



# ROUGH SET BASED DECISION SUPPORT

Roman Słowiński

Laboratory of Intelligent Decision Support Systems  
Institute of Computing Science  
Poznań University of Technology

# Motywacje

---

- Wzrasta przepaść między generowaniem danych a ich zrozumieniem
- Odkrywanie wiedzy z danych (ang. *Knowledge Discovery, Data Mining*)
- OWD jest procesem identyfikowania przez indukcję:
  - prawdziwych,
  - nietrywialnych,
  - potencjalnie użytecznych,
  - bezpośrednio zrozumiałych

**wzorców** w danych

- **Wzorzec** = reguła, trend, zjawisko, prawidłowość, anomalia, hipoteza, funkcja, itp.
- Wzorce są użyteczne dla **wyjaśniania** sytuacji opisanych przez dane oraz do **predykcji** przyszłych sytuacji

# Motywacje – odkrywanie wzorców

## ■ Przykład danych diagnostycznych

- 176 autobusów (obiektów)
- 8 symptomów (atrybutów)
- Globalny stan techniczny:
  - 3 – dobry (użytkować)
  - 2 – do przeglądu
  - 1 – do remontu (wycofać)
- Odkryć wzorce = znaleźć zależności między symptomami a stanem technicznym
- Wzorce wyjaśniają decyzje eksperta i wspomagają diagnozowanie nowych przypadków

Examples:

	MaxSpeed	ComprPressure	Blacking	Torque	SummerCons	WinterCons	OilCons	HorsePower	State
1.	90	2	38	481	21	26	0	145	3
2.	76	2	70	420	22	25	2	110	1
3.	63	1	82	400	22	24	3	101	1
4.	90	2	49	477	21	25	1	138	3
5.	85	2	52	460	21	25	1	130	2
6.	72	2	73	425	23	27	2	112	1
7.	88	2	50	480	21	24	1	140	3
8.	87	2	56	465	22	27	1	135	3
9.	90	2	16	486	26	27	0	150	3
10.	60	1	95	400	23	24	4	96	1
11.	80	2	60	451	21	26	1	125	1
12.	78	2	63	448	21	26	1	120	2
13.	90	2	26	482	22	24	0	148	3
14.	62	1	93	400	22	28	3	100	1
15.	82	2	54	461	22	26	1	132	2
16.	65	2	67	402	22	23	2	103	1
17.	90	2	51	468	22	26	1	138	3
18.	90	2	15	488	20	23	0	150	3
19.	76	2	65	428	27	33	2	116	1
20.	85	2	50	454	21	26	1	129	2
21.	85	2	58	450	22	25	1	126	2
22.	88	2	48	458	22	25	1	130	3
23.	60	1	90	400	24	28	4	95	1
24.	64	2	71	420	23	25	2	105	1
25.	75	2	64	432	22	25	1	114	2
26.	74	2	64	420	21	25	1	110	2
27.	68	2	70	400	22	26	2	100	1

Attributes: 9 of 10

Examples: 76

Decision: State

Missing Values: No

# Introduction

---

- Discovering knowledge from data means to find concise *classification patterns* that agree with *situations* described by the data
- The situations are described by a set of *attributes*, called also properties, features, characteristics, etc.
- The attributes may be either on *condition* or *decision* side of the description, corresponding to input or output of a decision situation
- The situations may be objects, states, examples, etc.  
It will be convenient to call them *objects* from now
- We present a knowledge discovery method for multiattribute decision making, based on the concept of *rough sets* (Pawlak 1982)
- *Rough set theory* provides a framework for dealing with inconsistent or ambiguous data in knowledge discovery
- As the inconsistency and ambiguity follow from information granulation, the core idea of rough sets is that of *granular approximation*





# Classical Rough Set Approach (CRSA)

---





## *Example*

- Classification of basic traffic signs
- There exist three main classes of traffic signs corresponding to:
  - warning (W),
  - interdiction (I),
  - order (O).
- These classes may be distinguished by such attributes as the **shape** (S) and the **principal color** (PC) of the sign
- Finally, we give few **examples** of traffic signs

## CRSA – example of traffic signs

Traffic sign	Shape (S)	Primary Color (PC)	Class
<i>a)</i> 	triangle	yellow	W
<i>b)</i> 	circle	white	I
<i>c)</i> 	circle	blue	I
<i>d)</i> 	circle	blue	O

# CRSA – example of traffic signs

Traffic sign	Shape (S)	Primary Color (PC)	Class
a) 	triangle	yellow	W
b) 	circle	white	I
c) 	circle	blue	I
d) 	circle	blue	O

## ■ Granules of knowledge:

$W = \{a\}_{\text{Class}}, \quad I = \{b, c\}_{\text{Class}}, \quad O = \{d\}_{\text{Class}}$

$\{a\}_{S,PC}, \quad \{b\}_{S,PC}, \quad \{c, d\}_{S,PC}$

## ■ Explanation of classification in terms of granules generated by S and PC

- class W includes sign *a* **certainly** and no other sign **possibly**
- class I includes sign *b* **certainly** and signs *b*, *c* and *d* **possibly**
- class O includes no sign **certainly** and signs *c* and *d* **possibly**





## ■ *Lower* and *upper approximation* of the classes by attributes S and PC:

- $\text{lower\_appx}_{S,PC}(W) = \{a\}, \quad \text{upper\_appx}_{S,PC}(W) = \{a\}$
- $\text{lower\_appx}_{S,PC}(I) = \{b\}, \quad \text{upper\_appx}_{S,PC}(I) = \{b, c, d\}$
- $\text{lower\_appx}_{S,PC}(O) = \emptyset, \quad \text{upper\_appx}_{S,PC}(O) = \{c, d\}$
- $\text{boundary}_{S,PC}(I) = \text{upper\_appx}_{S,PC}(I) - \text{lower\_appx}_{S,PC}(I) = \{c, d\}$
- $\text{boundary}_{S,PC}(O) = \text{upper\_appx}_{S,PC}(O) - \text{lower\_appx}_{S,PC}(O) = \{c, d\}$

## ■ The *quality of approximation*: 2/4

## CRSA – example of traffic signs

- To increase the quality of approximation (decrease the ambiguity) we add a new attribute – **secondary color (SC)**





Traffic sign	Shape (S)	Primary Color (PC)	Secondary color (SC)	Class
a) 	triangle	yellow	red	W
b) 	circle	white	red	I
c) 	circle	blue	red	I
d) 	circle	blue	white	O

- The granules:  $\{a\}_{S,PC,SC}$ ,  $\{b\}_{S,PC,SC}$ ,  $\{c\}_{S,PC,SC}$ ,  $\{d\}_{S,PC,SC}$
- Quality of approximation:  $4/4=1$







## CRSA – example of traffic signs

- Are all three attributes necessary to characterize precisely the classes W, I, O ?

