

Opis obrazu

Krzysztof Krawiec

Przetwarzanie i Rozpoznawanie Obrazów

February 3, 2015

Opis obrazu: cechy obiektów, ich pomiar i analiza

Cel: uzyskanie opisu obrazu/obiektu o następujących właściwościach:

- wysokiej zawartości informacyjnej,
- zwięzłości,
- niezmienniczości ze względu na różne transformacje obrazu
 - najczęściej przesunięcie (T), skalowanie (S), obrót (R),
 - rzadziej: niezależność od innych zniekształceń (np. wynikających z transformacji 3D).

- Cechy geometryczne: dotyczą kształtu obwiedni obiektu (np. pole powierzchni, obwód, etc.).
 - Analiza kształtu na podstawie konturu,
 - Analiza kształtu na podstawie wnętrza figury,
- Cechy niegeometryczne: zależące od wartości funkcji charakterystycznej (jasności w obrazach z gradacją stopni szarości), np. intensywność, kolor, tekstura.
 - Analiza tekstury.

Proste cechy geometryczne

Definicja:

$$L = \int \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} dt$$

gdzie:

- t — zmienna “krocząca” (run length)
- dt — odległość kolejnych elementów

Na kracie kwadratowej, w zależności od wzajemnej orientacji sąsiadów:

$$dt = 1 \quad \text{lub} \quad dt = \sqrt{2}$$

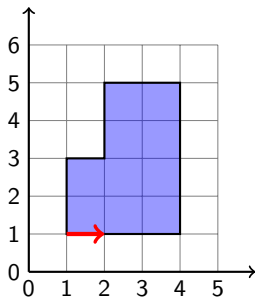
Definicja:

$$A = \int \int dx dy$$

Obliczanie na podstawie brzegu:

$$A = \frac{1}{2} \left(\int y(t) \frac{dx(t)}{dt} dt - \int x(t) \frac{dy(t)}{dt} dt \right)$$

(+ wartość bezwzględna)



t	x	y	dx	dy	$ydx - xdy$
1	1	1			
2	2	1	1	0	1
3	3	1	1	0	1
4	4	1	1	0	1
5	4	2	0	1	-4
6	4	3	0	1	-4
7	4	4	0	1	-4
8	4	5	0	1	-4
9	3	5	-1	0	-5
10	2	5	-1	0	-5
11	2	4	0	-1	2
12	2	3	0	-1	2
13	1	3	-1	0	-3
14	1	2	0	-1	1
15	1	1	0	-1	1
					$\Sigma = -20$

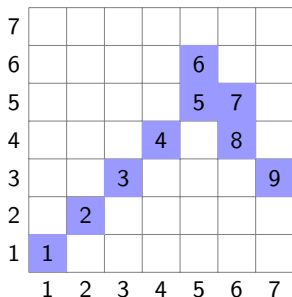
Definicja:

$$|\kappa(t)|^2 = \left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2} \right)^2$$

Narożniki to lokalne maksima krzywizn

Bending energy (energia krzywizny):

$$\frac{1}{L} \int_1^L |\kappa(t)|^2 dt$$



t	x	y	dx	dy	d^2x	d^2y	$\kappa(t)^2$
1	1	1					
2	2	2	1	1			
3	3	3	1	1	0	0	0
4	4	4	1	1	0	0	0
5	5	5	1	1	0	0	0
6	5	6	0	1	-1	0	1
7	6	5	1	-1	1	-2	5
8	6	4	0	-1	-1	0	1
9	7	3	1	-1	1	0	1

t – kolejność odwiedzania punktów

Pytanie

W jakiej sytuacji (dyskretnej) krzywizna jest maksymalna?

- poszukiwanie narożników,
- testowanie symetrii obiektu,
- na konturze, ale nie tylko, np.
 - przybliżeniu wielokątami,
 - przybliżeniu funkcjami sklejanymi.

Proste cechy geometryczne

Sygnatura

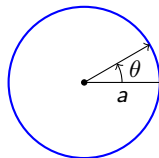
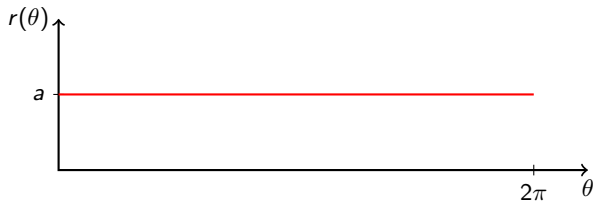
Jednowymiarowa (1D) reprezentacja brzegu (konturu) obiektu.

Może być uzyskana w różny sposób, zazwyczaj jako zależność pewnej miary odległości od pewnego punktu jako funkcja pewnej zmiennej niezależnej, np.

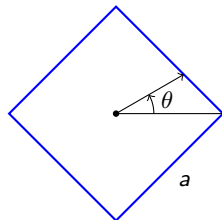
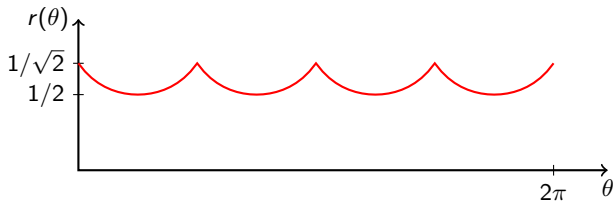
- odległość euklidesowa od centroidu jako funkcja kąta: $r(\theta)$,
- odległość euklidesowa od centroidu jako funkcja zmiennej kroczącej krawędzi (np. numeru punktu brzegowego),

Własności: Niezmienniczość T, ale nie R i S.

Okrąg o promieniu a :



Kwadrat (romb) o boku a :



Zapewnienie niezmienniczości R: standaryzacja wyboru punktu startowego, np.

- punkt najbardziej odległy od centroidu
- punkt na osi głównej składowej (principal axis) najbardziej odległy od centroidu (lepsze, bo oparte na wszystkich punktach konturu).
- kody łańcuchowe

Zapewnienie niezmienniczości S: normalizacja $r(\theta)$

- do przedziału $[0,1]$; może być zawodne, bo max i min mogą wynikać z szumów
- poprzez dzielenie przez wariancję $r(\theta)$ (przy założeniu że niezerowa i wystarczająco duża, żeby nie doprowadzić do kłopotów zmiennoprzecinkowych).

Proste cechy geometryczne

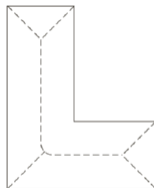
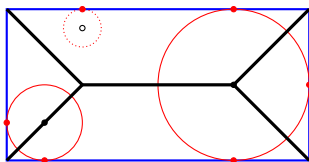
Szkielet

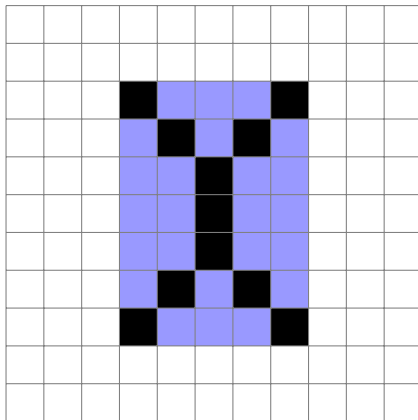
- Skeleton (thinning, skeletonizing)
- Cel: redukcja kształtu obiektu do grafu.

Definicja

Punkt szkieletowy (oś środkowa, ang. skeleton, medial axis) zbioru (obszaru) R to punkt, który ma więcej niż jednego najbliższego sąsiada na brzegu B zbioru R . Szkielet R to zbiór wszystkich punktów szkieletowych R .

- Inaczej: punkty szkieletowe to punkty o tej własności, że są środkami okręgów całkowicie zawartych w R , przy czym nie ma innego okręgu o tym samym środku i większym promieniu zawartego całkowicie w R .
- Źródło: MAT (Medial Axis Transform) [Blum 67].
- Nadaje się głównie do analizy cienkich obiektów.
- Podatność na drobne zniekształcenia brzegów.





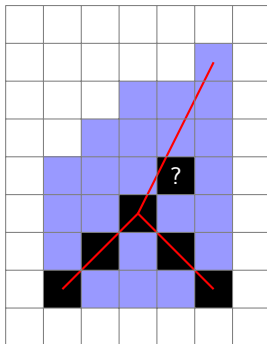
Twierdzenie

Jeżeli punkt P jest środkiem krzywizny punktu należącego do brzegu B zbioru R , gdzie krzywizna brzegu ma lokalne maksimum, to istnieje gałąź szkieletu kończąca się w punkcie P .

(Krzywizna to odwrotność promienia okręgu stycznego do brzegu).

