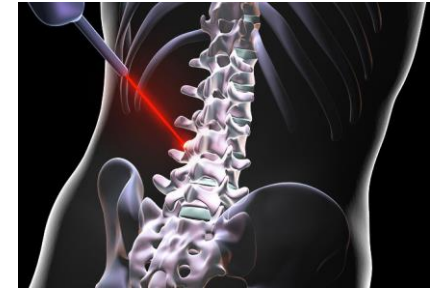
	VKA	DAB	RIV	APIX
Score for therapy-related criteria	<b>0.32</b>	<b>0.87</b>	<b>1.00</b>	<b>0.87</b>
Score for preference-related criteria	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>



- Lexicographical ordering of therapies according to obtained both scores



- Obtained ranking used as basis for discussion between physician and patient



# PRZYKŁAD MEDYCZNY #2

---

# Post-operative complication risk

- Evaluation of perceived post-operative complication risk after spine surgery in cancer patients
- Based on responses provided by 6 expert surgeons for 15 “paper patients” (based on actual ones)
- Preference models capturing expertise and “bias” of specific surgeons → exploration of differences and similarities

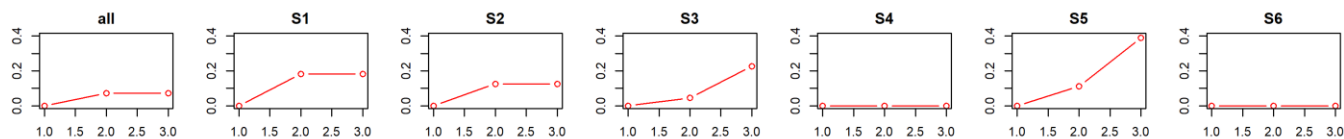
# Evaluations of paper patients

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15
Proc_CdGrp	1	1	3	1	1	1	2	1	1	2	1	1	1	2	1
MRDx_10_CdGrp	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1	2	1	1	2	1
ncdDiabetes	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
ncdSmoker	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
ncdHypertension	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1
ncdBleeding	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Age	64	60	70	61	85	74	65	55	61	71	62	96	83	85	68
ncdBmi	38.0	29.9	38.2	39.9	29.9	25.4	18.6	38.1	29.9	16.5	29.9	29.9	30.1	29.9	32.0
Urgent	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
<b>Surgeon assignments to risk class</b>															
S1	L	L	M	M	M	L	M	M	L	H	M	H	M	H	L
S2	M	L	M	M	L	L	L	M	L	L	L	M	L	M	L
S3	M	M	H	M	M	L	M	M	M	L	L	M	L	L	L
S4	M	L	H	L	M	L	L	H	L	L	L	H	L	M	M
S5	M	H	H	M	M	L	M	M	M	M	H	M	M	M	M
S6	L	H	M	H	M	L	L	H	M	L	H	M	L	H	M
<b>Frequency of assigned risk class</b>															
Low (L)	2	3	0	1	1	6	3	0	3	4	3	0	4	1	3
Medium (M)	4	1	3	4	5	0	3	4	3	1	1	4	2	3	3
High (H)	0	2	3	1	0	0	0	2	0	1	2	2	0	2	0

