

Matematyka Dyskretna

Teoria grafów - ćwiczenia

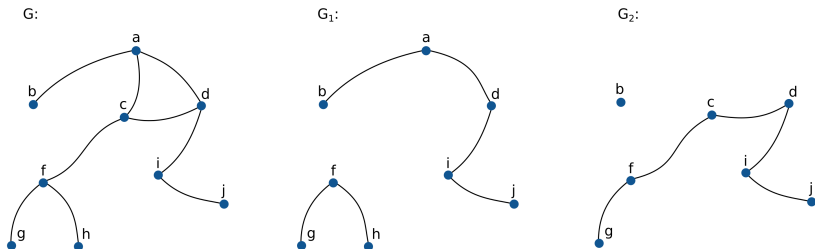
Kaja Gutowska

Politechnika Poznańska

Rok akademicki 2022/2023

Teoria grafów - zad. 1

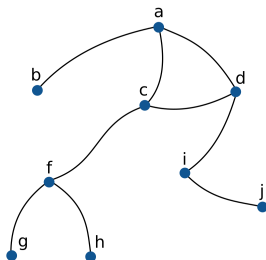
Zad. Niech będzie dany nieskierowany graf $G = (V, E)$ pokazany na poniższym rysunku:



- a) Ile spójnych podgrafów grafu G ma 4 wierzchołki i zawiera cykl?
- b) Opisz podgraf G_1 grafu G jako podgraf indukowany zbiorem wierzchołków oraz jako graf uzyskany przez usunięcie pewnego wierzchołka z grafu G .
- c) Opisz podgraf G_2 grafu G jako podgraf indukowany zbiorem wierzchołków oraz jako graf uzyskany przez usunięcie pewnego wierzchołka z grafu G .
- d) Narysuj podgraf grafu G indukowany zbiorem wierzchołków $U = \{b, c, d, f, i, j\}$.
- e) Wyróżnijmy w grafie G krawędź $e = \{c, f\}$. Narysuj podgraf $G - e$.
- f) Niech e_1 i e_2 oznaczają krawędzie $\{a, c\}$ i $\{a, d\}$ w grafie G . Narysuj następujące podgrafy grafu G : i) $(G - e_1) - e_2$, ii) $(G - e_2) - e_1$, iii) $G - \{e_1, e_2\}$.

Zad. Niech będzie dany nieskierowany graf $G = (V, E)$ i jego podgraf $G_1 = (V_1, E_1)$

G:

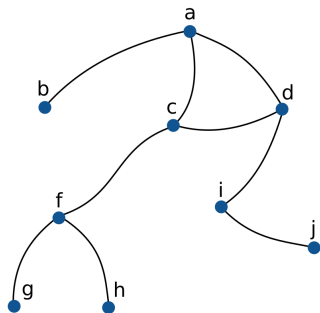


- ⓐ W jakim przypadku graf G_1 nie jest podgrafem grafu G indukowanym zbiorem wierzchołków?
- ⓑ Dla poniższego grafu G znajdź podgraf, który nie jest podgrafem indukowanym zbiorem wierzchołków.

Zad. Odpowiedz na poniższe pytania:

- a ile istnieje podgrafów rozpinających grafu G ?
- b ile istnieje spójnych podgrafów rozpinających grafu G ?
- c ile spośród podgrafów rozpinających grafu G ma:
 - wierzchołek a jako wierzchołek izolowany?
 - wierzchołek b jako wierzchołek izolowany?

G :



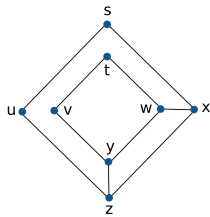
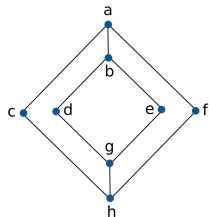
Zad. Niech będzie dany pewien nieskierowany graf $G = (V, E)$. Ile jego podgrafów rozpinających jest jednocześnie podgrafami indukowanymi zbiorem wierzchołków?

Zad. Niech $G = (V, E)$ będzie grafem nieskierowanym takim, że $|V| \geq 0$. Czy możemy stwierdzić jakim grafem jest graf G , jeśli wiemy, że każdy jego podgraf indukowany zbiorem wierzchołków jest grafem spójnym?

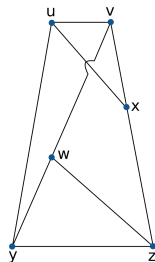
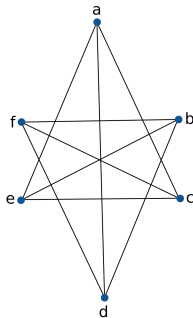
Teoria grafów - zad. 6

Zad. Dla każdej z poniższych par grafów określ czy są one izomorficzne.

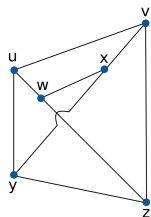
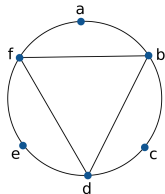
a)



c)



b)



Zad. Określ $|V|$ dla następujących grafów lub multigrafów G :

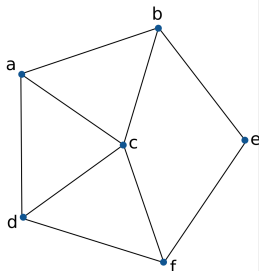
- a G ma 9 krawędzi i każdy wierzchołek ma stopień równy 3.
- b G zawiera 15 krawędzi i każdy wierzchołek ma ten sam stopień (tzn. wszystkie wierzchołki mają równy stopień, czyli G jest grafem regularnym).
- c G ma 10 krawędzi i 2 z jego wierzchołków mają stopień równy 4, a pozostałe stopień równy 3.