- wg definicji: pomiar odległości od punktów konturowych
 - nieefektywne;
- algorytmy wykorzystujące operacje morfologiczne
 - efektywne,
- algorytmy dedykowane, tzw. pocienianie (thinning)
 - efektywne, najczęściej stosowane w praktyce,
- algorytmy szybkie, ale przybliżone, np. oparty na grafie przyległości linii (GPL),

Problem w geometrii dyskretnej:
trudność ze zdefiniowaniem równości odległości

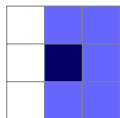


- Polega na iteracyjnym usuwaniu punktów konturowych, które nie są jednocześnie punktami szkieletowymi.
- Iteracje powtarza się do momentu, gdy kolejny krok nie wprowadza zmian (wszystkie punkty są jednocześnie konturowe i szkieletowe).

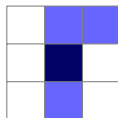
Funkcja pomocnicza: oblicza liczbę przejść 0-1 w sąsiedztwie N8 bieżącego punktu, przeglądając sąsiadów w porządku zgodnym z numeracją (kierunek przeciwny od ruchu wskazówek zegara).

```
1: function N8TRANS( $p$ )  
2:    $n \leftarrow 0$   
3:   for  $i \leftarrow 0 \dots 7$  do  
4:     if  $N8(p,i)=0 \wedge N8(p,(i+1) \bmod 8)=1$  then  
5:        $n \leftarrow n + 1$   
6:     end if  
7:   end for  
8:   return  $n$   
9: end function
```

Przykłady:



N8Trans=1



N8Trans=2


```

1: procedure SZKIELET( $R$ )
    $R$  - zbiór punktów obszaru (zapalone, 1)
    $D$  - zbiór punktów do usunięcia (w każdej iteracji alg.)
2:   repeat
3:     for  $p \in R$  do                                     ▷ pętla po punktach obszaru
4:       if  $|N8(p)| \in [2, 6] \wedge N8_{\text{TRANS}}(p)=1$  then
5:         if  $(N8(p, 2) * N8(p, 4) * N8(p, 6) = 0 \wedge$            ▷ warunek A
6:            $N8(p, 4) * N8(p, 6) * N8(p, 8) = 0)$ 
7:           xor
8:            $(N8(p, 2) * N8(p, 4) * N8(p, 8) = 0 \wedge$            ▷ warunek B
9:              $N8(p, 2) * N8(p, 6) * N8(p, 8) = 0)$  then
10:             $D \leftarrow D \cup \{p\}$ 
11:          end if
12:           $n \leftarrow n + 1$ 
13:        end if
14:      end for
15:       $R \leftarrow R \setminus D$ 
16:    until  $D = \emptyset$ 
17: end procedure

```

Kodowanie sąsiadów:

9	2	3
8	1	4
7	6	5

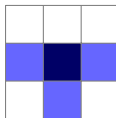
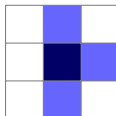
(warunek A)

...

$$(N8(p, 2) * N8(p, 4) * N8(p, 6) = 0 \wedge$$

$$N8(p, 4) * N8(p, 6) * N8(p, 8) = 0)$$

...

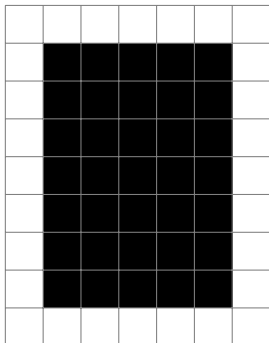


- 1 Przynajmniej jeden z N8-sąsiadów 2,4,6 nie należy do R
(tj. nie należał do obszaru lub został usunięty w jednej z poprzednich iteracji),
- 2 i przynajmniej jeden z N8-sąsiadów 4,6,8 nie należy do R.

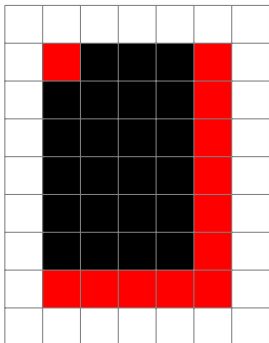
Kodowanie sąsiadów:

9	2	3
8	1	4
7	6	5

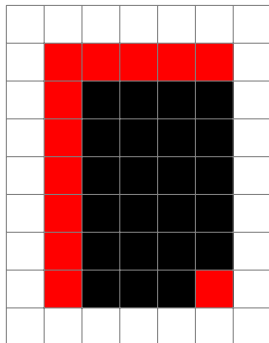
Obszar



Warunek A



Warunek B



Ale: punkty narożnikowe nie zostaną usunięte ponieważ tylko jeden z warunków A i B może być spełniony równocześnie (xor — exclusive or)

Możliwość usprawnienia:

- szybkie ustalanie zbioru punktów konturu, które można usunąć w kolejnej iteracji, zamiast przeglądania wszystkich punktów w R , który może być duży.

Obserwacja:

- punkty rozważane w bieżącej iteracji muszą leżeć w sumie sąsiedztw $N8$ punktów rozważanych w poprzedniej iteracji.

Definicja odległości — wymagana:

- nieujemność,
- zwrotność,
- symetryczność,
- spełnienie nierówności trójkąta.

- Euklidesowa D2

$$D_2((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]^{\frac{1}{2}}$$

- Blokowa (city block, Manhattan) D4

$$D_4((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

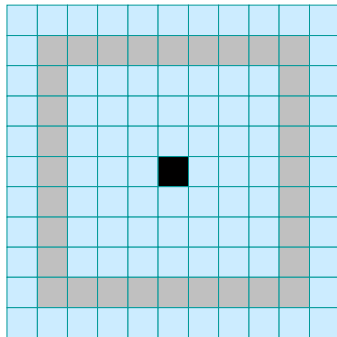
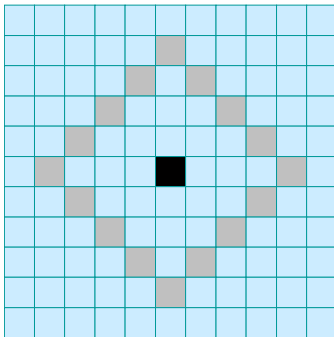
- “szachownicowa” (chessboard distance, norma Czebyszewa) D8

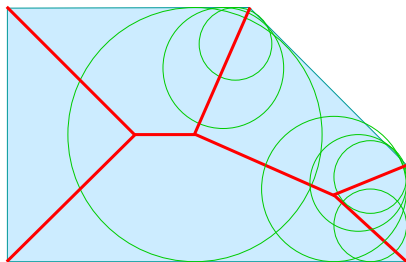
$$D_8((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \max(|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|)$$

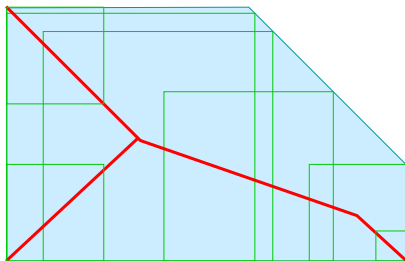
Własności:

- D_8 to liczba punktów w najkrótszej N8 ścieżce,
- D_4 to suma wartości bezwzględnych sum przyrostów dx i dy (pomiędzy kolejnymi punktami) w dowolnej ścieżce
- wszystkie mają są dyskretny zbiór wartości; ponadto D_4 i D_8 dają wartości całkowite.

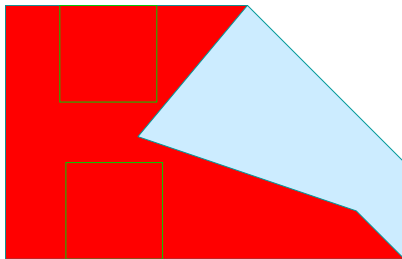
Okręgi D_4 oraz D_8 o promieniu 4:





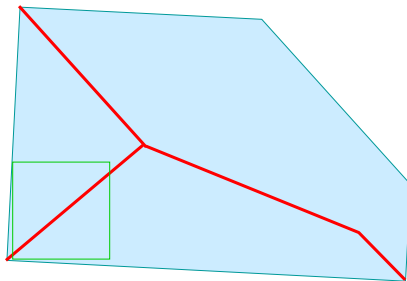


(Założenie: wymagamy, aby kwadrat był styczny do krawędzi obiektu dwoma różnymi bokami).



Tak natomiast gdy stosujemy definicję szkieletu dosłownie.
Takie podejście daje szkielet:

- składający się z dużej liczby punktów,
- bardzo wrażliwy na obroty obiektu



Skokowa zmiana kształtu szkieletu

⇒ konieczność uprzedniej standaryzacji ze względu na obrót.

Proste cechy geometryczne

Opis krawędzi i konturów

Cel: uproszczony opis przebiegu konturu/krawędzi.

Często sprowadza się do pewnej segmentacji krawędzi, polegającej na:

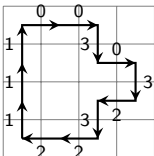
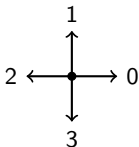
- podziale krawędzi na fragmenty,
- zastąpieniu krawędzi łamaną, krzywą, etc.

