# Zasada Bonferroniego

10 października 2018

## Opis pliku z zadaniami

Wszystkie zadania na zajęciach będą przekazywane w postaci plików `.pdf`, sformatowanych podobnie do tego dokumentu. Zadania będą różnego rodzaju. Za każdym razem będą one odpowiednio oznaczone:

- Zadania do wykonania na zajęciach oznaczone są symbolem $\triangle$ – nie są one punktowane, ale należy je wykonać w czasie zajęć.
- Punktowane zadania do wykonania na zajęciach oznaczone są symbolem $\diamond$ – należy je wykonać na zajęciach i zaprezentować prowadzącemu.
- Zadania do wykonania w domu oznaczone są symbolem $\star$ – są one punktowane, należy je dostarczyć w sposób podany przez prowadzącego i w wyznaczonym terminie (zwykle przed kolejnymi zajęciami).

# 1 Paradoks Rhine'a $\triangle$

### Treść

Jospeh Rhine był parapsychologiem amerykańskim. Wierzył on, że wiele osób posiada zdolności parapsychologiczne. Przeprowadził on test, który miał wykazać takie zdolności. Każdej z testowanych osób pokazywał 10 zakrytych kart i pytał je jaki mają kolor: czerwony czy czarny. Odkrył, że około jedna osoba na tysiąc posiada takie zdolności.

Osoby z tymi „zdolnościami" zaprosił na kolejny test – znów kazał im „zgadywać" jaki kolor ma każda z 10 kart. Tym razem okazało się, że nikt nie odgadł tych kart. Rhine stwierdził więc, że osoby, którym uświadomi się ich zdolności tracą je.

Udowodnij zgodnie z rachunkiem prawdopodobieństwa, że Rhine się mylił.

## 2 Gra w kości $\triangle$

### Treść

Rozważmy następującą grę. Gracz rzuca trzy razy kostkę. Jeżeli wyrzuci przynajmniej jedną szóstkę, to wygrywa (np. 1 złoty). Jeżeli w żadnym z rzutów nie będzie szóstki, to gracz przegrywa (np. 1 złoty). Czy znając zasady rachunku prawdopodobieństwa zagrasz w tą grę?

# 3 Paradoks dnia urodzin $\triangle$

## Treść

Wyobraźmy sobie, że jesteśmy na studenckiej imprezie. Jaka musi być minimalna liczba uczestników tej imprezy, żeby prawdopodobieństwo, że co najmniej dwie osoby mają urodziny tego samego dnia było większe od 0.5? Ułatwienie: Nie bierzemy pod uwagę lat przestępnych (przyjmujemy, że rok ma 365 dni), sezonowości urodzin oraz wieloraczków.

# 4 Wszechobecni terroryści $\triangle$

## Treść

Chcemy znaleźć sposób na wykrycie „terrorystów". W tym celu zakładamy, że podejrzane osoby spotykają się co jakiś czas w hotelu, aby przekazywać informacje i planować ataki terrorystyczne. Przyjmijmy następujące założenia:

1. Istnieje **miliard** osób, które potencjalnie mogą być terrorystami.
2. Każdy człowiek jest w hotelu średnio raz na **100 dni**.
3. W każdym hotelu na raz mieści się przynajmniej **100 osób**, a hoteli jest **100 000** - wystarczająco, aby średnio każdego dnia zmieścić 1% osób, którzy te hotele odwiedzają.
4. Mamy dostępne akta hotelowe z **1000 kolejnych dni**.

Uznajemy, że podejrzana jest taka para, która w dwa różne dni znajdzie się w tym samym hotelu (za każdym razem może to być inny hotel). Czy znajdziemy choć jedną taką parę, którą musielibyśmy uznać za podejrzaną? Ile średnio znajdziemy takich par "osób i dni"?

Dla uproszczenia obliczeń, przyjmijmy, że dla dużych $n$:

$$\binom{n}{2} = \frac{n^2}{2}$$

## 5 Nowa gra w kości *5p.* ⋆

### Treść

Zmieńmy reguły gry w kości z zadania 2. Niech kostka będzie 10-ścienna, a liczba rzutów równa 6. Jeżeli nie wyrzucimy ani razu 10, to musimy zapłacić 2 złote. Ile trzeba wygrywać złotych przy wyrzuceniu przynajmniej jednej 10 w 6 rzutach, aby gra była opłacalna?

# 6 Zmodyfikowany paradoks dnia urodzin *5p.* $\star$

## Treść

Wyobraźmy sobie, że jesteśmy na studenckiej imprezie. Jaka musi być minimalna liczba uczestników tej imprezy, żeby prawdopodobieństwo, że co najmniej dwie osoby mają urodziny tego samego dnia w roku było większe od 0.7? Podpowiedź: Nie bierzemy pod uwagę lat przestępnych (przyjmujemy, że rok ma 365 dni), sezonowości urodzin oraz wieloraczków.