

Techniki optymalizacji

Metaheurystyki oparte na
algorytmach lokalnego
przeszukiwania

Maciej Hapke
maciej.hapke at put.poznan.pl

GRASP

Greedy Randomized Adaptive Search Procedure

- T.A. Feo, M.G.C. Resende, Greedy Randomized Adaptive Search Procedures, Journal of Global Optimization 6, 109-133, 1995.
<http://www.research.att.com/~mgcr/papers.html>
- Idea – dobry punkt startowy – dobre rozwiązanie
- Fazy algorytmu
 - Konstrukcja „dobrego” rozwiązania
 - Lokalna optymalizacja

GRASP

Konstrukcja dobrego rozwiązania

- Dokładanie pojedynczych elementów do rozwiązania
- Uporządkowana ograniczona lista kandydatów według tzw. funkcji zachłannej, która bierze pod uwagę elementy znajdujące się już w rozwiązaniu
- Wybór **losowy** jednego z najlepszych kandydatów z listy (zwykle nie jest to ten najlepszy)

GRASP

Algorytm

- Poprawa rozwiązania - lokalna optymalizacja
- Algorytm

```
procedure GRASP(Max_Iterations, Seed)
1  Read_Input();
2  for  $k = 1, \dots, \text{Max\_Iterations}$  do
3      Solution  $\leftarrow$  Greedy_Randomized_Construction(Seed);
4      Solution  $\leftarrow$  Local_Search(Solution);
5      Update_Solution(Solution, Best_Solution);
6  end;
7  return Best_Solution;
end GRASP.
```

Zachłanna procedura

```
procedure Greedy_Randomized_Construction(Seed)
1  Solution  $\leftarrow \emptyset$ ;
2  Evaluate the incremental costs of the candidate elements;
3  while Solution is not a complete solution do
4      Build the restricted candidate list (RCL);
5      Select an element  $s$  from the RCL at random;
6      Solution  $\leftarrow$  Solution  $\cup \{s\}$ ;
7      Reevaluate the incremental costs;
8  end;
9  return Solution;
end Greedy_Randomized_Construction.
```

Konstrukcja ograniczonej listy kandydatów RCL

- Pierwsza faza
 - $c(e)$ – koszt przyrostu f. celu związany z włączeniem elementu $e \in E$ do rozwiązania
 - c^{\min}, c^{\max} – najmniejszy i największy koszt przyrostu
- RCL jest budowana z elementów o najmniejszym przyroście
- Ograniczenie
 - ze względu na ilość (p elementów)
 - ze względu na jakość (α)
 - $c(e) \in [c^{\min}, c^{\min} + \alpha (c^{\max} - c^{\min})]$
 - $\alpha = 0?$ $\alpha = 1?$