Przetwarzanie wstępne:

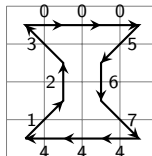
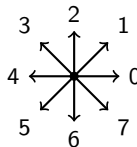
- Należy zastosować wstępne wygładzanie krawędzi, aby zapobiec powstaniu wielu drobnych segmentów wynikających z dyskretnej natury obrazu i niedoskonałości procesu jego akwizycji.
- Na przykład: poprzez wędrówkę po brzegu i zastępowanie współrzędnych punktu wypadkową (np. średnią) współrzędnych m sąsiadów.

Kod łańcuchowy reprezentuje brzeg obiektu przez sekwencję prostych linii o określonej długości i kierunku.

kod 4-kierunkowy:



kod 8-kierunkowy:



Shape number (shape#, liczba/numer kształtu) jest obliczany następująco:

- 1 kod łańcuchowy $\implies$
- 2 względny kod łańcuchowy (różnicowy) $\implies$
- 3 "normalizacja" poprzez takie obrócenie, aby kod potraktowany jako liczba miał jak najmniejszą wartość.

Czyli: pierwsza różnica (pochodna) o najmniejszej magnitudzie.

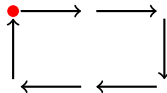
Rząd liczby kształtu: liczba cyfr (długość kodu)

Jak można zapewnić niezmienniczość R:

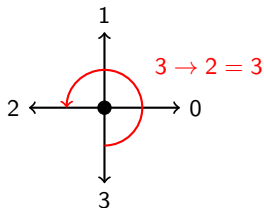
- wyznaczyć major i minor axis
- obrócić (nowy układ współrzędnych)



Kod łańcuchowy 0321
Diff 3333
Shape# 3333



Kod łańcuchowy 003221
Diff 303303
Shape# 033033



Ang. *polygonal approximation*

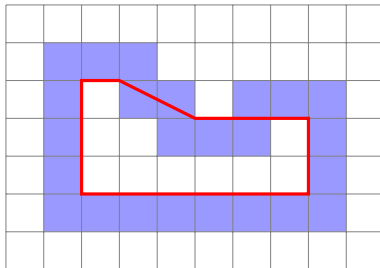
Cel: wyznaczenie „zgrubnego” kształtu obiektu.

Algorytmy:

- „gumka-recepturka”,
- procedury łączenia,
- procedury podziału.

ang. *minimum perimeter polygon*

Wyobraź sobie, że zbiór punktów brzegu figury to „kanał” wryty w bloku jakiegoś materiału. Weź gumkę recepturkę i włóż ja do tego kanału; otrzymasz (pewne) przybliżenie kształtu wielokątem.



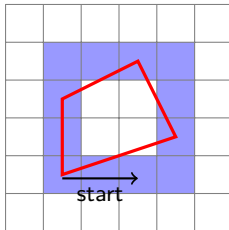
Własności:

- błąd rozumiany jako różnica pomiędzy długością gumki a rzeczywistym obwodem figury dla każdego punktu wynosi nie więcej niż $d\sqrt{2}$, gdzie d to skok kraty.
- czułe na szumy/zakłócenia,
- współrzędne punktów opisujących łamaną nie odpowiadają węzłom kraty (rozumianym jako środki punktów).

Ang. *merging*

- ❶ Idź wzdłuż krawędzi tak długo, aż błąd średniokwadratowy przybliżenia punktów prostą¹ nie przekroczy pewnego progu.
- ❷ Dodaj otrzymaną prostą do łamanej.
- ❸ Jeżeli nie został osiągnięty punkt wyjścia, idź do 1.
- ❹ Przeanalizuj pary kolejnych prostych, znajdując ich punkty przecięcia. Otrzymane w ten sposób odcinki stanowią wielokąt przybliżający.

¹np. regresja liniowa



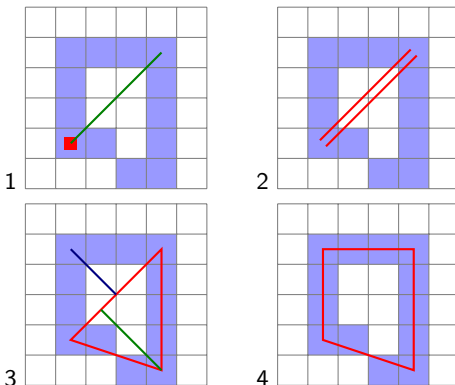
Problem „bezwładności”:

- Dla małych obiektów można próbować rozwiązać przez cofnięcie się do poprzedniego punktu
- Dla większych obiektów nie da się tego zrobić

Procedura podziału

p - lista punktów tworzących wielokąt

- 1: $p \leftarrow ()$
- 2: znajdź "ekstremalny" punkt brzegu¹ i wstaw go do p
- 3: **repeat**
- 4: przejdź wszystkie odcinki łamanej i znajdź punkt brzegowy figury q najbardziej odległy od odpowiadającego mu odcinka ($p[i], p[i + 1]$)
- 5: wstaw punkt q na listę p pomiędzy punkty $p[i]$ i $p[i + 1]$
- 6: **until** warunek stopu²



¹Znajdowanie punktu początkowego:

- np. jeden z punktów przecięcia osi głównej z brzegiem.

²Warunki stopu:

- przypadek trywialny: wszystkie punkty brzegu leżą już na otrzymanych odcinkach,
- odległość najbardziej odległego punktu q od odpowiadającego mu odcinka jest mniejsza niż zadany próg,
- liczba wierzchołków łamanej osiągnęła zadaną wartość maksymalną.

Zaleta:

- lepsza od algorytmu łączenia.

Wady:

- nieco większa złożoność (łączenie wymagało tylko jednokrotnego przeglądania brzegu).

Możliwości usprawnienia:

- znalezienie maksymalnie odległego punktu dla danego odcinka nie zmienia maksymalnie odległych punktów w innych odcinkach.

Powłoka wypukła (convex hull) H zbioru punktów S : najmniejszy wypukły zbiór punktów zawierający w sobie S .

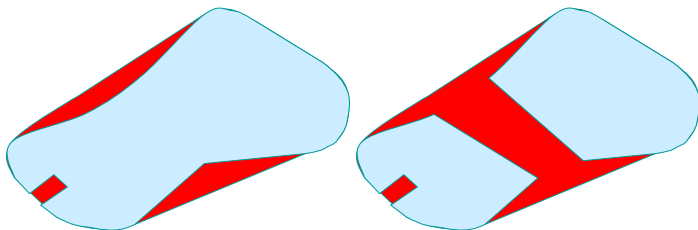
H - S : niedobór wypukłości (convex deficiency).

Możliwość wykorzystania do segmentacji krawędzi:

- Punkty segmentacji krawędzi: tam, gdzie granica S z otoczeniem przestaje/zaczyna się pokrywać z granicą H z otoczeniem.

- Pola powierzchni
 - H
 - $H-S$ (niedobór wypukłości)
- liczba spójnych obszarów w $H-S$
- względne rozmieszczenie spójnych obszarów w $H-S$

Zaletą: niezmienniczość TSR



Idea: traktowanie listy (ciągu) punktów brzegu jako sygnału zespolonego.

$$((x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{N-1}, y_{N-1}))$$

Inaczej:

$$x(k) = x_k, \quad y(k) = y_k$$

Niech:

$$s(k) = x(k) + jy(k)$$

ang. Fourier Descriptors (FD)

Dyskretna transformata Fouriera (widmo)

$$a(u) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} s(k) \exp\left(-\frac{j2\pi k u}{N}\right) \quad u = 0, \dots, N-1$$

Odwrotna dyskretna transformata Fouriera

$$s(k) = \sum_{u=0}^{N-1} a(u) \exp\left(\frac{j2\pi k u}{N}\right) \quad k = 0, \dots, N-1$$

Realizacja:

- szybka transformata Fouriera (FFT, DFFT, DFFT⁻¹)

Interpretacja współczynników $a(u)$:

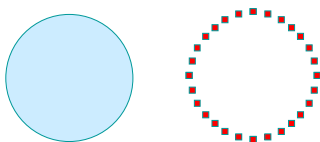
- zespolone !,
- odzwierciedlają nasilenie występowania poszczególnych częstotliwości w konturze.

Możliwe zastosowania:

- wykorzystanie (wybranych) współczynników $a(u)$ jako cechy charakteryzującej kontur obiektu,
- przetwarzanie konturu ($DFFT + DFFT^{-1}$).