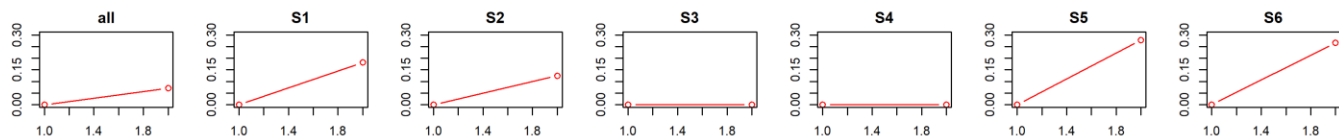


# Preference models

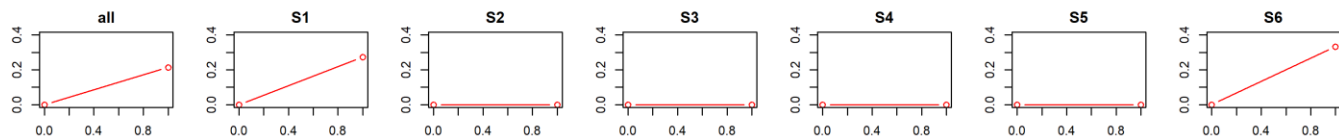
Proc\_Approach\_CdGrp



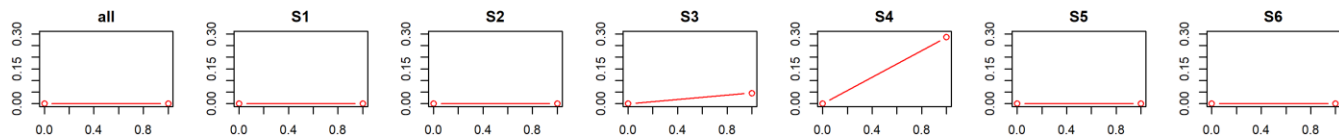
MRDx\_10\_CdGrp



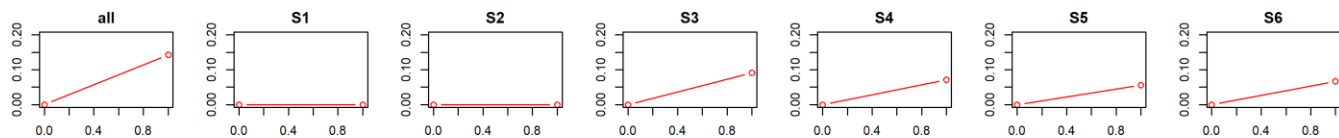
ncdDiabetes



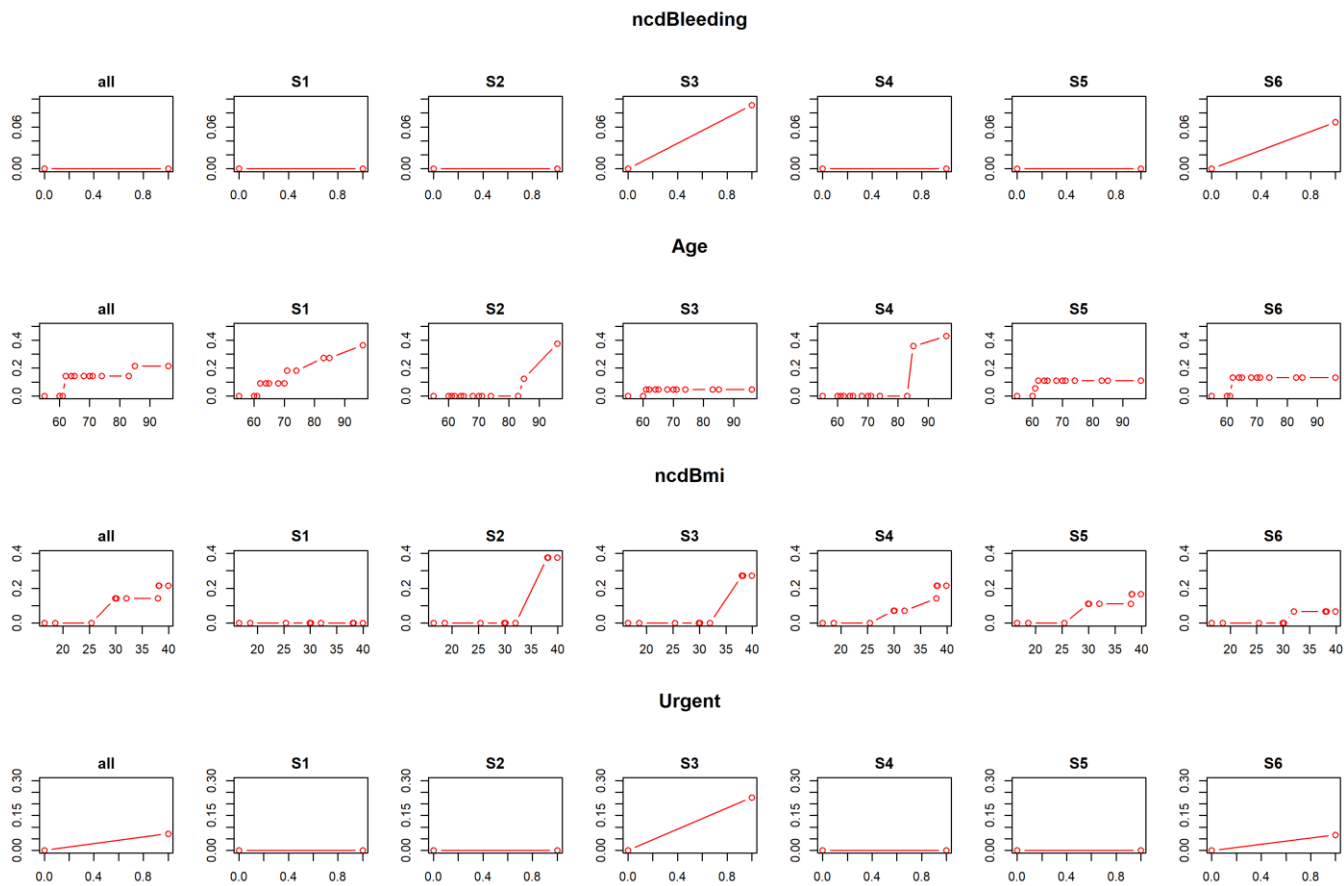
ncdSmoker



ncdHypertension



# Preference models



# PODSUMOWANIE

---

# Podsumowanie

1. Podstawowe problematyki wspomaganie decyzji – wybór, klasyfikacja i porządkowanie
2. Informacja o dominacji zbyt uboga
3. Modele preferencji – funkcje, relacje, zbiory reguł
4. Metoda UTA (+ pochodne) – interakcyjne budowanie addytywnej funkcji użyteczności
5. Możliwość uwzględnienia preferencji (lekarza, pacjenta!) w procesie podejmowania decyzji
6. Odkrywanie „subiektywnego doświadczenia” ekspertów wpływającego na podejmowane decyzje