Matematyka Dyskretna
Indukcja matematyczna - ćwiczenia

Kaja Gutowska

Politechnika Poznańska

Rok akademicki 2022/2023

Indukcja matematyczna - zad. 1

Zad. Udowodnij indukcyjnie, że dla dowolnego $n \in \mathbb{P}$ zachodzi $1+2+\ldots+n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Zad. Udowodnij indukcyjnie, że $\forall n \in \mathbb{P}$, $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Indukcja matematyczna - zad. 3

Zad. Udowodnij indukcyjnie, że dla dowolnej liczby $n \in \mathbb{P}$ zachodzi następująca równość $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$.

Indukcja matematyczna - zad. 4

Zad. Udowodnij indukcyjnie, że $\forall n \in \mathbb{P}$ suma n początkowych dodatnich liczb nieparzystych wynosi n^2 (teza: $\forall n \in \mathbb{P}$, $\sum_{i=1}^{n}(2i-1) = n^2$).

Indukcja matematyczna - zad. 5

Zad. Udowodnij indukcyjnie, że $\forall n \in \mathbb{N}$ oraz $n \geqslant 4$, $n! > 2^n$.

Zad. Znajdź zbiór liczb naturalnych dla których zachodzi nierówność $5n \leqslant n^2 - 3$, a następnie udowodnij tę nierówność indukcyjnie.

Indukcja matematyczna - zad. 7

Zad. Niech $n \in \mathbb{P}$ i $n \geqslant 2$ oraz niech $A_1, A_2, ..., A_n \subset U$. Udowodnij indukcyjnie uogólnione prawo De Morgana, tj. $\overline{A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_n} = \overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup ... \cup \overline{A_n}$.

Indukcja matematyczna - zad. 8

Zad. Udowodnij indukcyjnie, że zbiór potęgowy $P(S)$ zbioru S, $|S| = n$, ma 2^n elementów.

Indukcja matematyczna - zad. 9

Zad. Udowodnij indukcyjnie, że $\forall n \in \mathbb{P}$ liczby postaci $8^n - 2^n$ są podzielne przez 6.