Przykład

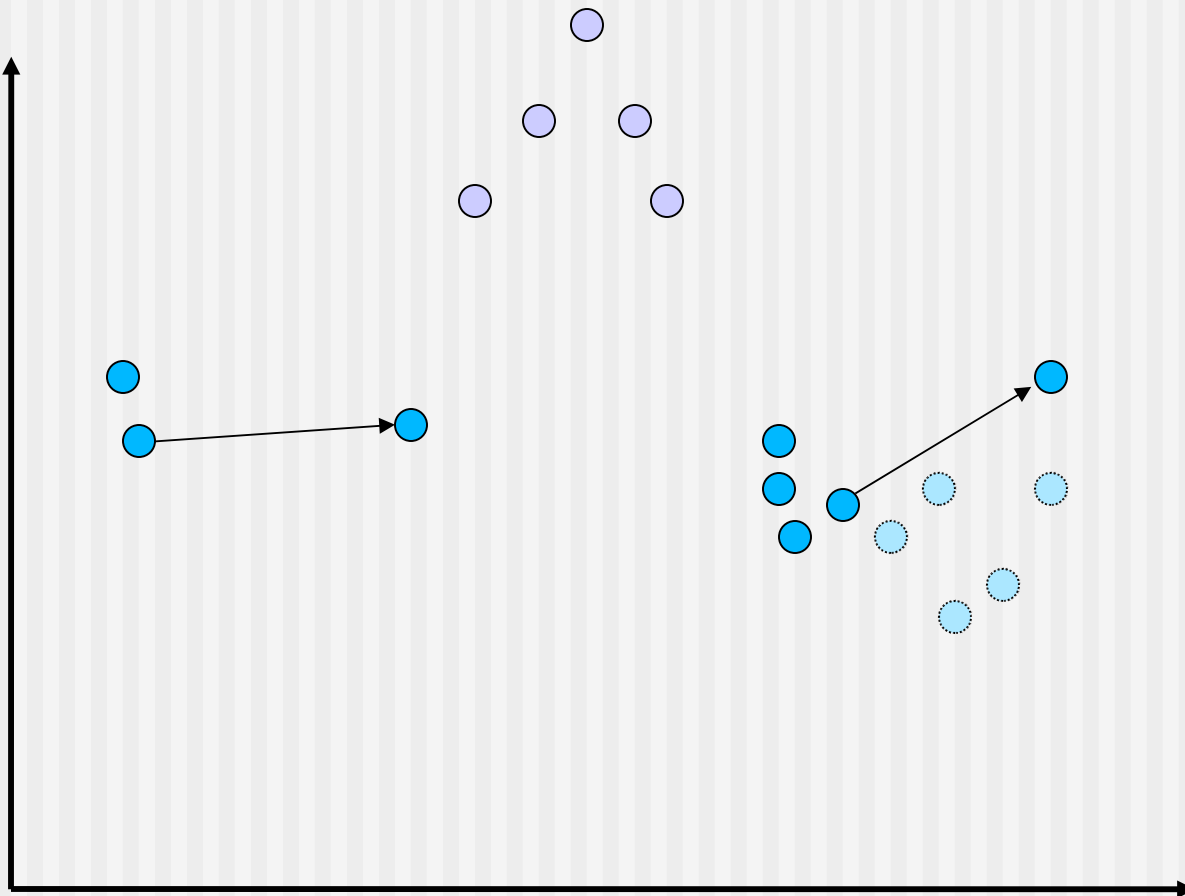
Techniki optymalizacji

Path-relinking

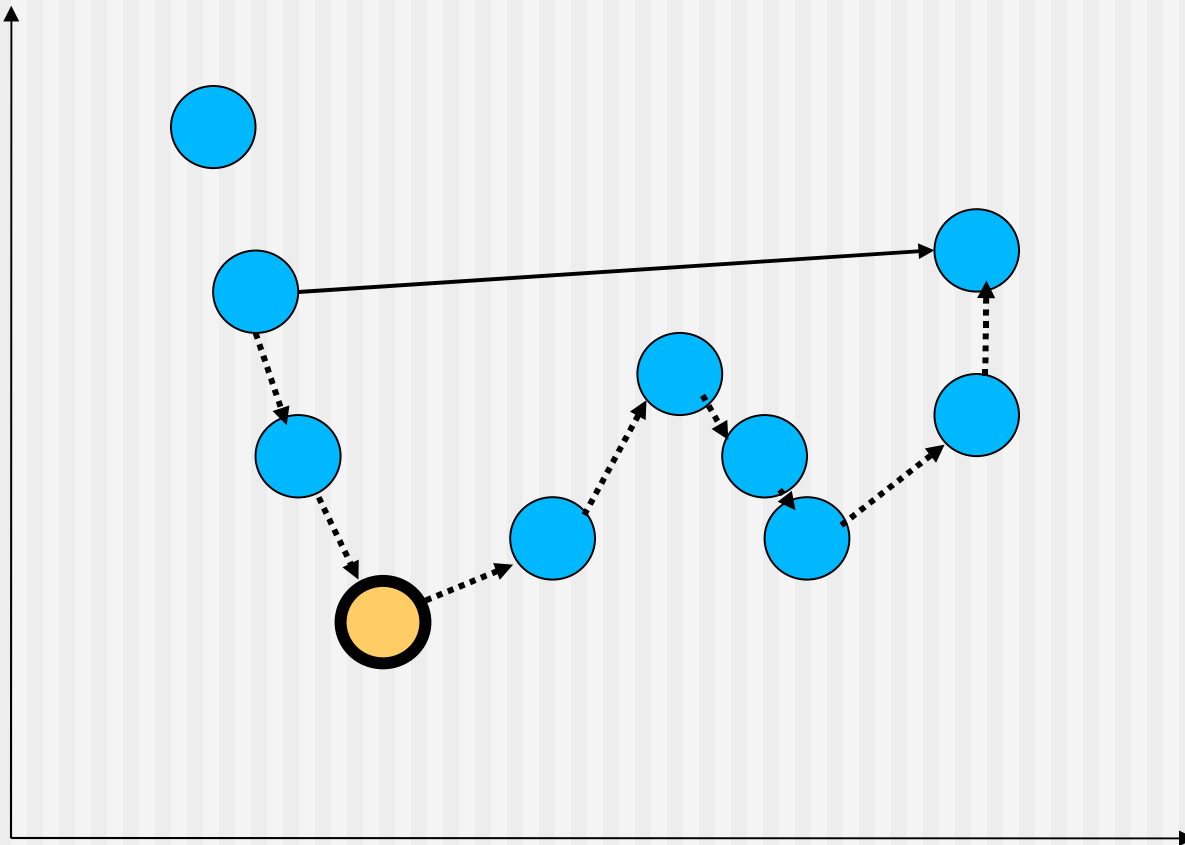
Maciej Hapke

maciej.hapke at put.poznan.pl

Motywacje



Idea



Symetryczna różnica między rozwiązaniami,
zbiór ruchów potrzebnych do przejścia z $x_s \rightarrow x_t$