Traffic sign	Shape (S)	Primary Color (PC)	Secondary color (SC)	Class
a) 	triangle	yellow	red	W
b) 	circle	white	red	I
c) 	circle	blue	red	I
d) 	circle	blue	white	O

- The granules:  $\{a\}_{PC,SC}$ ,  $\{b\}_{PC,SC}$ ,  $\{c\}_{PC,SC}$ ,  $\{d\}_{PC,SC}$
- Quality of approximation:  $4/4=1$





## CRSA – example of traffic signs

Traffic sign	Shape (S)	Primary Color (PC)	Secondary color (SC)	Class
a) 	triangle	yellow	red	W
b) 	circle	white	red	I
c) 	circle	blue	red	I
d) 	circle	blue	white	O

- The granules:  $\{a\}_{S,SC}$ ,  $\{b,c\}_{S,SC}$ ,  $\{d\}_{S,SC}$
- *Reducts* of the set of attributes:  $\{PC, SC\}$  and  $\{S, SC\}$
- Intersection of reducts is the *core*:  $\{SC\}$

## CRSA – example of traffic signs

- The minimal representation of knowledge contained in the Table – *decision rules*





Traffic sign	Shape (S)	Primary Color (PC)	Secondary color (SC)	Class
a) 	triangle	yellow	red	W
b) 	circle	white	red	I
c) 	circle	blue	red	I
d) 	circle	blue	white	O

rule #1: if S=triangle, then Class=W {a}  
rule #2: if S=circle and SC=red, then Class=I {b,c}  
rule #3: if SC=white, then Class=O {d}

- Decision rules are *classification patterns* discovered from data contained in the table

# CRSA – example of traffic signs





- Alternative set of decision rules

Traffic sign	Shape (S)	Primary Color (PC)	Secondary color (SC)	Class
a) 	triangle	yellow	red	W
b) 	circle	white	red	I
c) 	circle	blue	red	I
d) 	circle	blue	white	O

rule #1': if PC=yellow, then Class=W {a}  
 rule #2': if PC=white, then Class=I {b}  
 rule #3': if PC=blue and SC=red, then Class=I {c}  
 rule #4': if SC=white, then Class=O {d}

# CRSA – example of traffic signs

- Decision rules induced from the original table

Traffic sign	Shape (S)	Primary Color (PC)	Class
a) 	triangle	yellow	W
b) 	circle	white	I
c) 	circle	blue	I
d) 	circle	blue	O

rule #1'': if S=triangle, then Class=W {a}  
 rule #2'': if PC=white, then Class=I {b}  
 rule #3'': if PC=blue, then Class=I or O {c,d}

- Rules #1'' & #2'' – **certain** rules induced from lower approximations of W and I
- Rule #3'' – **approximate** rule induced from the boundary of I and O

# CRSA – example of traffic signs

---

- Useful results:
  - a characterization of decision classes (even in case of inconsistency) in terms of chosen attributes by lower and upper approximation,
  - a measure of the quality of approximation indicating how good the chosen set of attributes is for approximation of the classification,
  - reduction of knowledge contained in the table to the description by relevant attributes belonging to reducts,
  - the core of attributes indicating indispensable attributes,
  - decision rules induced from lower and upper approximations of decision classes show classification patterns existing in data.

# CRSA – formal definitions

- Approximation space

$U$  = finite set of objects (universe)

$C$  = set of *condition attributes*

$D$  = set of *decision attributes*

$$C \cap D = \emptyset$$

$$X_C = \prod_{q=1}^{|C|} X_q - \text{condition attribute space}$$

$$X_D = \prod_{q=1}^{|D|} X_q - \text{decision attribute space}$$

# CRSA – formal definitions

- Indiscernibility relation in the approximation space

***x is indiscernible with y*** by  $P \subseteq C$  in  $X_P$  iff  $x_q = y_q$  for all  $q \in P$

***x is indiscernible with y*** by  $R \subseteq D$  in  $X_D$  iff  $x_q = y_q$  for all  $q \in R$

$I_P(x), I_R(x)$  – equivalence classes including  $x$

$I_D$  makes a partition of  $U$  into decision classes  $CI = \{CI_t, t=1, \dots, n\}$

- Granules of knowledge are bounded sets:

$I_P(x)$  in  $X_P$  and  $I_R(x)$  in  $X_R$  ( $P \subseteq C$  and  $R \subseteq D$ )


















- Classification patterns to be discovered are functions representing granules  $I_R(x)$  by granules  $I_P(x)$



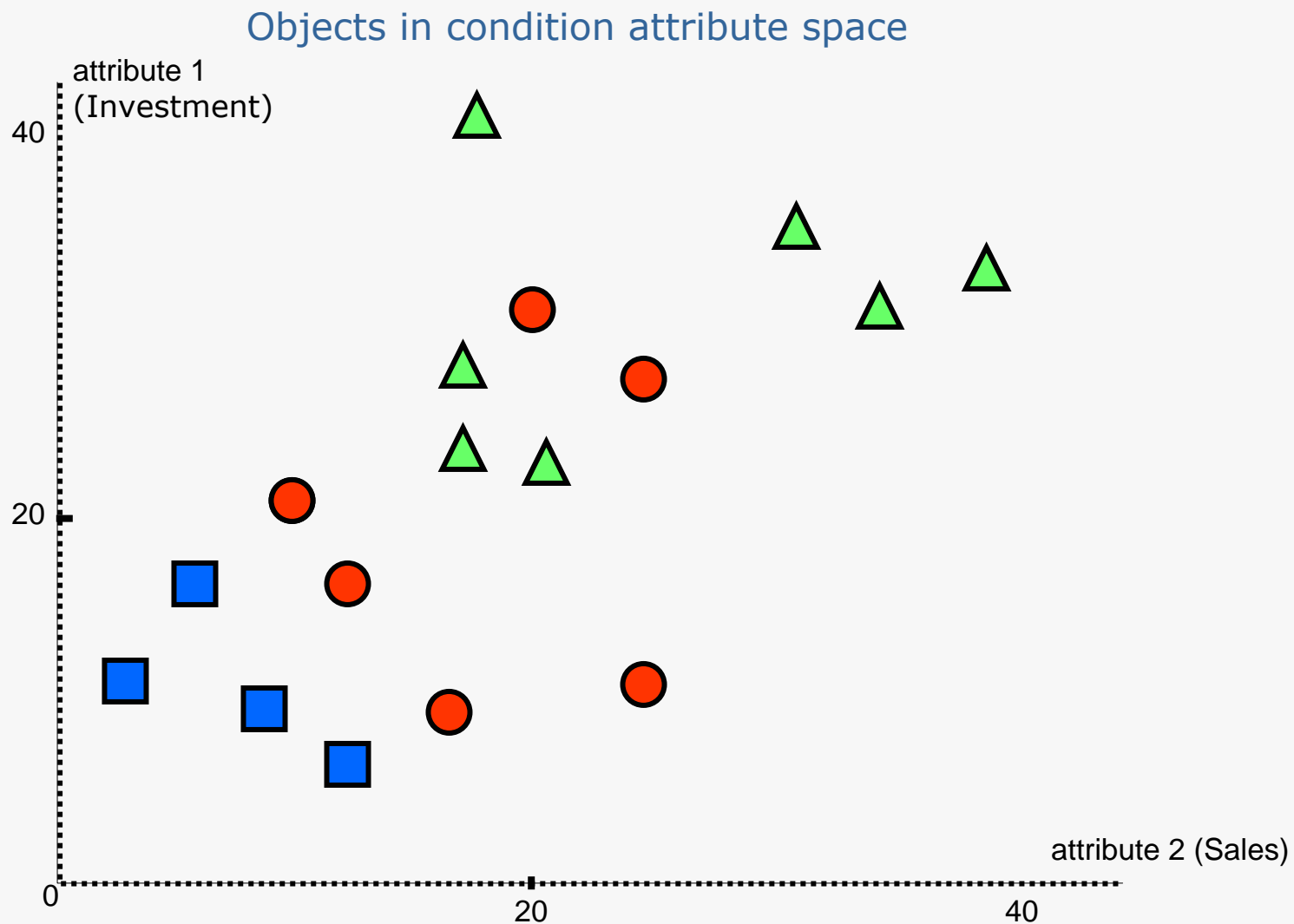
# CRSA – illustration of formal definitions