Przykład 1: widmo konturu jako cecha

Obraz (kontur)



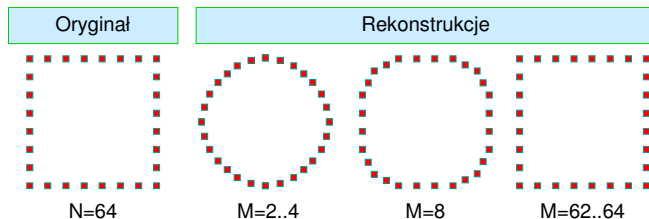
FD:



Przykład 2: przetwarzanie widma konturu

- Idea: rekonstrukcja konturu na podstawie mniejszej liczby współczynników M (zazwyczaj $M = 2^c$, dla wygody DFFT).
- Im większe M , tym większa precyzja rekonstrukcji.

Przykład:



FD nie są niezmiennicze ze względu na TSR, ale przekształcenia te prowadzą do stosunkowo prostych zmian FD

Transformacja	Kontur	FD
Identyczność	$s(k)$	$a(u)$
Obrót o θ	$s(k)e^{j\theta}$	$a(u)e^{j\theta}$
Przesunięcie o Δ_{xy}	$s(k) + \Delta_{xy}$	$a(u) + \Delta_{xy}\delta(u)$
Skalowanie	$\alpha s(k)$	$\alpha a(u)$
Zmiana punktu początkowego	$s(k - k_0)$	$a(u)e^{-j2\pi k_0 u/N}$

Momenty (geometryczne)

- Moment jednowymiarowy rzędu p (zał.: f ciągła)

$$m_p = \int_{-\infty}^{+\infty} x^p f(x) dx$$

- Moment dwuwymiarowy rzędu $p+q$

$$m_{pq} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x^p y^q f(x, y) dx dy$$

- Dyskretny moment dwuwymiarowy rzędu $p+q$

$$m_{pq} = \sum_x \sum_y x^p y^q f(x, y)$$

(Uniqueness theorem, Papoulis 1965)

Dla funkcji $f(x,y)$ ciągłej i przyjmującej wartości niezerowe tylko w skończonej części płaszczyzny XY :

- istnieją wszystkie momenty (dla dowolnych $p, q \geq 0$),
- szereg momentów m_{pq} jest jednoznacznie determinowany przez $f(x, y)$,
- i vice versa: $f(x, y)$ jest jednoznacznie zdeterminowana przez szereg momentów m_{pq} .
- [Nie zakłada się żadnych szczególnych własności funkcji f ;
w szczególności to nie musi być funkcja o wartościach nieujemnych]

- Centralny moment dwuwymiarowy rzędu $p+q$

$$\mu_{pq} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y) dx dy$$

- gdzie współrzędne środka ciężkości: $\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}$ $\bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$
- Interpretacja m_{00} ?

Momenty centralne można dogodnie wyznaczyć na podstawie momentów zwykłych:

$$\mu_{10} = m_{10} - \frac{m_{10}}{m_{00}} m_{00} = 0$$

$$\mu_{11} = m_{11} - \frac{m_{10}m_{01}}{m_{00}}$$

$$\mu_{20} = m_{20} - \frac{m_{10}^2}{m_{00}} \quad \mu_{02} = m_{02} - \frac{m_{01}^2}{m_{00}}$$

$$\mu_{12} = m_{12} - 2\bar{y}m_{11} - \bar{x}m_{02} + 2\bar{y}^2m_{10}$$

$$\mu_{30} = m_{30} - 3\bar{x}m_{20} + 2\bar{x}^2m_{10}$$

Centralny znormalizowany moment dwuwymiarowy rzędu $p+q$

$$\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^{\gamma}}$$

gdzie

$$\gamma = \frac{p+q}{2} + 1$$

dla $p+q = 2, 3, \dots$

- Znormalizowane momenty centralne nie zapewniają niezmienniczości ze względu na obrót.
- Dlatego wprowadzono niezmienniki momentowe (momenty H_u), które mają tę własność:

$$\varphi_1 = \eta_{20} + \eta_{02}$$

$$\varphi_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2$$

$$\varphi_3 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2$$

$$\varphi_4 = (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{21} + \eta_{03})^2$$

$$\varphi_5 = \dots$$

$$\varphi_6 = \dots$$

$$\varphi_7 = \dots$$

Opis wielkościami skalarnymi dowolnych wielkości

- wektorowych,
- macierzowych,
- etc.

Nie wymagają obrazów binarnych.

Powiązania z wielkościami statystycznymi:

- wariancja,
- kurtoza,
- kowariancja

Współczynniki kształtu

Wyspecjalizowane dla odzwierciedlania wybranej cechy obiektu.

Oznaczenia stosowane na kolejnych slajdach:

- L — obwód,
- S — pole powierzchni,
- n — liczba punktów konturu,
- r_{min} — minimalna odległość konturu od jego środka ciężkości
- R_{max} — maksymalna odległość konturu od jego środka ciężkości
- L_{max} — maksymalny gabaryt obiektu (major axis)
 - minor axis: prostopadła do major axis i taka, że otrzymany prostokąt obejmuje kształt

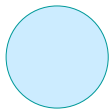
- Malinowskiej

$$\frac{L}{2\sqrt{\pi S}} - 1$$

Mierzy stopień „okrągłości” obiektu.

Własności:

- Nie zależy od wielkości obiektu.
- Nieunormowany



0



>0



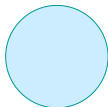
→ ∞

- Blaira-Blissa

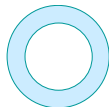
$$\frac{S}{\sqrt{2\pi \iint_S r^2 ds}}$$

Mierzy stopień „wydrążenia” obiektu
Własności:

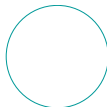
- Nie zależy od wielkości obiektu.
- Unormowany



0^+



$(0,1)$



1

- Danielsona

$$\frac{S^3}{(\iint_S l ds)^2}$$

(l — minimalna odległość obiektu od konturu)

- Haralicka:

$$\sqrt{\frac{(\sum d)^2}{n \sum d^2 - 1}}$$

(d — odległość punktu konturu od środka ciężkości obiektu)

- Lp1:

$$\frac{r_{min}}{R_{max}}$$

- Lp2:

$$\frac{L_{max}}{L}$$

Uwagi:

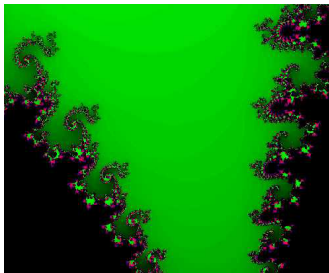
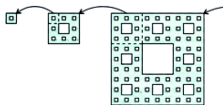
- podobnie jak inne cechy, współczynniki kształtu mogą dać takie same wartości dla różnych figur.
- podatne na błędy dyskretyzacji przestrzennej, zwłaszcza dla małych figur.

Wymiar fraktalny

Definicja intuicyjna:

Figura geometryczna lub obiekt naturalny o następujących właściwościach:

- samopodobieństwo: jej części mają taki sam kształt jak całość:
 - z dokładnością do pewnych transformacji (afinicznych),
 - w nietrywialny sposób (trywialnie: np. prosta),
- inaczej: zachowuje kształt niezależnie od skali, z jaką się jej przyglądamy.

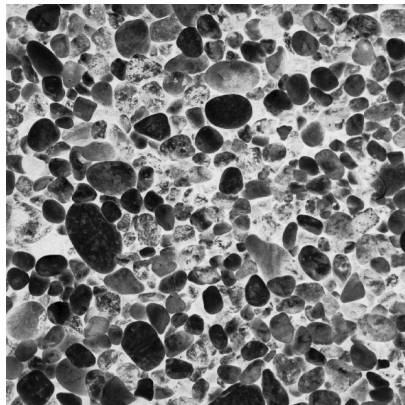
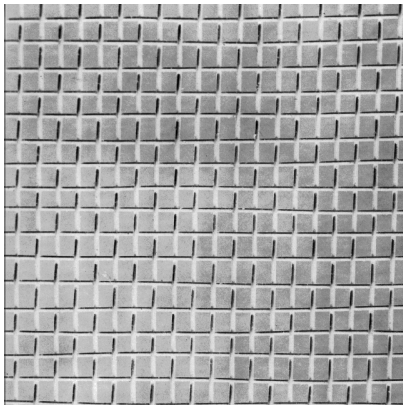


