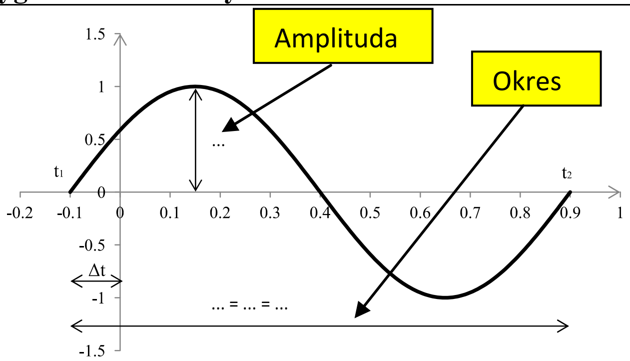
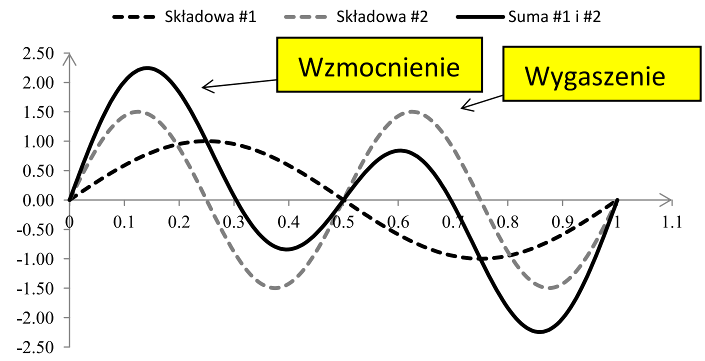
Sygnał harmoniczny	Sygnał/Sygnały harmoniczne składowe

Sygnał harmoniczny



Wzór: $y(t) = A \cdot \sin(2\pi f t + \varphi) + y_0 = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) + \varphi) + y_0$

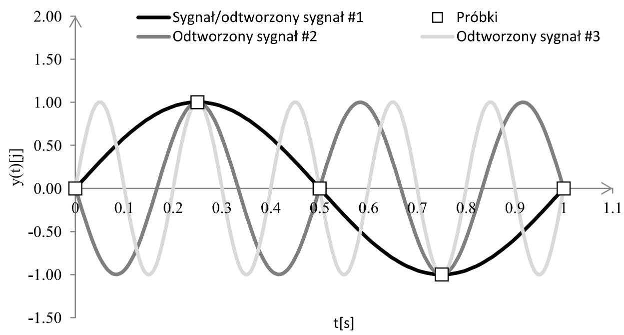
Sygnał/Sygnały harmoniczne składowe

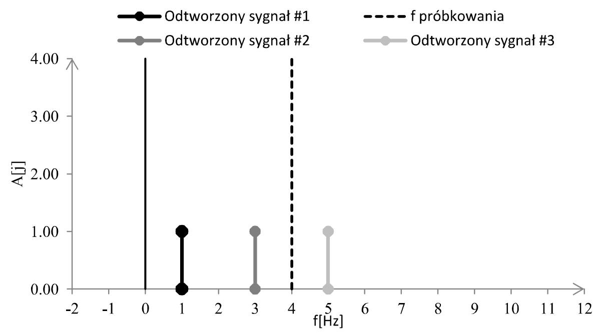


Na ogół definiuje się przez **cos**, a nie **sin**

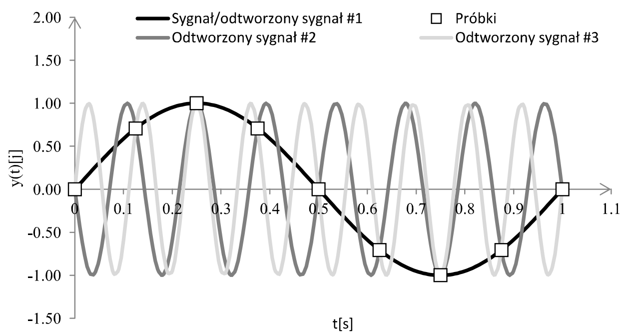
Sygnał w dziedzinie czasu a sygnał w dziedzinie częstotliwości (wykresy amplitudy!); częstotliwość Nyquista.

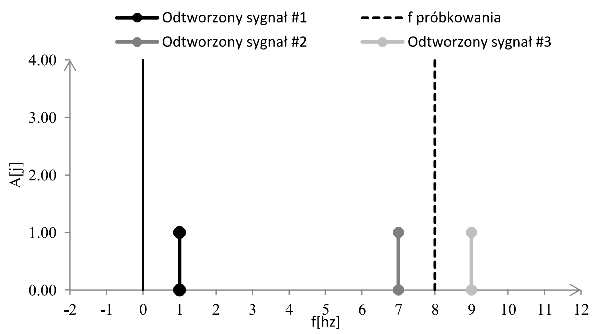
Częst. sygnału: 1Hz Częst. próbkowania: 4Hz L. pobranych próbek: 4 Częst. Nyquista: 2Hz



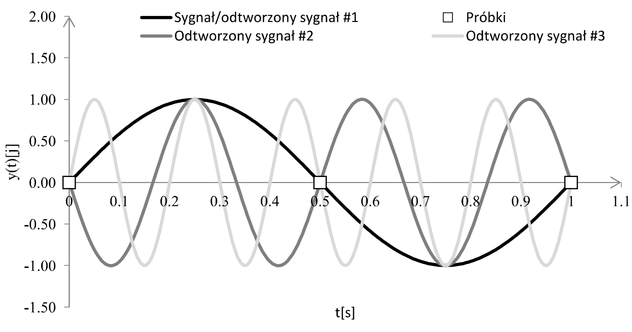


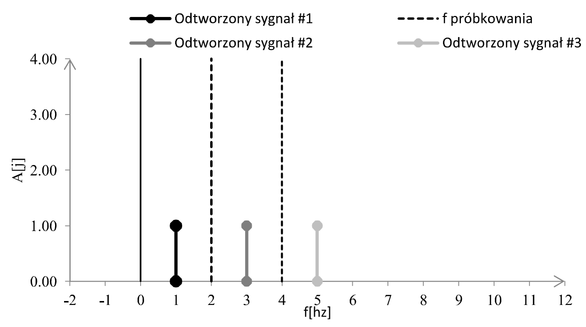
Częst. sygnału: 1Hz Częst. próbkowania: 8Hz L. pobranych próbek: 8 Częst. Nyquista: 4Hz