## ■ Example

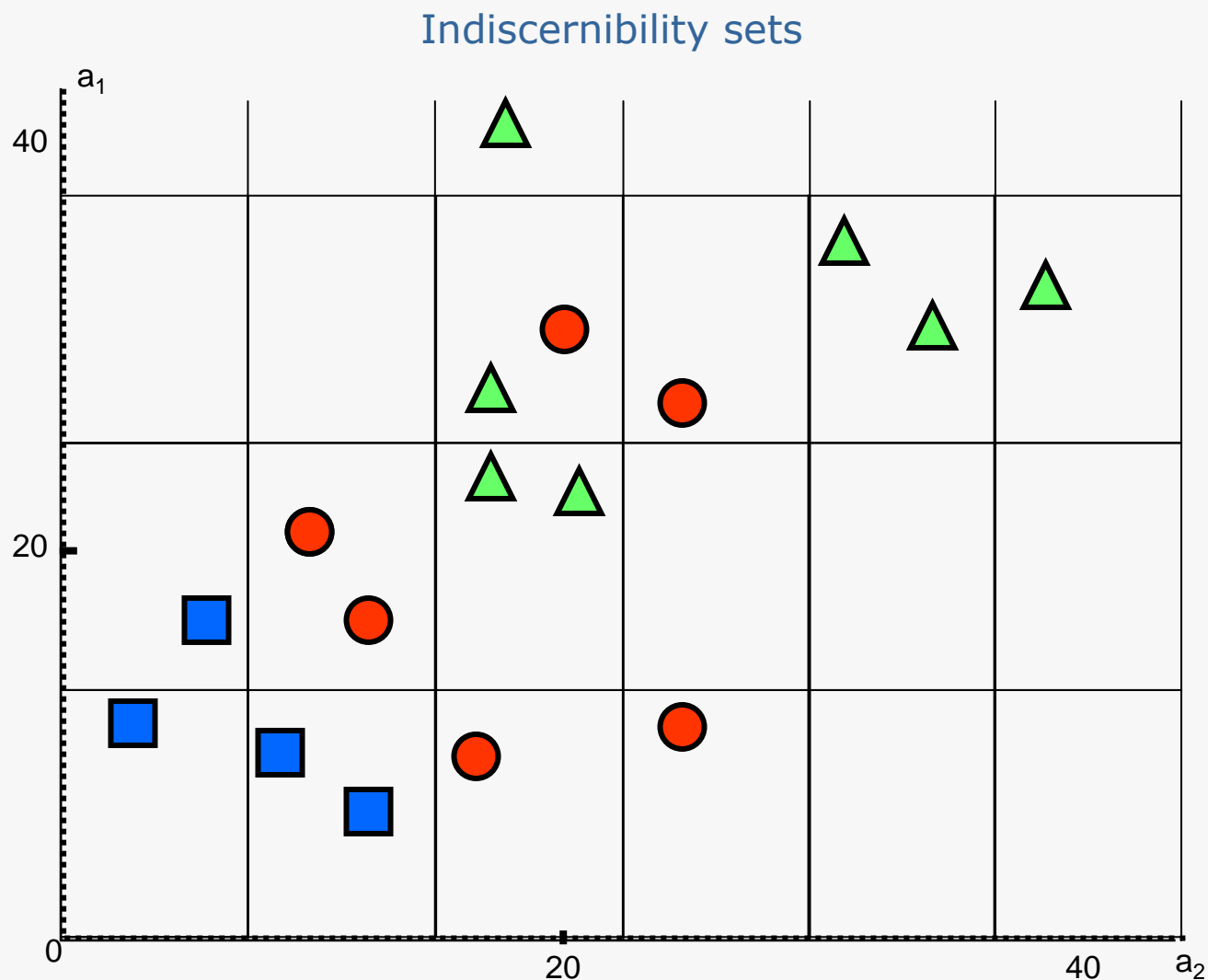
Objects = firms

Investments	Sales	Effectiveness
40	17,8	 High
35	30	 High
32.5	39	 High
31	35	 High
27.5	17.5	 High
24	17.5	 High
22.5	20	 High
30.8	19	 Medium
27	25	 Medium
21	9.5	 Medium
18	12.5	 Medium
10.5	25.5	 Medium
9.75	17	 Medium
17.5	5	 Low
11	2	 Low
10	9	 Low
5	13	 Low

# CRSA – illustration of formal definitions



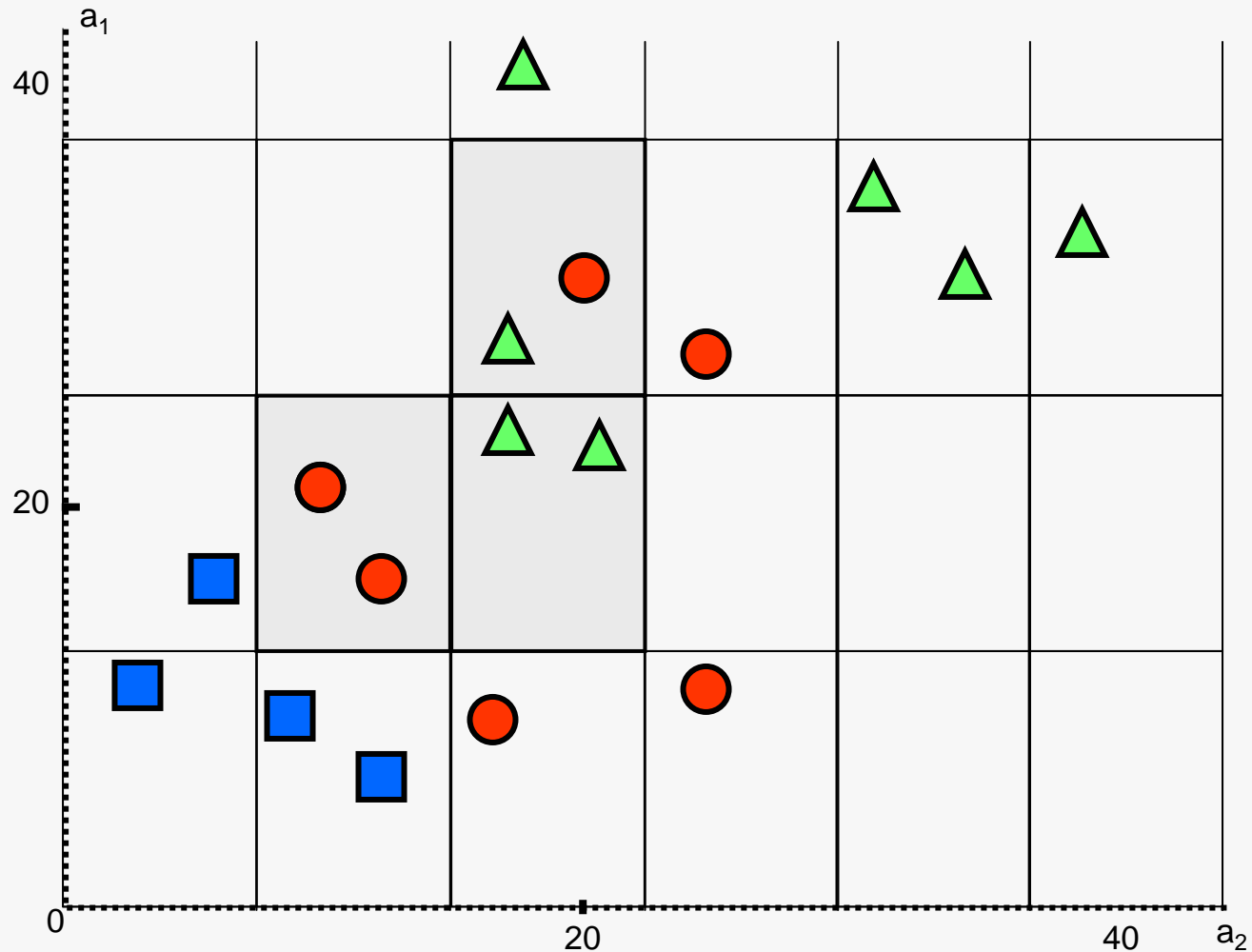
# CRSA – illustration of formal definitions



