

Matematyka Dyskretna

Zliczanie obiektów kombinatorycznych - ćwiczenia

Kaja Gutowska

Politechnika Poznańska

Rok akademicki 2022/2023

Zad. W wyborach na stanowisko burmistrza startuje 8 kandydatów partii A i 5 kandydatów partii B:

- a) na ile sposobów może zostać wybrany burmistrz?
- b) jeśli żaden z kandydatów nie uzyska odpowiednio dużej liczby głosów, odbędzie się druga tura wyborów, do której przejdą dwaj kandydaci z największą liczbą głosów uzyskanych w pierwszej turze. Ile różnych par kandydatów może przejść do drugiej tury, tak aby byli oni z różnych partii?
- c) jakie reguły zostały wykorzystane przy formułowaniu odpowiedzi na pytanie z punktu a) i b)?

Zliczanie obiektów kombinatorycznych - zad. 2

Zad. W pewnej fabryce produkowane są 4 modele samochodów, każdy z nich może być wykonany w 12 kolorach, 3 pojemnościach silnika i z 2 rodzajami skrzyni biegów

- a) ile różnych odmian samochodów produkowanych jest w tej fabryce?
- b) ile różnych niebieskich odmian samochodów produkowanych jest w tej fabryce?

Zad. W pewnej burgerowni można zamówić hamburgera z 9 rodzajami dodatków (tzn. hamburger może zawierać lub nie każdy z tych dodatków). Ile różnych rodzajów hamburgerów można kupić w tym miejscu?

Zad. Odpowiedz na poniższe pytania:

- a) ile istnieje permutacji ośmiu liter a, c, f, g, i, t, w, x ?
- b) ile z permutacji z punktu a) zaczyna się literą t ?
- c) ile z permutacji z punktu a) zaczyna się literą t i kończy literą c ?

Zad. Na ile sposobów można przejść w prostokątnym układzie współrzędnych z punktu $(2, 1)$ do punktu $(7, 4)$ poruszając się krokami o jednostkowej długości w górę lub w prawo?

Zad. Na ile sposobów litery $a, b, c, d, e, e, e, e, e$ mogą być ułożone tak, by żadne dwie litery e nie sąsiadowały ze sobą?

Zad. Odpowiedz na poniższe pytania:

- a) na ile sposobów można ułożyć litery występujące w wyrazie VISITING?
- b) w ilu spośród ułożeń z punktu a), trzy litery I występują obok siebie?

Zad. Ile bajtów zawiera:

- a) dokładnie dwie jedyńki,
- b) dokładnie cztery jedyńki,
- c) dokładnie sześć jedynek,
- d) co najmniej sześć jedynek?

Zadanie to można rozwiązać określając na ile sposobów można wybrać odpowiednią liczbę pozycji w bajcie, na których mają pojawić się jedyńki.

Zad. Odpowiedz na poniższe pytania:

- a) danych jest 15 punktów na płaszczyźnie, przy czym żadne 3 spośród nich nie leżą na jednej prostej. Ile prostych wyznaczają te punkty?
- b) danych jest 25 punktów w przestrzeni 3-wymiarowej, przy czym żadne 4 spośród nich nie leżą na jednej płaszczyźnie. Ile trójkątów wyznaczają te punkty?

Zad. Wyznacz współczynnik przy wyrazie x^9y^3 w rozwinięciu:

- a $(x + y)^{12}$
- b $(x + 2y)^{12}$
- c $(2x - 3y)^{12}$

Zad. Wyznacz współczynnik

- a przy wyrazie xyz^2 w rozwinięciu $(x + y + z)^4$
- b przy wyrazie xyz^2 w rozwinięciu $(w + x + y + z)^4$
- c przy wyrazie xyz^2 w rozwinięciu $(2x - y - z)^4$
- d przy wyrazie $w^3x^2yz^2$ w rozwinięciu $(2w - x + 3y - 2z)^8$

Zad. Na ile sposobów można rozdzielić 10 identycznych bonów premiowych pomiędzy 5 pracowników, jeżeli

- a nie ma żadnych ograniczeń co do sposobu rozdziału,
- b każdy pracownik dostanie co najmniej 1 bon,
- c pracownik o najdłuższym stażu dostanie co najmniej 2 bony?

Zad. Losowo wybieramy 4-literowe słowo nad alfabetem $\Sigma = \{a, b, c, d, e\}$?

- a) jakie jest prawdopodobieństwo, że w wylosowanym słowie nie będzie powtarzających się liter?
- b) jakie jest prawdopodobieństwo, że w wylosowanym słowie nie ma samogłosek?
- c) jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosowane słowo zaczyna się od samogłoski?

Zad. Wyznacz liczbę całkowitoliczbowych rozwiązań równania $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 32$, jeżeli

- a $x_i \geq 0, 1 \leq i \leq 4$
- b $x_i > 0, 1 \leq i \leq 4$
- c $x_1, x_2 \geq 5, x_3, x_4 \geq 7$
- d $x_i \geq 8, 1 \leq i \leq 4$
- e $x_i \geq -2, 1 \leq i \leq 4$
- f $x_1, x_2, x_3 > 0, 0 < x_4 \leq 25$