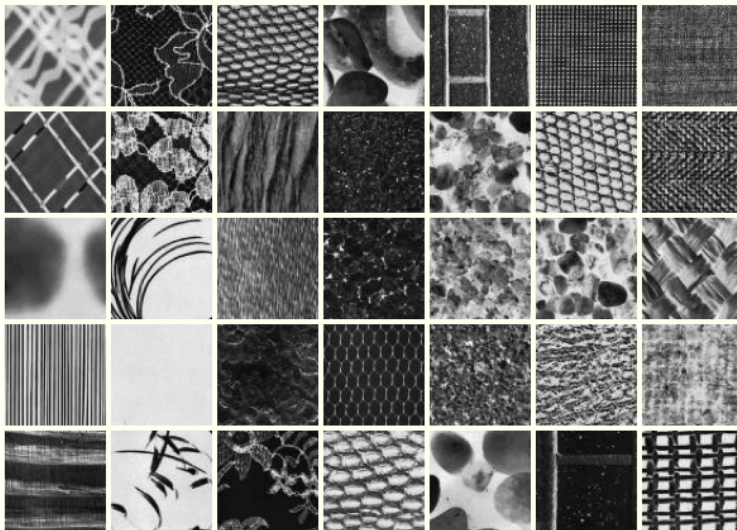
- Definicja oparta o rozbieżność (niezbieżność) miary:
Dowolny kształt taki, iż przy pomiarze takich jego właściwości jak długość, pole powierzchni, objętość z użyciem dyskretnych i skończonych jednostek mierzona wielkość dąży do nieskończoności gdy wielkość jednostki zmierza do zera.
- Definicję Hausdorffa (formalna):
Dowolna figura geometryczna z niewymiernym wymiarem Hausdorffa

Analiza tekstury

Tekstura/faktura:

- brak formalnej definicji,
- może być utożsamiana z cyklicznym (w sensie przestrzennym) powtarzaniem podobnych elementów zwanych *teksemami* (ang. *texems*),
- inna próba definicji: kombinacja stosunkowo dużej liczby obiektów, gdzie charakterystyki poszczególnych obiektów nie są istotne, natomiast istotne są strukturalne właściwości zbioru obiektów (Santini, s. 185)
- w aspekcie percepcji: może być powiązana z pewnymi cechami fizycznymi, np.:
 - gładkość - szorstkość,
 - regularność,
 - kierunkowość,





- Np. <http://www.ux.his.no/~tranden/brodatz.html>



Pytanie: jak stwierdzić czy w danym punkcie obrazu (i jego otoczeniu) mamy do czynienia z teksturą, a nie na przykład z:

- jednolitym obszarem,
- lokalną fluktuacją intensywności, np. krawędzią?

Jedno z możliwych rozwiązań: Definiuje się biegunowość (polarity) $p(s) \in [0, 1]$: wielkość opartą na gradientach która mówi w jakim stopniu wszystkie gradienty (wektory zmian natężenia jasności) w otoczeniu punktu są tak samo skierowane. W konsekwencji $p(s)$:

- dla krawędzi jest bliskie 1 dla dowolnej skali s ,
- dla obszaru jednolitego zmienia się losowo wraz ze zmianą skali s ,
- dla tekstury zmniejsza się wraz ze wzrostem skali s (otoczenie obejmuje coraz więcej punktów z różnymi orientacjami gradientów)

(Santini s. 187)

Obecność tekstury objawia się tylko przy pewnej skali.

- większa skala („zbliżenie”) daje wgląd w szczegóły, ale prowadzi do utraty powtarzalnego charakteru,
- mniejsza skala („oddalenie”) daje w efekcie obszar jednolity.

Większość metod operuje na pewnym zakresie skal.

- metody strukturalne, w tym syntaktyczne,
- metody statystyczne:
 - autokorelacja,
 - analiza histogramów,
 - macierz współwystąpień
- inne:
 - metody widmowe,
 - bank filtrów (*filter bank*),
 - gęstość krawędzi (*edge density*),

Idea:

- próba rekonstrukcji tekstury poprzez jej generowanie przy użyciu pewnego
 - algorytmu, lub
 - gramatyki.
- *Teksemy* odpowiadają symbolom terminalnym gramatyki.
- Zalety:
 - silny i elegancki formalizm,
- Wady:
 - problemy z opisem tekstur rzeczywistych (brak ścisłej powtarzalności)

„Krawędzistość” - Edge density, "edgeness"

- idea: ekstrakcja krawędzi + pomiar gęstości punktów krawędzi na jednostkę powierzchni.
- zaleta:
 - prosta implementacja,
 - dobrze nadaje się do tekstur losowych,
- wada:
 - mierzy właściwie tylko "energię" tekstury, ignorując relację sąsiedztwa i orientację.
- Przykład: [Rosenfeld&Troy, za Pratt]. Mając (nawet binarny) detektor krawędzi E (W -szerokość okna) teksturę można charakteryzować przez następującą cechę T :

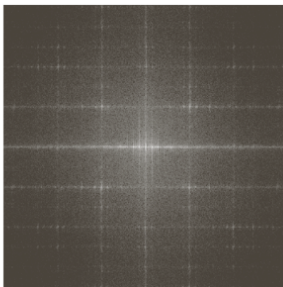
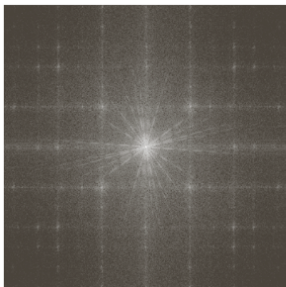
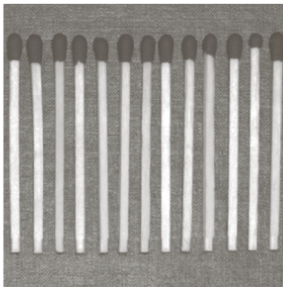
$$T(x, y) = \frac{1}{W^2} \sum_{i=-w}^w \sum_{j=-w}^w E(x+i, y+j), \quad W = 2w + 1$$

- Inne podejście: podstawić gradient pod E

Bank filtrów (ang. filter bank)

- w miejsce pojedynczego filtra – stosowanie wielu masek „wychytujących” różne aspekty charakterystyki teksturalnej.

- Opis tekstury w dziedzinie częstotliwości
- Na przykład: obliczenie 2D transformaty Fouriera dla lokalnych fragmentów obrazu.
- „Gruboziarniste” tekstury powinny dawać koncentrację energii widma w niskich częstotliwościach.
- W praktyce jednak często tekstury o znacząco różnej charakterystyce mają bardzo podobne widma
- Przykład [Pratt]: bardzo zbliżone charakterystyki częstotliwościowe obszarów wiejskich i miejskich w zdjęciach lotniczych.



Najbardziej popularna i generyczna rodzina metod do analizy tekstury.

- Przesłanka: percepcja wzrokowa człowieka: badania psychofizjologiczne wykazały, iż w percepcji (i rozróżnianiu) tekstur decydujący jest [dwuwymiarowy] rozkład prawdopodobieństwa;
- trudno podać przykłady tekstur, które miałyby bardzo zbliżone rozkłady [dwuwymiarowe], a byłyby rozróżniane przez człowieka.

Definicja:

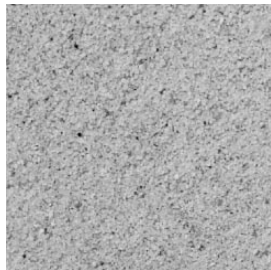
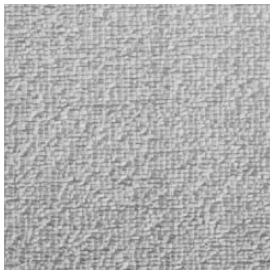
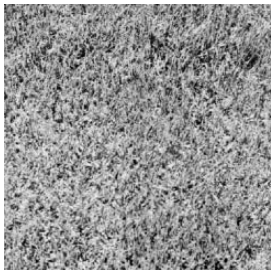
$$C_{ff}(p, q) = \frac{MN}{(M-p)(N-q)} \frac{\sum_i \sum_j f(i, j) f(i+p, j+q)}{\sum_i \sum_j f^2(i, j)}$$

gdzie:

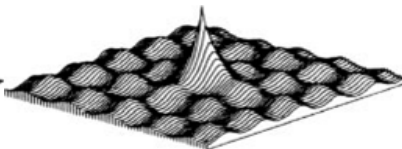
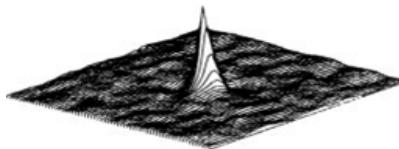
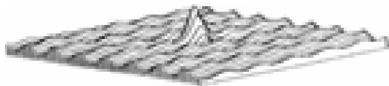
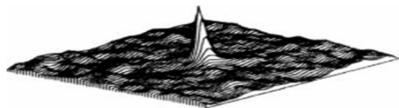
- M, N – wielkość okna (szerokość, wysokość),
- p, q – rozważany „okres” powtarzalności tekstury w poszczególnych wymiarach
- Czyli: $C_{ff}(p, q)$ podaje intensywność występowania w obrazie (obszarze) tekstury o okresie $\sqrt{p^2 + q^2}$ i orientacji wyznaczonej przez p i q

Zależna od orientacji tekstury

Przykład: wartości autokorelacji



Osie: p, q



Autokorelacja w wersji zależnej od odległości

$$C_{ff}(r)$$

- Rozważa się jedynie pary punktów leżące w odległości $r = \sqrt{p^2 + q^2}$
- Czyli: uśrednienie „zwykłej” autokorelacji po kącie
- Niezależna od orientacji tekstury

Histogram: $a_i = |\{p : f(p) = i\}|$

- Idea: ekstrakcja prostych miar statystyki opisowej z histogramów, np:
 - średniej,
 - odchylenia standardowego,
 - momentów, etc.
 - ewentualnie konstrukcja cech na podstawie tych miar, np.

$$1 - \frac{1}{1 + \sigma^2}$$

będzie przyjmować wartość 0 dla obszarów o stałej jasności, a dla obszarów o dużej zmienności jasności będzie zmierzać do 1.

