

Matematyka Dyskretna

Wielomiany szachowe i funkcje tworzące - ćwiczenia

Kaja Gutowska

Politechnika Poznańska

Rok akademicki 2022/2023

Wielomiany szachowe i funkcje tworzące - zad. 1

Zad. Cztery osoby A, B, C, D mają otrzymać pracę a, b, c, d , w ten sposób, że każda z nich otrzyma jedną posadę. Osoba A nie będzie wykonywała prac b i c , B nie będzie wykonywała pracy a , C nie będzie wykonywała prac a, b oraz d , D nie będzie wykonywała prac c i d . Narysuj i wyznacz wielomian szachowy tego problemu.

Wielomiany szachowe i funkcje tworzące - zad. 2

Zad. Oblicz ile jest możliwości ustawienia 4 wież na dopełnieniu tablicy z poprzedniego zadania ($\overline{r_n}$):

	■	■	
■			
■	■		■
		■	■

Wielomiany szachowe i funkcje tworzące - zad. 3

Zad. Wykorzystaj poniższą tablicę, ilustrującą przypisanie zadań do pracowników: pracownik 1 nie może wykonywać zadania 2 i 3, pracownik 2 nie może wykonywać zadania 1 i 5, pracownik 4 nie może wykonywać zadania 2 i 7, pracownik 5 nie może wykonywać zadania 4, pozostali pracownicy nie mają ograniczeń). Oblicz ile jest możliwych rozmieszczeń 7 zadań na grafiku (tak aby każdy pracownik miał inne zadanie, uzględnij podane ograniczenia)?

	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7
1		■	■				
2	■				■		
3							
4		■					■
5				■			
6							
7							

Wielomiany szachowe i funkcje tworzące - zad. 4

Zad. Wykorzystaj wielomian szachowy $1 + 10x + 35x^2 + 50x^3 + 26x^4 + 4x^5$ otrzymany dla pewnej tablicy B i odpowiedz na pytania:

- a) ile jest możliwości ułożenia 5 wież na dopełnieniu tablicy B , czyli \overline{B}
- b) podaj jaka jest funkcja tworząca zastosowana w tym zadaniu?

Zad. Wykorzystaj wielomian szachowy dopełnienia tablicy B , $\overline{B} = 1 + 15x + 75x^2 + 145x^3 + 96x^4 + 12x^5$ i odpowiedz na pytania:

- a) ile jest możliwości ułożenia 5 wież na tablicy B ?
- b) podaj jaka jest funkcja tworząca zastosowana w tym zadaniu?

Wielomiany szachowe i funkcje tworzące - zad. 6

Zad. Wyznacz wielomian szachowy dla poniższej tablicy lub jej dopełnienia i określ ile jest możliwych rozmieszczeń 4 wież.

■	■	□	■
■	■	□	□
□	□	■	□
□	■	■	□

Wielomiany szachowe i funkcje tworzące - zad. 7

Zad. Wykorzystaj poniższą tablicę 4x4, aby:

- a) wyznaczyć wielomian szachowy dla tej tablicy lub jej dopełnienia,
- b) wyznaczyć liczbę możliwych rozmieszczeń wież na tej tablicy dla r_4 .

Zmień kolejności wierszy oraz kolumn aby ułatwić sobie zadanie.

	■		
			■
■			■

Wielomiany szachowe i funkcje tworzące - zad. 8

Zad. Wykorzystaj poniższą tablicę 6x6, aby:

- a) wyznaczyć wielomian szachowy dla tej tablicy lub jej dopełnienia,
- b) wyznaczyć liczbę możliwych rozmieszczeń wież na tej tablicy dla r_6 .

Zmień kolejności wierszy oraz kolumn aby ułatwić sobie zadanie.

	■		■		
■					
■				■	
	■		■		
					■

Zad. Na ile sposobów można wybrać 4 samochody spośród nieograniczonej liczby samochodów białych i czarych, jeśli wśród wybranych samochodów powinna znaleźć się parzysta liczba czarnych samochodów?

Zad. Na ile sposobów można rozmieścić 10 identycznych obiektów w 3 szufladach, w taki sposób aby w jednej szufladzie znalazły się 4 obiekty, w drugiej szufladzie znalazła się parzysta liczba obiektów, a trzecia szuflada może, ale nie musi być pusta?

Zad. Na ile sposobów można rozmieścić 12 identycznych obiektów w 3 pudełkach, w taki sposób aby w pudełku P_1 znalazły się co najmniej 4 obiekty, w pudełku P_2 i P_3 znalazły się co najmniej 2 obiekty, przy czym w pudełku P_3 nie może znaleźć się więcej niż 5 obiektów?

Zad. Na ile sposobów można wybrać 24 kule spośród nieograniczonej liczby kul czerwonych, zielonych, białych i czarnych, tak aby wśród wybranych kul była parzysta liczba białych kul i co najmniej 6 czarnych. Na podstawie powyższego opisu, rozpisz $f(x)$, będącą iloczynem wielomianów, a następnie podaj jedno z możliwych rozwiązań.