Algorytm

Data : Starting solution x_s and target solution x_t

Result : Best solution x^* in path from x_s to x_t

Compute symmetric difference $\Delta(x_s, x_t)$;

$f^* \leftarrow \min\{f(x_s), f(x_t)\}$;

$x^* \leftarrow \operatorname{argmin}\{f(x_s), f(x_t)\}$;

$x \leftarrow x_s$;

while $\Delta(x, x_t) \neq \emptyset$ **do**

$m^* \leftarrow \operatorname{argmin}\{f(x \oplus m), \forall m \in \Delta(x, x_t)\}$;

$\Delta(x \oplus m^*, x_t) \leftarrow \Delta(x, x_t) \setminus \{m^*\}$;

$x \leftarrow x \oplus m^*$;

if $f(x) < f^*$ **then**

$f^* \leftarrow f(x)$;

$x^* \leftarrow x$;

end

end

GRASP i path- relinking

Elite set

Data : Number of iterations i_{\max}

Result : Solution $x^* \in X$

$P \leftarrow \emptyset;$

$f^* \leftarrow \infty;$

for $i = 1, \dots, i_{\max}$ **do**

$x \leftarrow \text{GreedyRandomized}();$

$x \leftarrow \text{LocalSearch}(x);$

if $i > 1$ **then**

 Choose target solution $x_t \in P$ at random;

$x \leftarrow \text{PathRelinking}(x, x_t);$

end

 Update the elite set P with x ;

if $f(x) < f^*$ **then**

$f^* \leftarrow f(x);$

$x^* \leftarrow x;$

end

end

Uaktualnianie Elite Set P

- Ograniczona liczność – `MaxElite`
- Kiedy warto dodać nowe rozwiązanie do P
 - Ma mniejszy koszt od najlepszego
 - Ma mniejszy koszt od najgorszego w P i jest *wystarczająco* różny od pozostałych
- Które rozwiązanie usunąć
 - Najbardziej ***podobne*** do kandydata z gorszych od niego