Częst. sygnału: 1Hz Częst. próbkowania: 2Hz L. pobranych próbek: 2 Częst. Nyquista: 1Hz





Częstotliwość Nyquista, Twierdzenie Kotielnikowa-Shannona

Metoda FFT pakietu numpy (np.fft.fft()):
na wejściu wektor liczb rzeczywistych (próbki), na wyjściu wektor liczb urojonych.

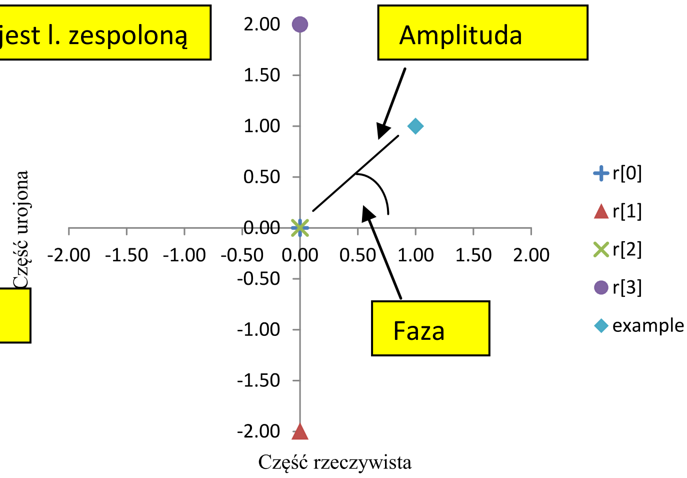
więc $f_f = 4$

W poniższych przypadkach analizujemy jeden pełen przebieg sinusa o f=1Hz (czyli kończy się w 1 sekundzie).

Przykład 1

v = [0, 1, 0, -1]
r = np.fft.fft(v)
print(v): r = [0.+0.j, 0.-2j, 0.+0.j, 0.+2.j]

Dokładnie tyle samo, każda liczba jest l. zespoloną



Ile jest liczb na wyjściu w stosunku do wejścia?

Wiedząc, że z kolejną próbką (tutaj 5-tą) związana jest częstotliwość próbkowania sygnału, to jaka jest częstotliwość i-tej wyjściowej harmonicznej? $(i/n) \cdot f_f$

Indeks (i) harmonicznej	Częstotliwość	abs	arg
0	0*4/4=0	0	0
1	1*4/4=1	2	270
2	2*4/4=2	0	0
3	3*4/4=4	2	90

Tak bo cos w fazie 270 stopni to sin w fazie 0

Czy abs i arg się zgadzają ? ABS : NIE; ARG TAK

Przeanalizuj następujące przypadki i określ jak dokonać przekształcenia abs → amplituda

Przykład 2

v = [0, 2, 0, -2] (amplituda sygnału = 2)
r = np.fft.fft(v)
print(v): r = [0.+0.j, 0.-4j, 0.+0.j, 0.+4.j]

Przykład 3

v = [0, 4, 0, -4] (amplituda sygnału = 4)
r = np.fft.fft(v)
print(v): r = [0.+0.j, 0.-8j, 0.+0.j, 0.+8.j]

1) Zależność między prawdziwą amplitudą a abs jest LINIOWA

Przykład 4 (w dalszym ciągu sinus o f=1Hz i jeden pełen przebieg sinusa)

v = [0, $\sqrt{2}/2$, 1, $\sqrt{2}/2$, 0, -$\sqrt{2}/2$, -1, -$\sqrt{2}/2$] (amplituda sygnału = 1)
r = np.fft.fft(v)
print(v): r = [0.00000000e+00 +0.00000000e+00j -3.31922670e-15 -4.00000000e+00j
0.00000000e+00 +0.00000000e+00j 9.95799250e-17 -8.88178420e-16j
0.00000000e+00 +0.00000000e+00j 1.14423775e-17 -6.66133815e-16j
0.00000000e+00 +0.00000000e+00j 3.20820439e-15 +4.00000000e+00j]

Cz. próbkowania f_s wzrosła 2x w stosunku do przykładu 1. Abs uzyskanych wartości w tym momencie wzrósł 2x . Zależność między f_s (także liczbą próbek!) a tymi wartościami jest więc liniowa Biorąc pod uwagę obydwa uzyskane wnioski: aby uzyskać wartości amplitud należy podzielić przez połowę liczby próbek Dlaczego nie wolno użyć do przekształcenia A oraz f_s (chociaż to ostatnie na upartego można).

Przykład 5

Czy to się zgadza dla tego przypadku?
v = [1, 2, 1, 0] r = np.fft.fft(v)
print(v): r = [4.+0.j, 0.-2j, 0.+0.j, 0.+2.j]

Dlaczego? Co należy poprawić?
ABS by wyszły [2, 1, 0, 1]
Amplitudę dla częstotliwości zero trzeba podzielić (dodatkowo) przez 2. Wynika to stąd, że w tym miejscu „słupek" na wykresie pokrywa się z swoim symetrycznym odpowiednikiem, a więc jego wysokość jest zdublowana.