- Wada: nieuwzględnianie informacji przestrzennej.

Zwana także macierzą zdarzeń

- Niech P będzie operatorem pozycji (relacją, w jakiej mogą znaleźć się dwa punkty obrazu).
- Zdefiniujemy macierz A jako macierz o rozmiarach $k \times k$ (k -liczba poziomów jasności), której wartości elementów dla obrazu f zdefiniowane są następująco:

$$a_{ij} = |\{p : f(p) = i \wedge P(p, r) \wedge f(r) = j\}|$$

- gdzie
 - p i r to punkty obrazu.
 - zapis $P(p, r)$ oznacza, że punkty p i r są w relacji przestrzennej P

Definicja relacji P (sąsiad nr 7 w N8):

$$P(p, r) \iff x_r = x_p + 1 \wedge y_r = y_p + 1$$

Obraz f :

0	0	1	1	2
1	1	0	1	1
2	2	1	0	0
1	1	0	2	0
0	0	1	0	1

p	
	r

Macierz A :

4	1	0
2	4	2
1	2	0

Macierz współwystąpień C (ang. cooccurrence matrix) to macierz A znormalizowana wielkością obrazu (ściślej mówiąc, liczbą przemieszczeń maski pr):

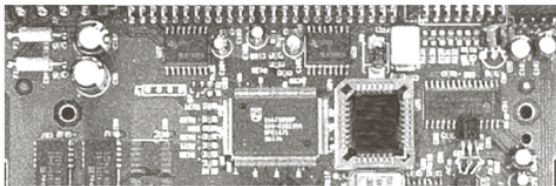
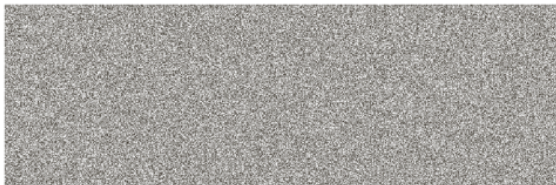
$$c_{ij} = \frac{a_{ij}}{|D(f)|}$$

W poprzednim przykładzie $D(f) = (5 - 1)(5 - 1) = 16$

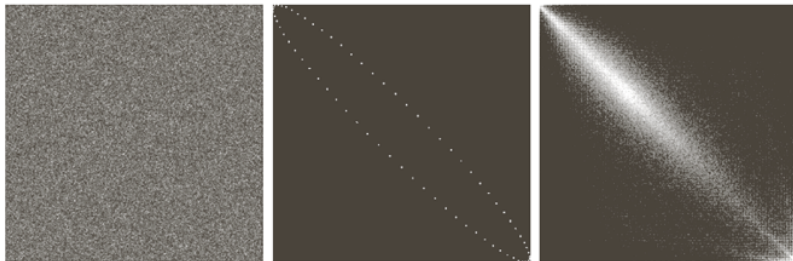
Jest to zatem estymata łącznego rozkładu prawdopodobieństwa napotkania w obrazie pary punktów o określonych jasnościach, pozostających w relacji P .

Dla wcześniejszego przykładu:

0.25	0.0625	0
0.125	0.25	0.125
0.0625	0.125	0



P = "piksel bezpośrednio z prawej strony"



- znając macierz współwystąpień, znamy histogram,
- uproszczenia: dyskretyzacja poziomów jasności; zazwyczaj niezbędne dla:
 - zwięzłości (pamięć),
 - reprezentatywności.
- typy relacji P :
 - niezmiennicze ze względu na obrót (np. sąsiad w odległości r),
 - pozbawione tej własności (np. sąsiad nr 7 w N_8)

Cechy obrazu z macierzy współwystąpień

Często wykorzystywane cechy tekstury obliczane na podstawie macierzy współwystąpień:

- maksimum:

$$\max_{ij}(c_{ij})$$

- moment różnicowy elementu (element difference moment) rzędu k (mały dla elementów macierzy skupiających się w pobliżu przekątnej):

$$\sum_i \sum_j c_{ij} (i - j)^k$$

- odwrotny moment różnicowy elementu (inverse element difference moment) rzędu k :

$$\sum_i \sum_j c_{ij} / (i - j)^k$$

- entropia (miara losowości tekstury):

$$-\sum_i \sum_j c_{ij} \log c_{ij}$$

- jednolitość

$$\sum_i \sum_j c_{ij}^2$$

- wykorzystanie reprezentacji wieloskalowej (multiscale representation),
 - przesłanka: przy badaniu punktów położonych blisko wymagana jest duża rozdzielczość przestrzenna, natomiast przy znacznej odległości możemy pozwolić sobie na degradację rozdzielczości,
 - np. logarytmiczna,
- bardziej wyrafinowane relacje P ,
 - uogólnienie ze względu na:
 - odległość dzielącą badane punkty (r),
 - orientację prostej łączącej badane punkty (θ),
- uszczegółowienia: relacje z większą liczbą argumentów,

- cechy Julesz'a (ujęcie tekstury jako procesu Markowa)
- mikrostruktury [Laws]
- filtry Gabora: filtry w postaci dwuwymiarowej/zespolonej sinusoidy modulowanej dwuwymiarowym rozkładem Gaussa
- falki (wavelets)
- dekompozycja na wartości osobliwe (SVD)
- uogólnienia:
 - obrazy kolorowe i wielomodalne,
 - obrazy 3D

- opis (obszarów i obiektów),
- opis całego obrazu (lub znacznych jego części)
- np. gdy rozdzielczość/jakość obrazu nie pozwala nam na bardziej wnikliwą analizę; vide obrazy mikroskopowe OUN,
- rozpoznawanie,
- segmentacja obrazu,

- W analizie scen 3D tekstury ulegają podobnym zniekształceniom co same obiekty (projekcja, perspektywa, etc.).
- W pewnych zastosowaniach może to utrudniać analizę tekstury;
- jednak z drugiej strony zniekształcenia te niosą ze sobą dodatkowe informacje o scenie; stąd w widzeniu komputerowym (computer vision) obecne są nurty badań:
 - shape from texture,
 - depth from texture.

Transformacja Hough'a

Ang. *Hough Transform*

- Metoda poszukiwania prostych w obrazie poprzez stopniowe kumulowanie wiarygodności.
- Wejście: Obraz ze wstępnie wykrytymi punktami konturów (np. przepuszczony przez filtr gradientowy).
- Wyjście: Równania 'dominujących' prostych (odcinków w obrazie)

- Równanie prostej:

$$y = ax + b$$

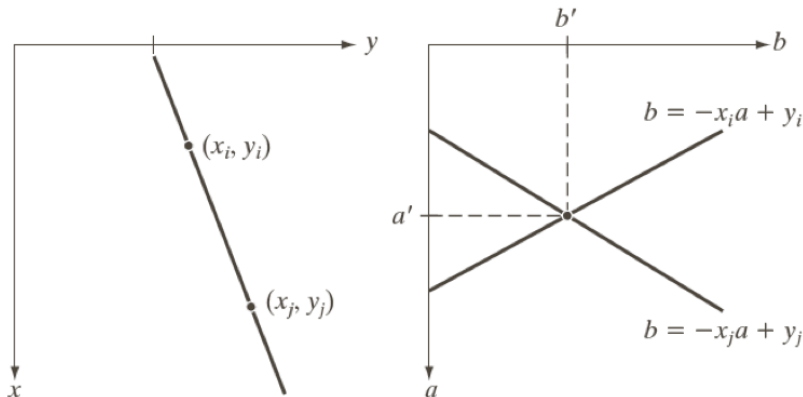
- Proste przechodzące przez punkt (x,y) muszą spełniać równanie:

$$b = y - xa$$

- Zatem: obecność w obrazie zapalonego punktu o współrzędnych (x,y) zwiększa prawdopodobieństwo występowania w nim prostych o parametrach (a,b) spełniających powyższe równanie.