Techniki optymalizacji

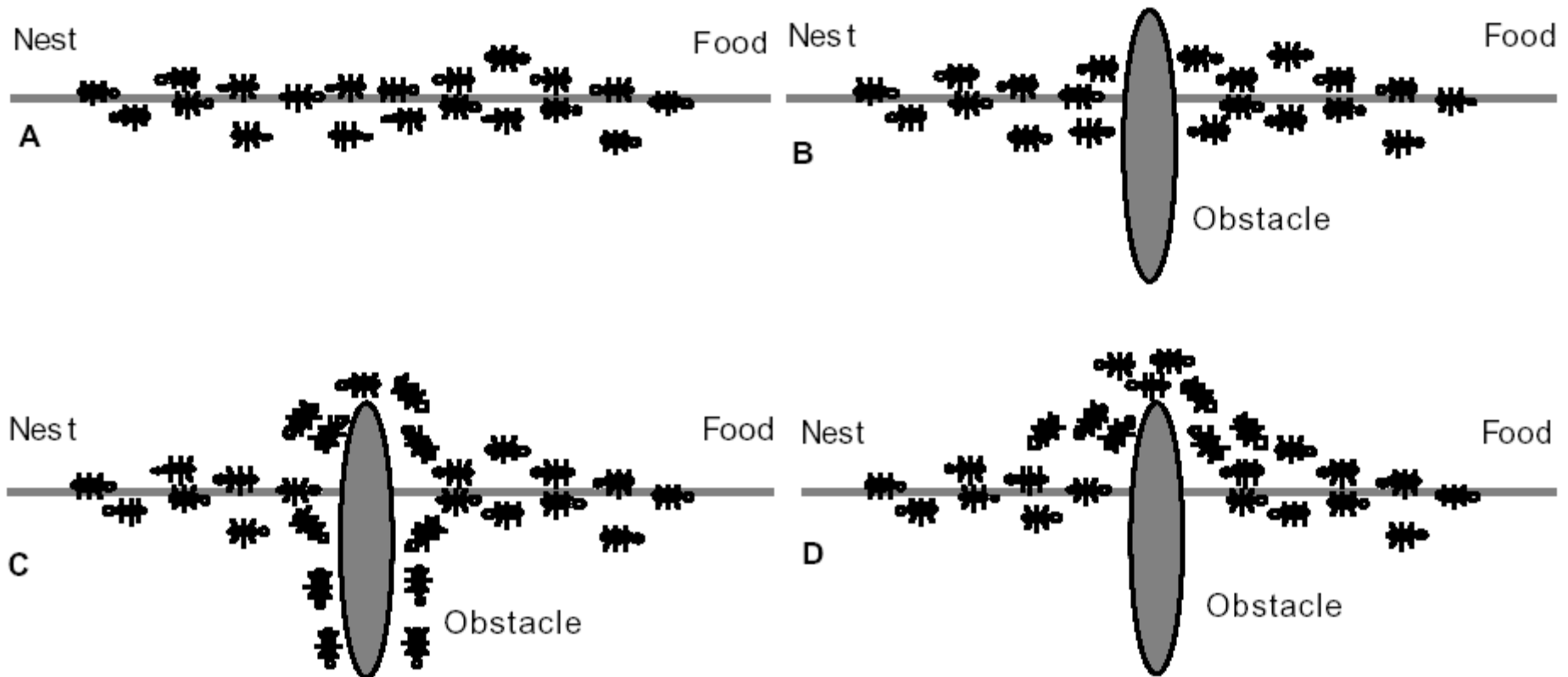
Algorytm kolonii mrówek

Maciej Hapke

maciej.hapke@put.poznan.pl

Idea

Smuga feromonowa



Sztuczne mrówki w TSP

- Sztuczna mrówka – agent, który porusza się z miasta do miasta
- Mrówki preferują miasta połączone łukami z dużą ilością feromonu, tj. są blisko siebie

Idea algorytmu kolonii mrówek dla TSP

- m mrówek startuje z losowo wybranych miast
- przemieszczają się do nowych miast, modyfikując smugę feromonową na przemierzanych krawędziach (***local trail updating***)
- po ukończeniu wszystkich tras mrówka, której trasa była najkrótsza modyfikuje krawędzie należące do jej trasy przez dodanie ilości feromonu odwrotnie proporcjonalnej do długości trasy (***global trail updating***)

Idea algorytmu kolonii mrówek dla TSP

- Idee zaczerpnięte z naturalnego zachowania mrówek
 1. Preferencja ścieżek z wyższą zawartością fereomonu
 2. Wyższy przyrost feromonu na krótszych ścieżkach
 3. Komunikacja między mrówkami za pomocą smugi feromonowej
- Idee inne
 - Mrówki potrafią określić odległość od miast
 - Pamiętają odwiedzone miasta

Implementacja idei

- Mrówka k w mieście r wybiera miasto s , które nie jest zapisane w jej pamięci M_k

Ilość feromonu na łuku (r,u)

f. heurystyczna – odwrotność odległości (r,u)

Waga ważności smugi fer. i bliskości

if $q \leq q_0$

Wartość losowa z $[0, 1]$

otherwise

$$s = \begin{cases} \arg \max_{u \in M_k} \left\{ \tau(r,u) \cdot \eta(r,u)^\beta \right\} \\ S \end{cases}$$

Zmienna losowa – faworyzuje krótsze krawędzie z wyższą zawartością feromonu

Implementacja idei

Prawdopodobieństwo przemieszczenia się mrówki k z miasta r do miasta s

$$p_k(r,s) = \begin{cases} \frac{[\tau(r,s)] \cdot [\eta(r,s)]^\beta}{\sum_{u \in M_k} [\tau(r,u)] \cdot [\eta(r,u)]^\beta} & \text{if } s \notin M_k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Uaktualnienie smugi feromonowej

■ Globalne

- Nagradza krawędzie należące do krótszych tras
- Gdy mrówki ukończą trasy najlepsza mrówka pozostawia feromon na przebytych krawędziach
- Ilość feromonu – odwrotnie proporcjonalna do długości trasy

$$\varphi(r,s) \leftarrow (1 - \alpha) \cdot \varphi(r,s) + \alpha \cdot \Delta\varphi(r,s)$$

(Najkrótsza ścieżka)⁻¹

Uaktualnienie smugi feromonowej

- Lokalne

- Każda przemierzana krawędź otrzymuje pewną ilość feromonu

$$\tau(r, s) \leftarrow (1 - \alpha) \cdot \tau(r, s) + \alpha \cdot \tau_0$$

- Przykładowe ustawienia parametrów

$$m=10, \beta=2, \alpha=0.1, q_0=0.9, \tau_0=(n \cdot L_{nn})^{-1}$$

Liczba miast

Długość trasy - heurystyka NN

Publikacja

- Marco Dorigo, Luca Maria Gambardella, *Ant colonies for the traveling salesman problem*, BioSystems, 1997.