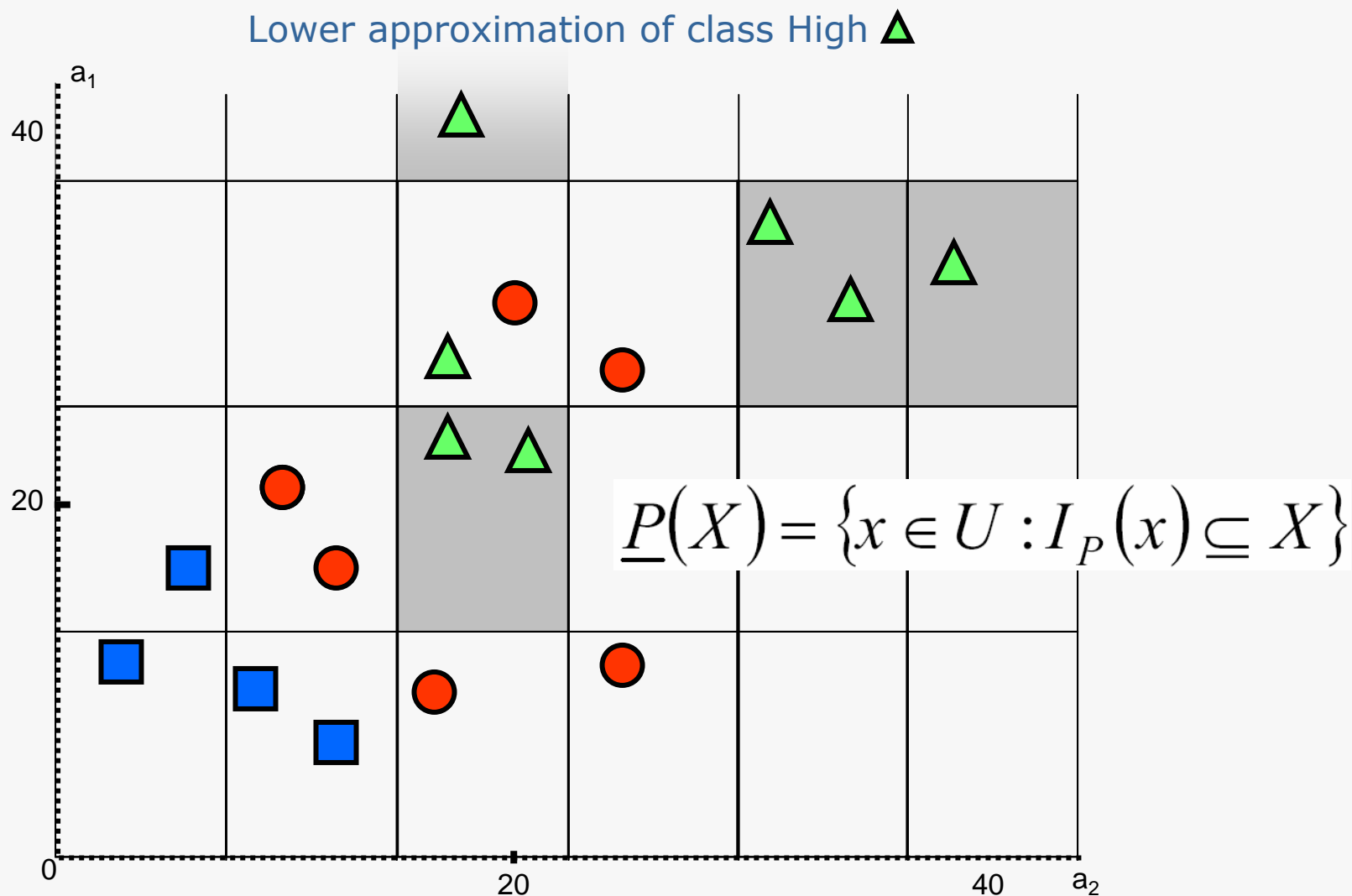
Quantitative attributes are discretized according to perception of the user

# CRSA – illustration of formal definitions

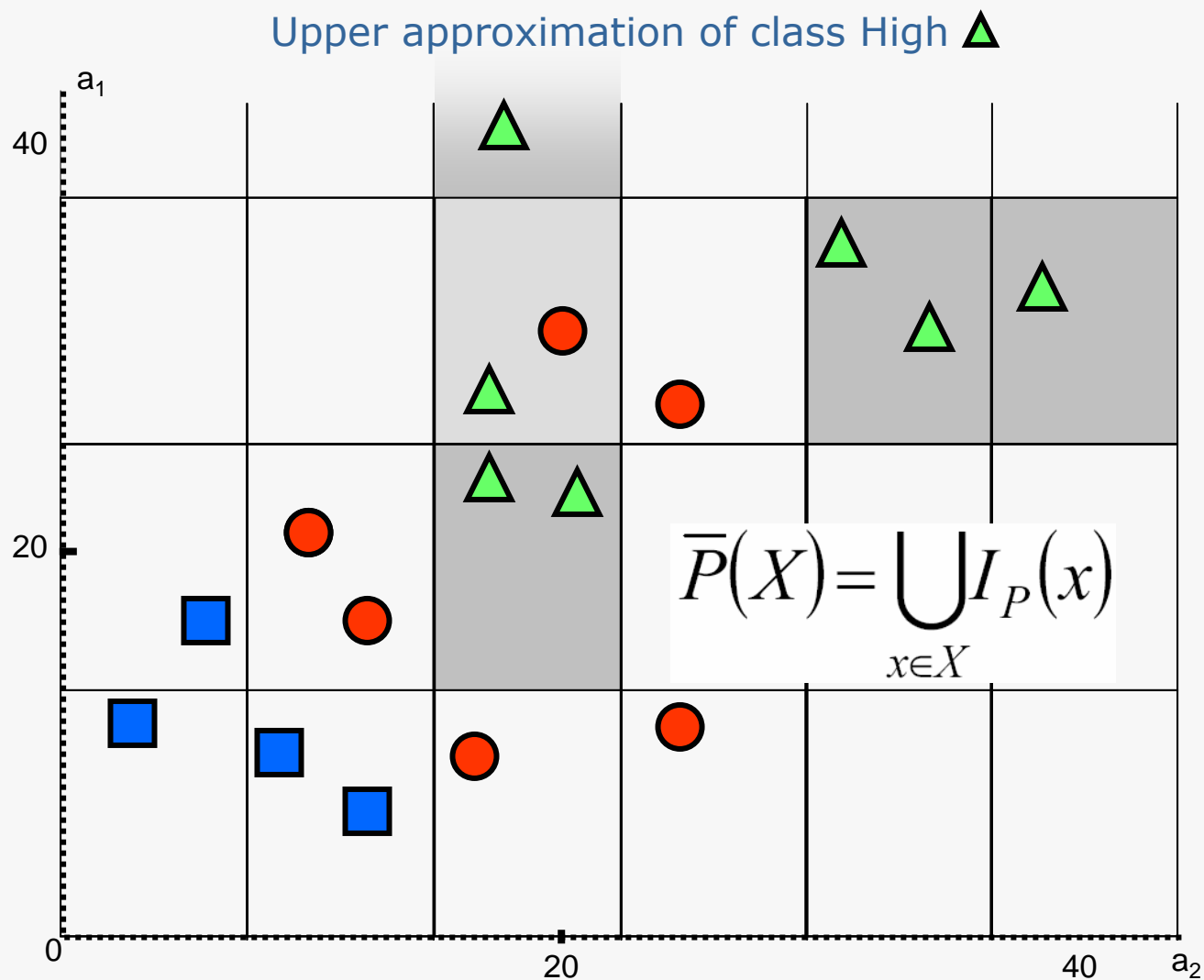
Granules of knowledge are bounded sets  $I_p(x)$



