

Zliczanie możliwych rozróżnialnych wyników losowań
 N - zbiór z którego losujemy elementy
 n = |N| - moc zbioru N
 k - liczba losowań

Czy ważna jest kolejność?

NIE (wynikiem jest zbiór)

TAK (wynikiem jest ciąg)

Czy dopuszczalne są powtórzenia?

NIE (ten sam element może być wybrany tylko raz)

TAK (ten sam element może być wybrany wiele razy)

Czy dopuszczalne są powtórzenia?

NIE (ten sam element może być wybrany tylko raz)

TAK (ten sam element może być wybrany wiele razy)

Kombinacja bez powtórzeń
 Na ile sposobów można wylosować k elementów ze zbioru n elementowego bez zwracania? Wynikiem losowań jest **podzbiór** $K \subseteq N$ ($|K| = k$)

$$C(n, k) = \binom{n}{k}$$

Kombinacja z powtórzeniami
 Na ile sposobów można wylosować k elementów ze zbioru n elementowego ze zwracaniem? Wynikiem losowań jest **multizbiór** o łącznej liczbie elementów = k (multizbiór, to zbiór w którym elementy mogą się powtarzać \Leftrightarrow każdy element ma swoją licznosc)

$$\bar{C}(n, k) = \binom{n+k-1}{k}$$

Czy ciąg ma zawierać wszystkie elementy zbioru N?

NIE (może zawierać $k \leq n$)

TAK (ma zawierać $k = n$)

NIE (całkowita dowolność losowania)

Czy jest zadany rozkład elementów?

TAK (wiadomo z góry, że wśród wylosowanych k elementów wystąpi zadana z góry liczba powtórzeń pewnych elementów tj. $k = k_1 + k_2 + \dots + k_n$)

Kombinacja z powtórzeniami może być reprezentowana jako permutacja z powtórzeniami ciągu, w którym permutujemy k identycznych elementów i n-1 identycznych przegródek między elementami np.

$$\underbrace{xxx \dots xxx}_k || \underbrace{...}_{n-1}$$

$$\bar{C}(n, k) = \bar{P}(n+k-1, k, n-1)$$

$$= \binom{n+k-1}{k, n-1} = \binom{n+k-1}{k}$$

Wariacja bez powtórzeń
 Na ile sposobów można wylosować ciąg k elementów ze zbioru n elementowego bez zwracania? Wynikiem losowań jest ciąg elementów z N o długości k.

$$V(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Permutacja bez powtórzeń
 Wynikiem losowań jest dowolny ciąg zbudowany ze wszystkich elementów N

$$P(n) = V(n, n) = \frac{n!}{(n-n)!} = n!$$

Wariacja z powtórzeniami
 Losujemy k razy elementy ze zbioru N ze zwracaniem. Wynikiem losowań jest ciąg o dowolnym rozkładzie elementów z N

$$\bar{V}(n, k) = n^k$$

Permutacja z powtórzeniami
 Losujemy k razy elementy ze zbioru N ze zwracaniem, przy czym wiemy, że uzyskany ciąg musi mieć zadany rozkład elementów $1..n$: $k = k_1 + k_2 + \dots + k_n$

$$\bar{P}(k, k_1, k_2, \dots, k_n) = \frac{k!}{k_1! \dots k_n!}$$