Przestrzeń obrazu a przestrzeń parametrów

- Przestrzeń obrazu $X \times Y$:
 - punkt (x, y) wyznacza rodzinę (pęk) prostych
- Przestrzeń parametrów $A \times B$:
 - punktowi (x, y) odpowiada prosta złożona z punktów których współrzędne (a, b) spełniają równanie prostej przechodzącej przez punkt (x, y) w przestrzeni obrazu.



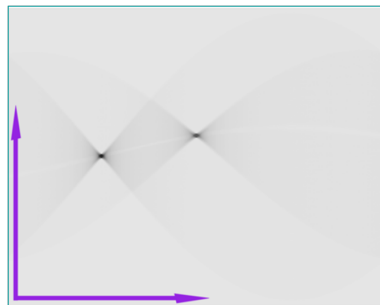
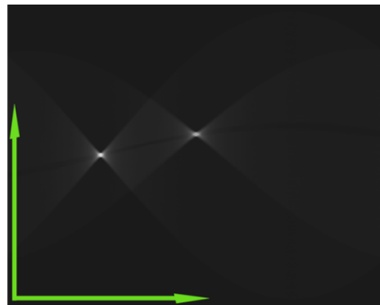
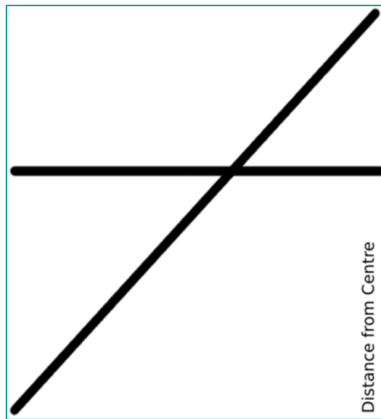
Budujemy tablicę częstości występowania punktów spełniających poszczególne równania prostych (tablica akumulatorów).

- Wymagana dyskretyzacja przestrzeni parametrów AB
- Iterujemy po punktach obrazu
 - Dla każdego zapalonego punktu generujemy pewną skończoną próbę z rodziny prostych przechodzących przez ten punkt.
 - Inkrementujemy komórki tablicy odpowiadające kombinacjom (a, b) parametrów prostych

$a \backslash b$	-8	-4	-2	...
-2				
-1		2		4
0				
1			3	
...				...

Wynik: Tablica akumulatorów, gdzie akumulatory (liczniki) o dużych wartościach odpowiadają najbardziej 'wyraźnym' prostym w obrazie.

```
acc[-4..4,-10..10] // tablica akumulatorów
wyzeruj acc
for x=1 to xMax // pętla po punktach obrazu
  for y=1 to xMax
    if f(x,y)>0 // jeżeli punkt zapalony
      for a=-4 to 4 do
        b=y-xa
        acc[a,b]++
      endFor
    endIf
  endFor
endFor
```

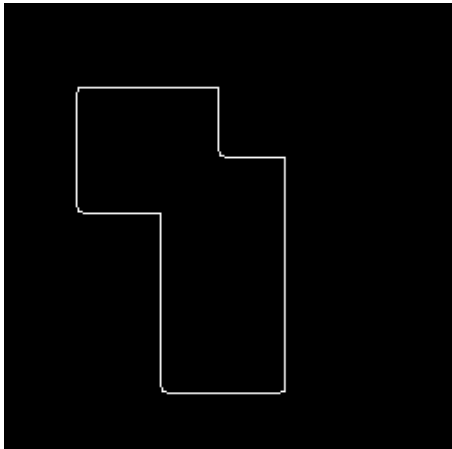
W praktyce:

- konieczność kontroli otrzymywanych wartości b – ryzyko przekroczenia zakresu,
- stały krok a jest niedogodny – faworyzuje ‘strome’ proste
 - lepiej bazować na zmiennej niezależnej w postaci kąta zmieniającego się ze stałym krokiem α , np. 15° ; wówczas $a = \tan(\alpha)$,
 - lub: przejść na biegunowy układ współrzędnych, w którym równanie prostej to

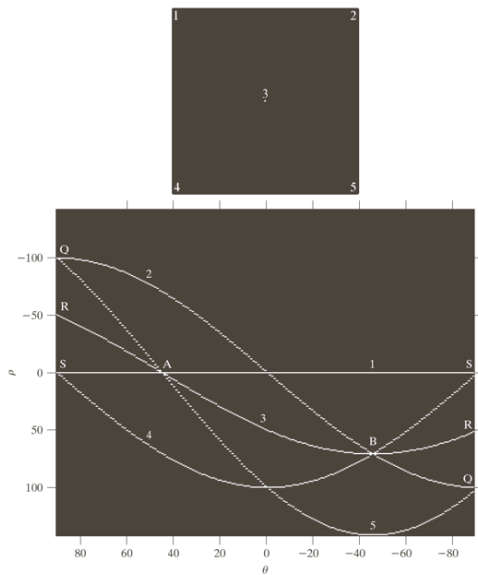
$$r = x \cos \theta + y \sin \theta$$

gdzie: r – długość wektora normalnego, θ – kąt wektora normalnego względem dodatniego kierunku osi X

- możliwość zastąpienia prostej inkrementacji akumulatora
 - zwiększeniem o wartość zależną od jasności punktu, np. $acc[a, b] += f(x, y)/255.0$
 - częściową inkrementacją sąsiednich akumulatorów (kompensacja negatywnego wpływu dyskretyzacji).



Przykład



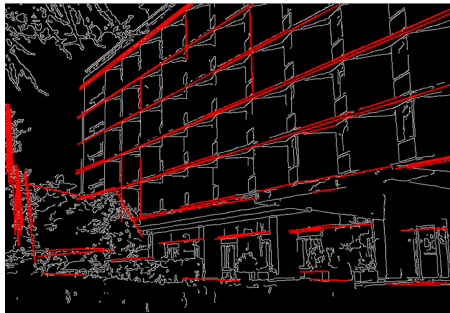
Zalety:

- rekonstrukcja prostych na podstawie odseparowanych punktów – odporność na szumy,

Wady:

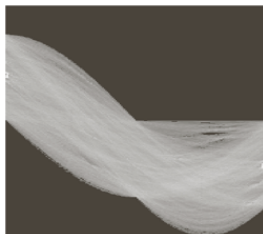
- za sprawą zbiegu okoliczności mogą pojawić się proste 'iluzoryczne',
- usprawnienie: druga faza głosowania w której każdy punkt bada głosy które oddał w tablicy akumulatorów i wybiera spośród nich tylko ten dla którego wartość akumulatora jest maksymalna
- dla pewnych zastosowań – lepiej byłoby mieć odcinek, a nie równanie prostej (istnieje odpowiednia odmiana TH, np. zaimplementowana w OpenCV)

Działanie TH na rzeczywistym obrazie



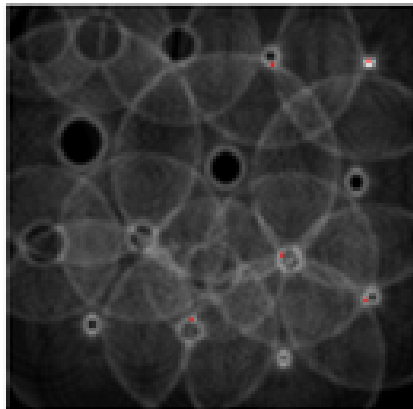
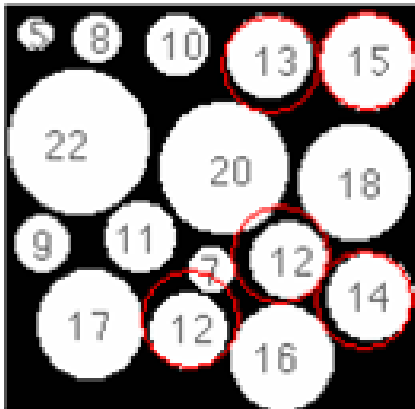
Historyczne pierwsze zastosowania: analiza torów cząstek w komorze pęcherzykowej.