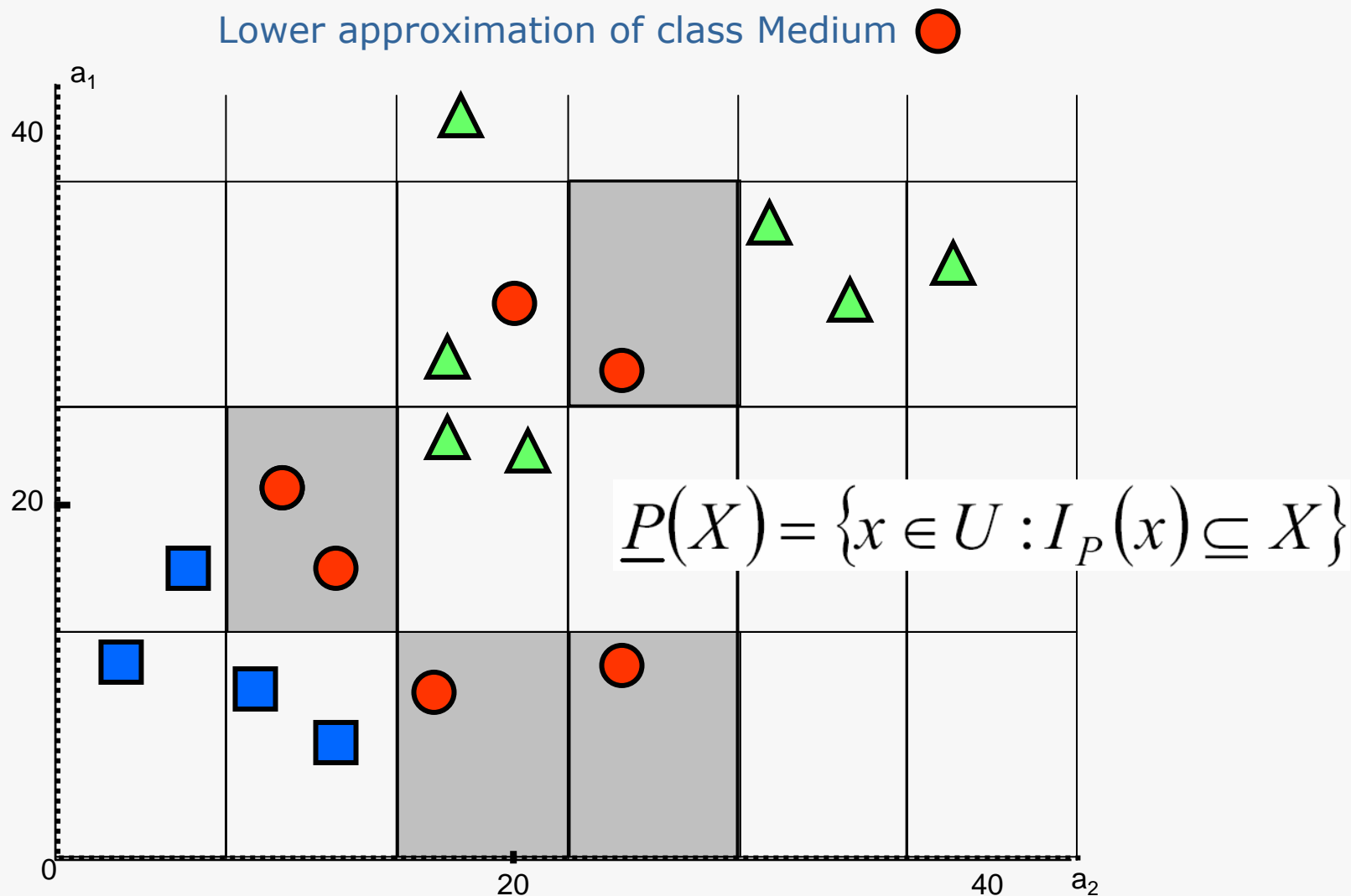
# CRSA – illustration of formal definitions



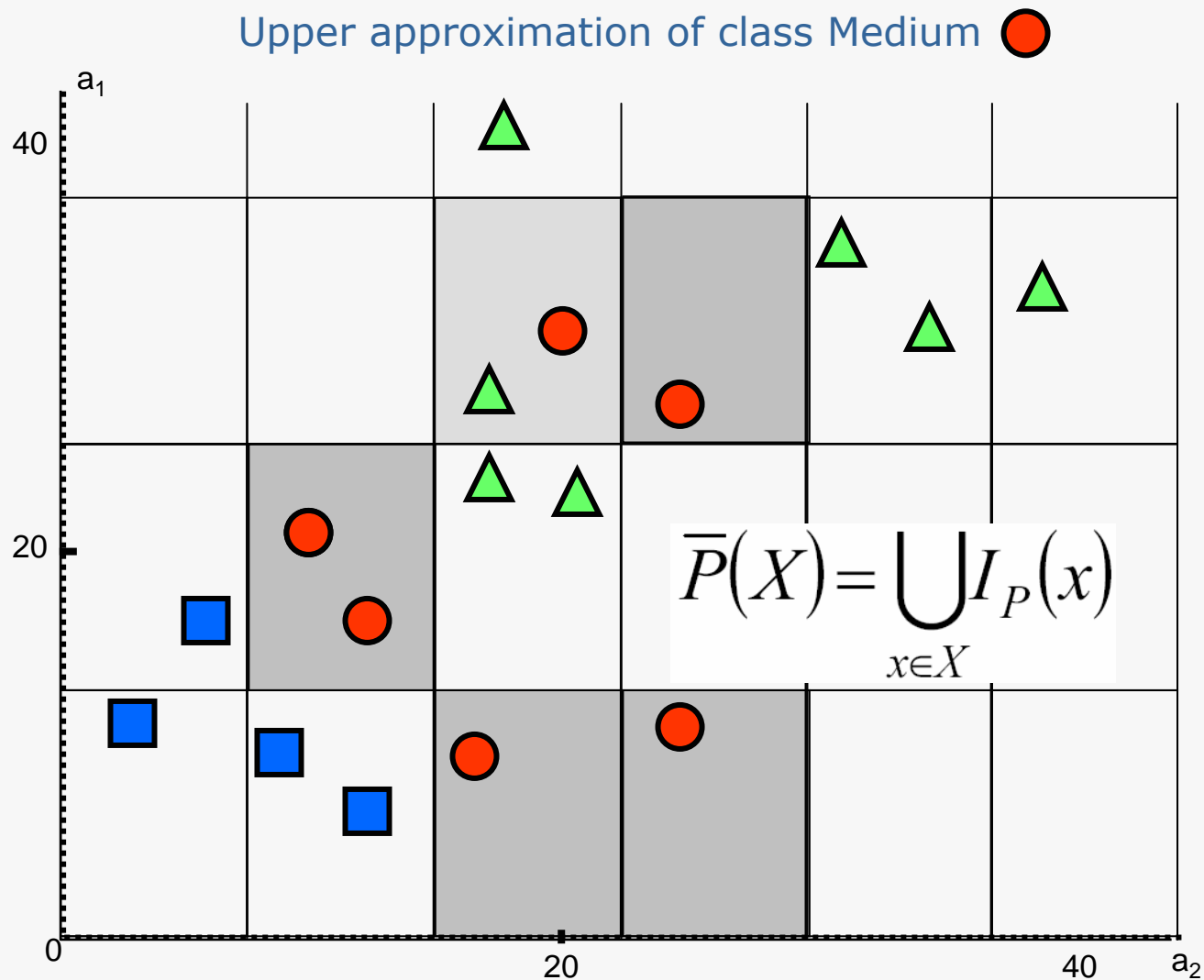
# CRSA – illustration of formal definitions



