

# Matematyka Dyskretna

## Rekurencja - ćwiczenia

Kaja Gutowska

Politechnika Poznańska

Rok akademicki 2022/2023

Zad. Podaj definicje rekurencyjne dla następujących ciągów liczb  $c_1, c_2, \dots, c_n \in \mathbb{P}$  :

a  $C_n = 7n$

b  $C_n = 7^n$

c  $C_n = n^2$

d  $C_n = 7$

e  $C_n = 11n - 8$

Zad. Podaj definicje rekurencyjne dla poniższych ciągów liczb:

- a) 2, 4, 16, 256, ...
- b) 2, 4, 16, 65536, ...

**Zad.** Dana jest następująca definicja rekurencyjna ciągu:  $a_0 = 0$ ,  $a_1 = 1$ ,  $a_n = \frac{1}{4}(a_{n-1} - a_{n-2} + 3)^2$ , dla  $n \geq 2$ . Podaj 4 pierwsze elementy tego ciągu oraz podaj i udowodnij indukcyjnie wzór jawny.

**Zad.** Znajdź wzór jawny dla poniższej definicji rekurencyjnej, a następnie udowodnij indukcyjnie jego prawdziwość:

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = 2 \\ a_n = \frac{a_{n-1}^2}{a_{n-2}}, n \geq 2 \end{cases}$$

**Zad.** Dana jest następująca definicja rekurencyjna ciągu:  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 1$ ,  $a_n = \frac{a_{n-1}^2 + a_{n-2}}{a_{n-1} + a_{n-2}}$ , dla  $n \geq 2$ . Podaj kilka pierwszych elementów tego ciągu oraz podaj i udowodnij indukcyjnie wzór jawny.

**Zad.** Ile jest słów o długości  $n$  nad alfabetem  $\Sigma = \{a, b\}$ , takich które nie zawierają ciągu  $aa$ ? ( $A_n$  jest to zbiór słów w  $\Sigma^n$  niezawierających  $aa$ ;  $S_n = |A_n|$ )

Zad. Wyznacz wzór jawny na ciąg:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 2 \cdot a_{n-1}, \text{ dla } n \geq 2 \end{cases}$$



Zad. Wyznacz wzór jawny na ciąg:

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = 2 \\ a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}, \text{ dla } n \geq 2 \end{cases}$$

**Zad.** Wykorzystaj poniżej dany ciąg, aby obliczyć siódmy wyraz ciągu ( $a_7$ ), obliczenia rozpisz rekurencyjnie:

$$\begin{cases} a_0 = a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + 3a_{n-2}, \text{ dla } n \geq 2 \end{cases}$$

**Zad.** Rozstawiamy  $n$  gości na  $n + 2$  miejscach przy stole. Zdefiniuj rekurencyjnie ciąg  $a_n$ , którego wartościami są liczby możliwych takich rozstawień dla  $n$  gości. Oblicz ile jest możliwości rozstawienia pięciu osób ( $a_5$ ).