Zad. Niech $G = (V, E)$ będzie spójnym grafem nieskierowanym:

- a) Jaka jest największa możliwa wartość $|V|$, jeżeli $|E| = 19$ i $\deg(v) \geq 4$ dla każdego $v \in V$?
- b) Narysuj dwa grafy ilustrujące przypadek z punktu a).

Zad. Niech będzie dany następujący graf $G = (V, E)$:

G:



- 1 narysuj graf \overline{G} ,
- 2 narysuj podgraf grafu G indukowany wierzchołkami o stopniu 3.

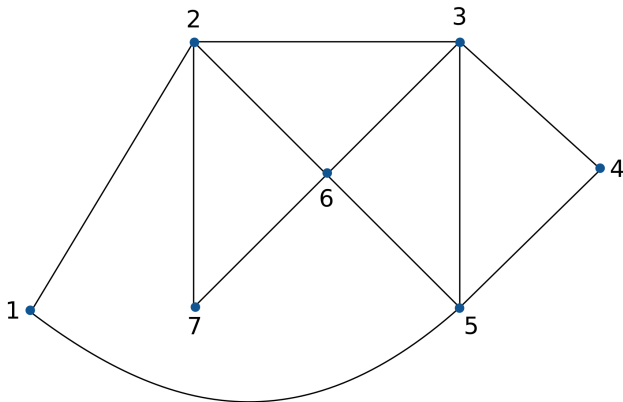
Zad. Odpowiedz na poniższe pytania:

- a) Ile wierzchołków i ile krawędzi występuje w pełnych grafach dwudzielnych $K_{4,7}$, $K_{7,11}$ i $K_{m,n}$, gdzie $m, n \in \mathbb{P}$.
- b) Jeżeli graf $K_{m,12}$ ma 72 krawędzie, ile wynosi m ?

Zad. Podaj przykład spójnego grafu, który:

- a nie zawiera ani obwodu Eulera, ani cyklu Hamiltona,
- b zawiera obwód Eulera, ale nie zawiera cyklu Hamiltona,
- c nie zawiera obwodu Eulera, ale zawiera cykl Hamiltona,
- d zawiera obwód Eulera, jak i cykl Hamiltona.

Zad. Jeśli jest to możliwe to znajdź obwód Eulera w poniższym grafie:



Zad. Narysuj wszystkie nieizomorficzne drzewa o 6 wierzchołkach.

Zad. Odpowiedz na poniższe pytania:

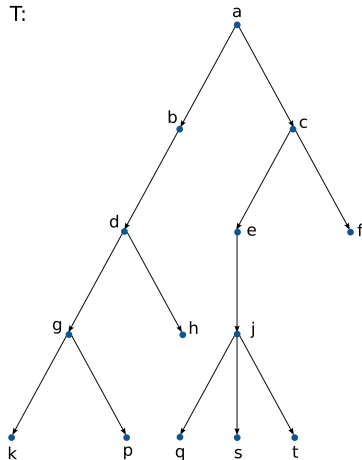
- a Niech $F_1 = (V_1, E_1)$ będzie lasem składającym się z 7 drzew, gdzie $|E_1| = 40$, ile wynosi $|V_1|$?
- b Jeżeli $F_2 = (V_2, E_2)$ jest lasem takim, że $|V_2| = 62$ i $|E_2| = 51$, z ilu drzew składa się F_2 ?

Zad. Podaj przykład grafu nieskierowanego $G = (V, E)$, dla którego $|V| = |E| + 1$ i który nie jest drzewem.

Teoria grafów - zad. 16

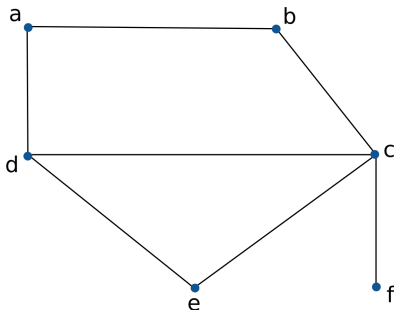
Zad. Niech będzie dane następujące drzewo T T:

- a) które wierzchołki T są liśćmi?
- b) który wierzchołek T jest korzeniem?
- c) który wierzchołek jest bezpośrednim poprzednikiem wierzchołka g ?
- d) które wierzchołki są następnikami wierzchołka c ?
- e) jaki jest poziom wierzchołka f ?
- f) które wierzchołki znajdują się na poziomie 4?
- g) jaka jest wysokość drzewa T ?
- h) czy drzewo T jest zrównoważone?



Teoria grafów - zad. 17

Zad. Poniżej przedstawiono plan linii kolejowej:



- a) czy da się przejechać przez wszystkie trasy tak, aby przez żadną z nich nie jechać 2 razy?
- b) czy da się przejechać przez wszystkie trasy tak, aby przez żadną z nich nie jechać 2 razy i wrócić do miejsca w którym zaczęto podróż?

Teoria grafów - zad. 18

Zad. Poniżej przedstawiono plan domu. Czy jest możliwe przejście przez wszystkie pokoje jeśli przez każde drzwi należy przejść dokładnie jeden raz? Narysuj graf i odpowiedz na pytanie czy istnieje obwód lub droga Eulera w tym grafie, jeśli tak to podaj przykład.