# CRSA – illustration of formal definitions

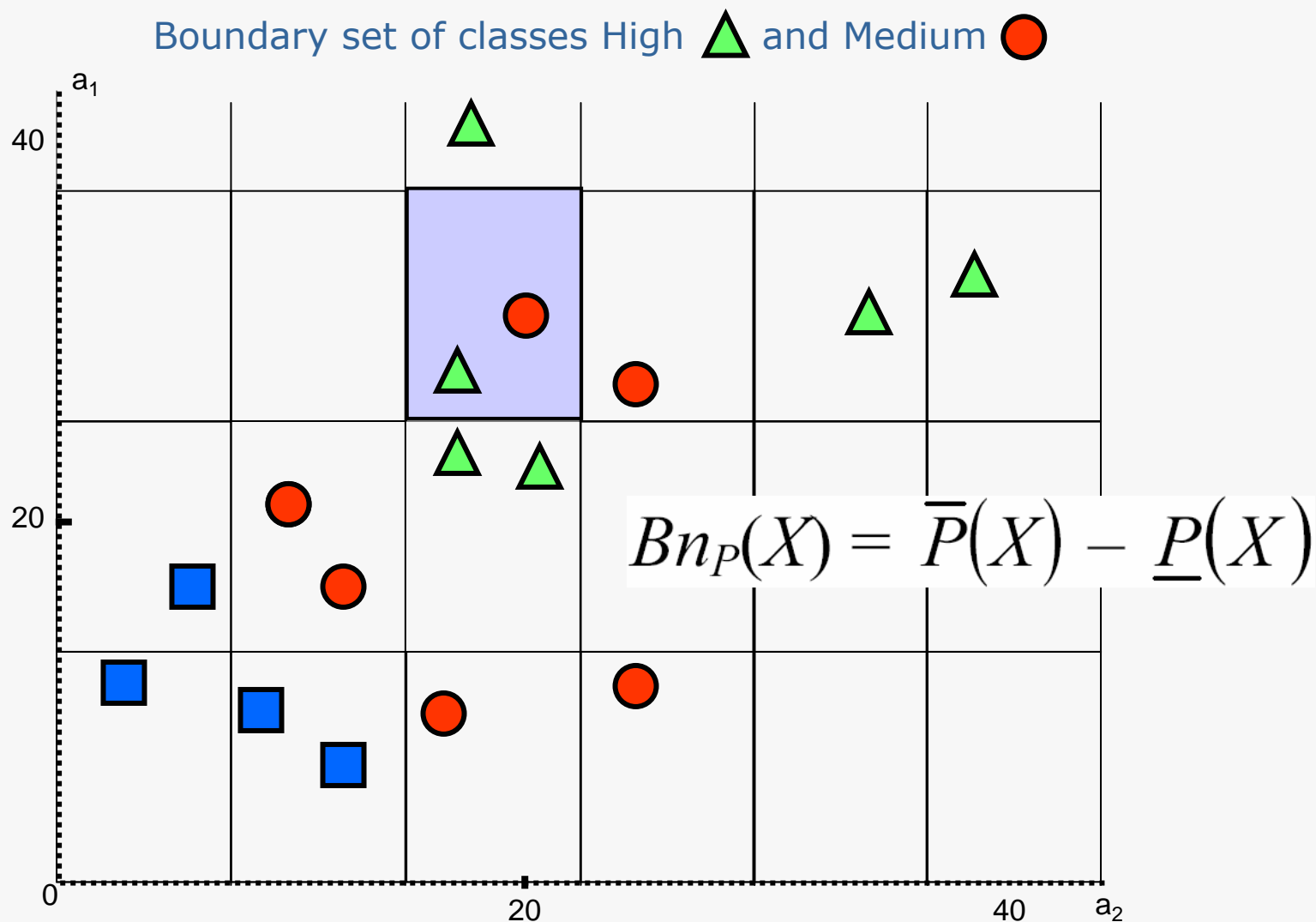


# CRSA – illustration of formal definitions



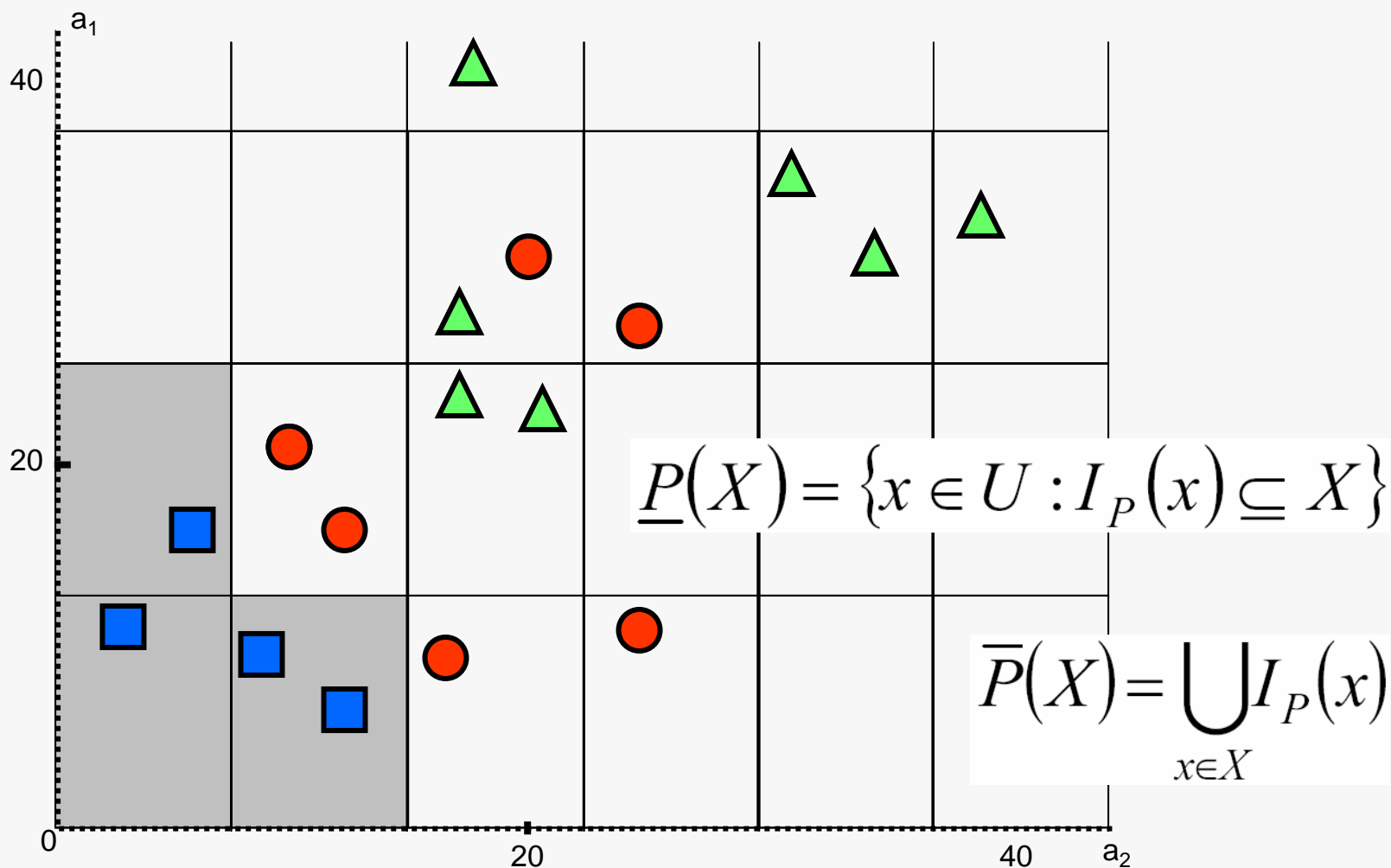


# CRSA – illustration of formal definitions



# CRSA – illustration of formal definitions

Lower = Upper approximation of class Low ■



# CRSA – formal definitions

- Inclusion and complementarity properties of rough approximations

$$\underline{P}(X) \subseteq X \subseteq \overline{P}(X) \qquad \underline{P}(X) = U - \overline{P}(U - X)$$

