

# Matematyka Dyskretna

## Własności liczb - ćwiczenia

Kaja Gutowska

Politechnika Poznańska

Rok akademicki 2022/2023

Zad. Oblicz największy wspólny dzielnik:  $NWD(32, 12)$ , używając:

- a Algorytmu Euklidesa,
- b Algorytmu dzielenia modulo.

**Zad.** Oblicz największy wspólny dzielnik liczb 264 i 144, zapisz zgodnie z poniższym sformułowaniem:

$$NWD(a, b) = \begin{cases} a & \text{dla } b = 0 \\ NWD(b, a \bmod b) & \text{dla } b \geq 1 \end{cases}$$

Zad. Oblicz największy wspólny dzielnik dla poniższych liczb:

a  $a = 68, b = 36$

b  $a = 600, b = 1050$

c  $a = 1547, b = 560$

**Zad.** Oblicz największy wspólny dzielnik dla 32 i 12 oraz zapisz wynik jako liniową kombinację tych liczb (podaj  $x$  i  $y$  (liczby całkowite) dla których  $NWD(32, 12) = x \cdot 32 + y \cdot 12$ ).

**Zad.** Rozwiąż następujące równania, podaj wartości dla  $x$  i  $y$  (zapisz w formie liniowej kombinacji liczb):

a  $68 \cdot x + 36 \cdot y = NWD(68, 36)$

b  $600 \cdot x + 1050 \cdot y = NWD(600, 1050)$

**Zad.** Wykorzystaj twierdzenie: dla  $a, b \in \mathbb{P}$ ,  $ab = NWW(a, b) \cdot NWD(a, b)$ , aby obliczyć najmniejszą wspólną wielokrotność liczb 264 i 144.

**Zad.** Niech  $a, b \in \mathbb{Z}$  i niech  $2a + 3b$  będzie wielokrotnością 17. Wykaż, że 17 dzieli  $9a + 5b$ .



**Zad.** Zapisz liczbę 6137 w systemie ósemkowym, czyli poszukiwane są nieujemne liczby całkowite  $r_0, r_1, r_2, \dots, r_k$ , gdzie  $r_k > 0$ , takie, że  $6137 = (r_k, \dots, r_2, r_1, r_0)_8$ .

Zad. Wykaż, że dla każdego  $n \in \mathbb{P}$  liczby  $8n + 3$  i  $5n + 2$  są względnie pierwsze.

Zad. Udowodnij, że  $\sqrt{2}$  jest liczbą niewymierną.