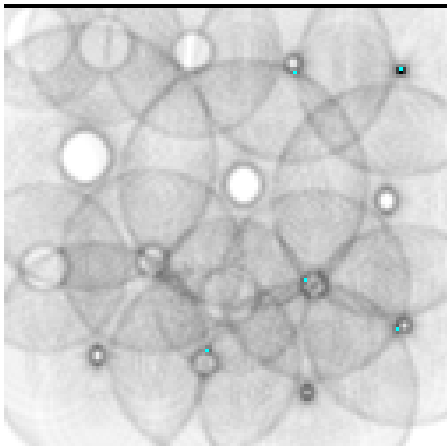
Działanie TH przy ze wstępnym przetwarzaniem



- TH umożliwia wykrywanie dowolnych krzywych danych w postaci analitycznej, chociaż:
 - im więcej parametrów, tym więcej wymiarów tablicy akumulatorów $\Rightarrow$ złożoność pamięciowa i obliczeniowa,
 - dlatego w praktyce TH poszukuje się raczej nieskomplikowanych krzywych.
- uogólniona TH (ang. *Generalized HT*): wektory przemieszczeń pamiętane w tablicy

Przestrzeń obrazu: rodzina okręgów o różnych promieniach r , przechodzących przez punkt (x,y)





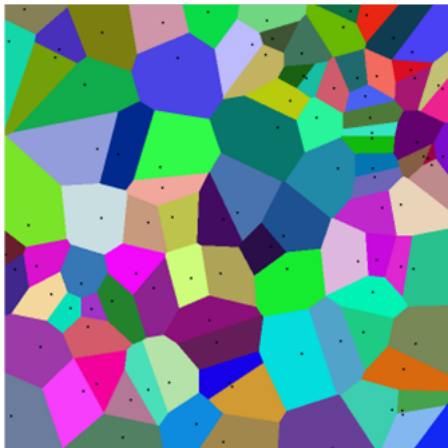
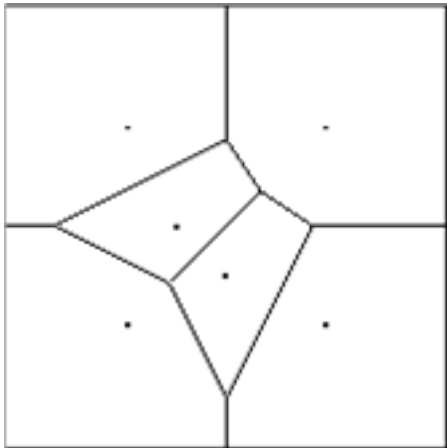
Demonstracja:

<http://www.markschulze.net/java/hough/>

Diagram Voronoi'a

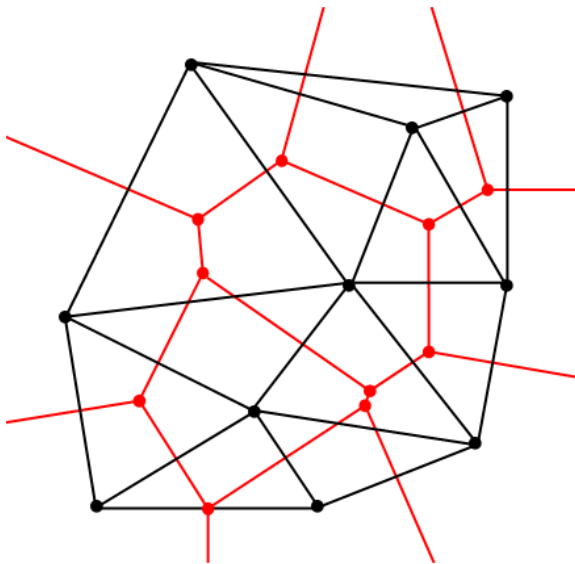
- Definicja Diagram Voronoia (DV, ang. Voronoi diagram) to dekompozycja przestrzeni metrycznej określona zadaniem zbiorem obiektów (najczęściej punktów) S .
- Każdy punkt p z S jednoznacznie wyznacza wielościan wypukły składający się z takich punktów x , że, spośród wszystkich punktów w S , p jest najbliższy x .
- Zbiór wszystkich takich $|S|$ wielościanów to diagram Voronoia.

Diagram Voronoia - przykłady



- Znana także jako:
 - dekompozycja Voronoi'a,
 - Voronoi tessellation,
 - Dirichlet tessellation
- 'Najbliższy' w sensie 'słabym', tj. najbliższy lub równo odległy.
- 'Brzegowe' punkty generują otwarte wielościany,
- Może być tworzony dla przestrzeni (obrazów) wielowymiarowych,
- Uczenie maszynowe: DV wizualizuje działanie algorytmu k najbliższych sąsiadów (kNN) dla $k=1$

- Triangulacja Delaunay (TD): podział przestrzeni/płaszczyzny na trójkąty rozpięte na punktach z S , taki że:
 - Każda para trójkątów ma zero lub jeden wspólny bok (krawędzie nie przecinają się) [triangulacja]
 - Żaden punkt z S nie zawiera się w żadnym z okręgów opisanych na ww trójkątach [TD]
- Symetralne krawędzi TD są ścianami wieloboków DV

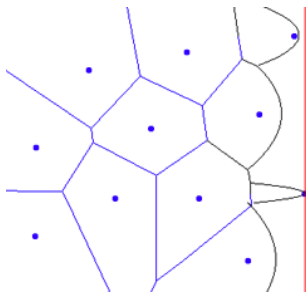


Typy:

- Inkrementacyjne: Dodawaj wierzchołek po wierzchołku,
 - Usuwając trójkąty których okręgi opisane zawierają nowy wierzchołek,
 - Wprowadzając nowe trójkąty,
 - $O(n^2)$
- Dziel i rządź (dla przypadku dwuwymiarowego)
 - Rekurencyjny podział zbioru S na dwa rozłączne podzbiory,
 - Generowanie i łączenie wynikowych triangulacji
 - $O(n \log(n))$

```
DT(S)
{
  if |S|=3
    Zwróć DT skonstruowany jako trójkąt rozpięty na punktach z S
  endif
  Przy pomocy prostej podziel S na dwa rozłączne podzbiory S1 i S2 tak,
    aby liczności S1 i S2 były możliwie równe
  D1=DT(S1)
  D2=DT(S2)
  Polacz D1 i D2 i zwróć otrzymany graf
}
```

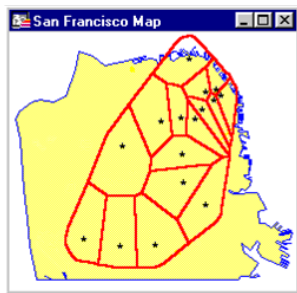
- Przemiata przestrzeń prostą która dzieli ją punkty na przetworzone i do przetworzenia
- Bazuje na obserwacji że łatwo jest analitycznie wyznaczyć parabolę która determinuje punkty równoodległe od jakiegoś punktu diagramu i prostej
- Punkty determinujące beachline są utrzymywane w drzewie binarnym
- Złożoność: $O(n \log n)$



./imgs/Fortunes-algorithm.gif

[Wikipedia] <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Fortunes-algorithm.gif>

- Wizualizacja danych.
- Modelowanie struktur komórkowych.
- Estymacja położenia ścian komórkowych i innych parametrów.
- Modelowanie mikrostruktur w stopach metalicznych.
- Fizyka polimerów
- Modelowanie 'naturalnego sąsiedztwa' punktów usługowych, np. restauracji McDonald's w San Francisco.



(za: Tetrad Computer Applications)

Rozszerzenia:

- inne definicji odległości,
- odmiany przybliżone,
- www.voronoi.com

Modele aktywnych konturów

- Ang. snakes
- Idea: Funkcja parametryczna opisująca kształt i minimalizująca energię. Energia węża (aktywnego konturu) zależy od jego kształtu i położenia w obrazie.
- Zastosowania:
 - segmentacja,
 - interpretacja,
 - analiza sekwencji wideo i obrazów 3D,
- Wymaganie: stan początkowy (kształt i położenie) aktywnego konturu musi być ustalony jakąś niezależną metodą.

- Energia aktywnego konturu jest wynikiem ścierania się 'sił':
 - wewnętrznych, wynikających z kształtu konturu,
 - zewnętrznych, wynikających z zawartości obrazu i/lub wyników otrzymanych z wyższego etapu przetwarzania.
- Reprezentacja parametryczna:

$$v(s) = (x(s), y(s)), \quad s \in [0, 1]$$

- gdzie x i y to współrzędne kolejnych punktów konturu, a s to zmienna niezależna (parametr).
- Zazwyczaj implementuje się v jako funkcję sklejaną (spline).

- Minimalizowany funkcjonal energetyczny:
- gdzie:
- E_{int} – wewnątrz energia konturu wynikająca ze zginania,
- E_{image} – odpowiada za siły obrazu,
- E_{con} – implementuje siły ograniczeń,
- Wewnętrzna energia konturu
- gdzie
- - elastyczność (elasticity),
- - sztywność (stiffness).
- W szczególności:
- Jeżeli dla danego punktu sk ustalimy $(sk)=0$ pozwalamy drugiej pochodnej na nieciągłość i w konsekwencji na wykształcenie narożnika.
- Siły obrazu

Implementacja E_{image} zależy od zadania.

Rozważmy implementację, w której wąż przyciągany jest do linii, krawędzi i zakończeń (linii).

Znak wagi w_{line} determinuje, czy wąż ma być przyciągany do jasnych czy ciemnych linii.

Siły obrazu

Analogicznie: E_{term} , odpowiadający za zakończenia linii (wymaga rozważania gradientu wzdłuż funkcji sklejaney).

Siły ograniczeń