- Accuracy measures

- Accuracy and quality of approximation of  $X \subset U$  by attributes  $P \subseteq C$

$$\alpha_P(X) = \frac{|\underline{P}(X)|}{|\overline{P}(X)|} \qquad \gamma_P(X) = \frac{|\underline{P}(X)|}{|X|}$$

- Quality of approximation of classification  $\mathbf{CI} = \{Cl_t, t=1, \dots, n\}$  by attributes  $P \subseteq C$

$$\gamma_P(\mathbf{CI}) = \frac{\sum_{t=1}^n |\underline{P}(Cl_t)|}{|U|}$$

- Rough membership of  $x \in U$  to  $X \subset U$ , given  $P \subseteq C$

$$\mu_X^P(x) = \frac{|X \cap I_P(x)|}{|I_P(x)|}$$

## CRSA – formal definitions

- **Monotonicity property** with respect to the cardinality of  $P \subseteq C$ :  
for any  $R \subseteq P \subseteq C$  it holds:

$$R(X) \subseteq P(X), \quad \bar{R}(X) \supseteq \bar{P}(X)$$

- **CI-reduct** of  $P \subseteq C$ , denoted by  $RED_{cl}(P)$ , is a minimal subset  $P'$  of  $P$  which keeps the quality of classification **CI** unchanged, i.e.

$$\gamma_{P'}(CI) = \gamma_P(CI)$$

- **CI-core** is the intersection of all the **CI**-reducts of  $P$ :

$$CORE_{cl}(P) = \bigcap RED_{cl}(P)$$

# CRSA – decision rules induced from rough approximations

- **Certain decision rule** supported by objects from lower approximation of  $Cl_t$  (discriminant rule)

*if  $x_{q_1} = r_{q_1}$  and  $x_{q_2} = r_{q_2}$  and ...  $x_{q_p} = r_{q_p}$ , then  $x \in Cl_t$*

- **Possible decision rule** supported by objects from upper approximation of  $Cl_t$  (partly discriminant rule)

*if  $x_{q_1} = r_{q_1}$  and  $x_{q_2} = r_{q_2}$  and ...  $x_{q_p} = r_{q_p}$ , then  $x \in Cl_t$*

- **Approximate decision rule** supported by objects from the boundary of  $Cl_t$

*if  $x_{q_1} = r_{q_1}$  and  $x_{q_2} = r_{q_2}$  and ...  $x_{q_p} = r_{q_p}$ , then  $x \in Cl_t$  or  $Cl_s$  or ...  $Cl_u$*

where  $\{q_1, q_2, \dots, q_p\} \subseteq C$ ,  $(r_{q_1}, r_{q_2}, \dots, r_{q_p}) \in V_{q_1} \times V_{q_2} \times \dots \times V_{q_p}$

$Cl_t, Cl_s, \dots, Cl_u$  are classes to which belong inconsistent objects supporting this rule

- **Rule strength** – percentage of objects in  $U$  supporting the rule

## Measures characterizing decision rules in system $S = \langle U, C, D \rangle$

■ *Support* of a rule  $\Phi \rightarrow \Psi$ :  $supp_S(\Phi, \Psi) = card(\|\Phi \wedge \Psi\|_S)$

■ *Strength* of a rule  $\Phi \rightarrow \Psi$ :  $\sigma_S(\Phi, \Psi) = \frac{supp_S(\Phi, \Psi)}{card(U)}$

■ *Certainty factor* of a rule  $\Phi \rightarrow \Psi$  (Łukasiewicz, 1913):

$$cer_S(\Phi, \Psi) = \frac{supp_S(\Phi, \Psi)}{card(\|\Phi\|_S)}$$

■ *Coverage factor* of a rule  $\Phi \rightarrow \Psi$ :

$$cov_S(\Phi, \Psi) = \frac{supp_S(\Phi, \Psi)}{card(\|\Psi\|_S)}$$

■ Relation between *certainty*, *coverage* and *Bayes theorem*:

$$cer_S(\Phi, \Psi) = Pr(\Psi|\Phi) = \frac{Pr(\Psi \wedge \Phi)}{Pr(\Phi)}, \quad cov_S(\Phi, \Psi) = Pr(\Phi|\Psi) = \frac{Pr(\Phi \wedge \Psi)}{Pr(\Psi)}$$

## CRSA – summary of useful results

---

- Characterization of decision classes (even in case of **inconsistency**) in terms of chosen attributes by **lower and upper approximation**
- Measure of the **quality of approximation** indicating how good the chosen set of attributes is for approximation of the classification
- **Reduction of knowledge** contained in the table to the description by relevant attributes belonging to **reducts**
- The **core** of attributes indicating indispensable attributes
- **Decision rules** induced from lower and upper approximations of decision classes show **classification patterns** existing in data

## ■ Definicje i oznaczenia:

Przykład – obiekt z tablicy  $S = \langle U, C, D \rangle$

$B$  – niepuste dolne lub górne przybliżenie, lub brzeg klasy decyzyjnej  $Cl_t$ , czyli zbiór przykładów pozytywnych

$q$  – atrybut ze zbioru  $C$

$V_q$  – dziedzina wartości atrybutu  $q \in C$

$(q=v_q)$  – warunek elementarny części warunkowej reguły,  $q \in C, v_q \in V_q$

$t = (q, v_q)$  – para „atrybut-wartość” tworząca warunek elementarny  $(q=v_q)$

$[t]$  – zbiór przykładów spełniających odpowiedni warunek elementarny  $(q=v_q)$

$T$  – koniunkcja par  $t$  „atrybut-wartość” tworzących część warunkową reguły:

$(q_1=v_{q_1}) \wedge (q_2=v_{q_2}) \wedge \dots \wedge (q_p=v_{q_p})$

$[T]$  – zbiór przykładów spełniających koniunkcję  $(q_1=v_{q_1}) \wedge$

$\wedge (q_2=v_{q_2}) \wedge \dots \wedge (q_p=v_{q_p})$ , czyli zbiór przykładów „pokrytych” przez  $T$



# Algorytm LEM2

- Zbiór  $B$  **zależy** od koniunkcji  $T$  par „atrybut-wartość” wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\emptyset \neq [T] = \bigcap_{t \in T} [t] \subseteq B$$

- Koniunkcja  $T$  jest **minimalna** wtedy i tylko wtedy, gdy  $B$  zależy od  $T$ , a usunięcie dowolnej pary  $t$  powoduje, że  $B$  nie zależy od koniunkcji  $T' = T - \{t\}$
- $\mathcal{T}$  jest zbiorem koniunkcji  $T$  stanowiącym tzw. **lokalne pokrycie** zbioru  $B$  wtedy i tylko wtedy, gdy spełnione są następujące warunki:

- każda koniunkcja  $T \in \mathcal{T}$  jest minimalna
- $\bigcup_{T \in \mathcal{T}} [T] = B$
- $\mathcal{T}$  jest zbiorem o najmniejszej liczbie koniunkcji  $T$

- Koniunkcja  $T \in \mathcal{T}$  dla  $B = \underline{C}(Cl_t)$  tworzy regułę decyzyjną **pewną**:

*Jeżeli  $(x_{q_1}=v_{q_1}) \wedge (x_{q_2}=v_{q_2}) \wedge \dots \wedge (x_{q_p}=v_{q_p})$ , to  $x$  należy do  $Cl_t$*

- Koniunkcja  $T \in \mathcal{T}$  dla  $B = \overline{C}(Cl_t)$  tworzy regułę decyzyjną **możliwą**:

*Jeżeli  $(x_{q_1}=v_{q_1}) \wedge (x_{q_2}=v_{q_2}) \wedge \dots \wedge (x_{q_p}=v_{q_p})$ , to  $x$  być może należy do  $Cl_t$*

# Algorytm LEM2

- Koniunkcja  $T \in \mathcal{T}$  dla  $B = Bn_C(Cl_t)$  tworzy regułę decyzyjną **przybliżoną**:

*Jeżeli  $(x_{q_1}=v_{q_1}) \wedge (x_{q_2}=v_{q_2}) \wedge \dots \wedge (x_{q_p}=v_{q_p})$ , to  $x$  należy do  $Cl_t \cup Cl_s \cup \dots \cup Cl_u$*

- Algorytm LEM2 buduje **pojedyncze lokalne pokrycie**  $\mathcal{T}$  dla każdej klasy decyzyjnej, a dokładniej, dla każdego dolnego lub górnego przybliżenia klasy  $Cl_t$ , lub brzegu klasy  $Cl_t$  (zbioru  $B$ )
- Algorytm LEM2 uruchamia się dla danego zbioru  $B$ , a w wyniku otrzymuje się **minimalny zbiór reguł** pokrywających wszystkie obiekty z tego zbioru

# Algorytm LEM2

## Procedure LEM2

(input: zbiór  $B$ ,

output: pojedyncze lokalne pokrycie  $T$  dla zbioru  $B$ );

begin

$G := B$ ; {zbiór przykładów nie pokrytych dotychczas przez koniunkcje  $T \in \mathcal{T}$ }

$T := \emptyset$ ; {aktualne pokrycie zbioru  $B - G$ }

while  $G \neq \emptyset$

begin

$T := \emptyset$ ; {kandydat na część warunkową reguły}

$T(G) := \{t : [t] \cap G \neq \emptyset\}$ ; {zbiór potencjalnych warunków  
elementarnych dla nie pokrytych przykładów}

while  $T = \emptyset$  or  $[T] \not\subseteq B$  do

**while**  $T = \emptyset$  **or**  $[T] \not\subseteq B$  **do**

**begin**

wybierz warunek  $t \in T(G)$  taki, że wyrażenie

$|[T \cup \{t\}] \cap G| / |[T \cup \{t\}]|$  ma wartość maksymalną; jeśli więcej niż jeden z warunków maksymalizuje powyższe wyrażenie, to wybierz ten, dla którego  $|[T \cup \{t\}] \cap G|$  ma wartość maksymalną; w przypadku niejednoznaczności wybierz pierwszy z rozważanych warunków;

$T := T \cup \{t\};$  {dołącz najlepszy warunek  $t$  do koniunkcji  $T$ }

$G := G \cap [t];$  {ogranicz zbiór przykładów dostarczających nowych warunków elementarnych}

$T(G) := \{t : [t] \cap G \neq \emptyset\};$  {uaktualnij listę potencjalnych warunków elementarnych}

$T(G) := T(G) - T;$  {usuń z listy atrybuty, tworzące warunki już wybrane do tworzonej koniunkcji}

**end** {while  $[T] \not\subseteq B$ }

```
end {while  $[T] \not\subseteq B$ }  
for każdy warunek elementarny  $t \in T$  do  
    if  $[T - \{t\}] \subseteq B$  then  $T := T - \{t\}$ ; {usuń nadmiarowe warunki}  
 $T := T \cup \{T\}$ ;  
 $G := B - \bigcup_{T \in \mathcal{T}} [T]$ ;  
end {while  $G \neq \emptyset$ }  
for każda koniunkcja  $T \in \mathcal{T}$  do  
    if  $\bigcup_{K \in T - \{T\}} [K] = B$  then  $T := T - \{T\}$ ; {usuń nadmiarowe reguły}  
    utwórz zbiór reguł  $R$  na podstawie wszystkich koniunkcji  $T \in \mathcal{T}$ ;  
end {procedure}
```

## Przykład

Przykłady (obiekty)	Atrybuty warunkowe				Decyzja
	Temperatura	Hemoglobina	Ciśnienie	Dotlenienie	Samopoczucie
a	niska	dobra	niskie	dobre	Słabe
b	niska	dobra	normalne	złe	Słabe
c	normalna	b.dobra	niskie	b.dobre	Słabe
d	normalna	b.dobra	niskie	b.dobre	Dobre
e	niska	b.dobra	normalne	b.dobre	Dobre
f	niska	b.dobra	normalne	dobre	Dobre
g	normalna	dobra	normalne	b.dobre	Dobre
h	normalna	niska	wysokie	b.dobre	Złe
i	wysoka	b.dobra	wysokie	dobre	Złe

## Przykład

- C-dolne przybliżenie klasy *Słabe samopoczucie*:  $B = \{a, b\}$
- $T(G) = \{(Temperatura=niska), (Hemoglobina=dobra), (Ciśnienie=niskie), (Ciśnienie=normalne), (Dotlenienie=dobre), (Dotlenienie=złe)\}$
- $B = G = \{a, b\}$
- Pokrycia warunków elementarnych:
  - $[(Temperatura=niska)] = \{a, b, e, f\}$
  - $[(Hemoglobina=dobra)] = \{a, b, g\}$
  - $[(Ciśnienie=niskie)] = \{a, c, d\}$
  - $[(Ciśnienie=normalne)] = \{b, e, f, g\}$
  - $[(Dotlenienie=dobre)] = \{a, f, i\}$
  - $[(Dotlenienie=złe)] = \{b\}$
- Procedura wybiera warunki  $(Temperatura=niska), (Hemoglobina=dobra)$  ponieważ ich pokrycia mają maksymalny przekrój z  $G$
- Z powodu remisu stosuje się kryterium minimalnej liczności pokrycia, więc wybrany zostaje *(Hemoglobina=dobra)*

## Przykład

- $T = \{(\text{Hemoglobina}=\text{dobra})\}$
- Nadal  $G = B$ , ponieważ  $G \cap [(\text{Hemoglobina}=\text{dobra})] = G$
- $T(G) = \{(\text{Temperatura}=\text{niska}), (\text{Ciśnienie}=\text{niskie}), (\text{Ciśnienie}=\text{normalne}), (\text{Dotlenienie}=\text{dobre}), (\text{Dotlenienie}=\text{złe})\}$
- Ponieważ  $[(\text{Hemoglobina}=\text{dobra})] \not\subseteq B$ , potrzebna jest następna iteracja
- Tym razem wybrany zostaje warunek elementarny **(Temperatura=niska)**
- $T = \{(\text{Hemoglobina}=\text{dobra}), (\text{Temperatura}=\text{niska})\}$
- $T = T$
- Ponieważ  $[T] = [B]$ , zatem pojedyncze lokalne pokrycie  $B$  dokonane jest za pomocą jednej reguły:  
*Jeżeli*  $(\text{Hemoglobina}=\text{dobra}) \wedge (\text{Temperatura}=\text{niska})$ , *to* **Słabe samopoczucie**



## Przykład

---

- Zbiór reguł **pewnych** wygenerowanych przez LEM2:

*Jeżeli* (Hemoglobina=dobra)  $\wedge$  (Temperatura=niska), to *Słabe samopoczucie*

*Jeżeli* (Hemoglobina=b.dobra)  $\wedge$  (Ciśnienie=normalne), to *Dobre samopoczucie*

*Jeżeli* (Temperatura=normalna)  $\wedge$  (Hemoglobina=dobra), to *Dobre samopoczucie*

*Jeżeli* (Ciśnienie=wysokie), to *Złe samopoczucie*

## Przykład

---

- Zbiór reguł **możliwych** wygenerowanych przez LEM2:

*Jeżeli* (Ciśnienie=niskie), to *Słabe samopoczucie*

*Jeżeli* (Dotlenienie=złe), to *Słabe samopoczucie*

*Jeżeli* (Dotlenienie=b.dobre)  $\wedge$  (Hemoglobina=dobra), to *Dobre samopoczucie*

*Jeżeli* (Dotlenienie=dobre)  $\wedge$  (Ciśnienie=normalne), to *Dobre samopoczucie*

*Jeżeli* (Temperatura=normalna)  $\wedge$  (Hemoglobina=dobra), to *Dobre samopoczucie*

*Jeżeli* (Ciśnienie=wysokie), to *Złe samopoczucie*