

**WARSTWA FIZYCZNA**

# literatura do wykładu

- **podstawowa (textbook):**

A. Leon-Garcia, I. Widjaja, Communication Networks. Fundamental Concepts and Key Architectures. McGraw-Hill 2004, chapter 3

A.S. Tanenbaum, Computer Networks. Fourth Edition. Pearson Education 2003, chapter 2

A.S. Tanenbaum, Sieci komputerowe, Helion 2004, rozdział 2

# zakres wykładu

- cyfrowa reprezentacja informacji
- dlaczego transmisja cyfrowa?
- cyfrowa reprezentacja sygnałów analogowych
- charakterystyka kanałów komunikacyjnych
- fundamentalne ograniczenia transmisji cyfrowej
- kodowanie
- modemy i modulacja cyfrowa
- cechy medium transmisyjnego
- wykrywanie i korekcja błędów

# cyfrowa reprezentacja informacji

- typy informacji i ich reprezentacja w postaci cyfrowej: tekst, obraz, głos, audio i wideo
- klasyfikacja informacji: blokowa i strumieniowa
- informacja blokowa
- informacja strumieniowa

# informacja blokowa

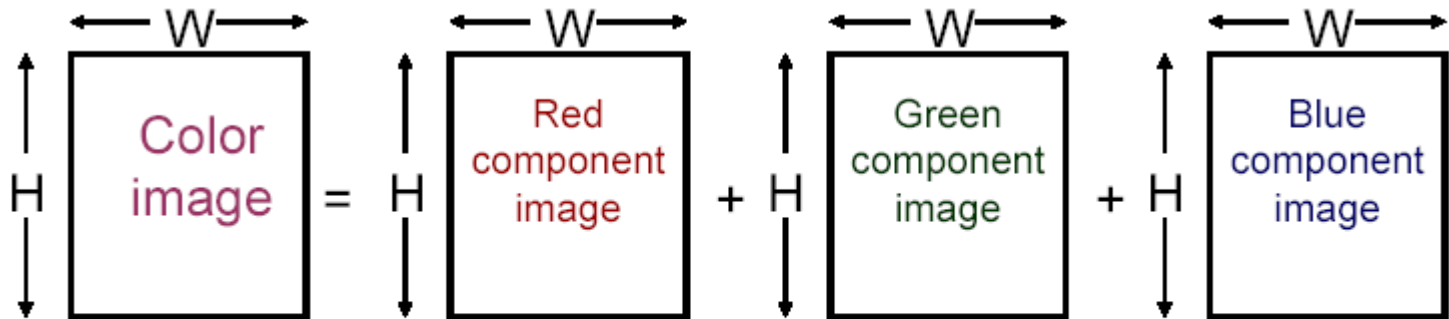
- informacja, która naturalnie występuje w postaci jednego bloku – pliki tekstowe, numeryczne i graficzne
- kompresja danych wykorzystuje redundancję w pliku – powtarzanie znaków - do zmniejszenia rozmiaru pliku
- współczynnik (wskaźnik) kompresji – rozmiar oryginalnego pliku w stosunku do skompresowanego
- kompresja bezstratna – format GIF – proste rysunki
- kompresja stratna – JPEG – kolorowe rysunki

# informacja blokowa [Leon-Garcia2004]

typ informacji	technika kompresji danych	format	bez kompresji	z kompresją wskaźnik kompresji	aplikacje
plik tekstowy	compress zip	ASCII	kB do MB	2-6	FTP pamięć dyskowa
skano- wane dokumenty c-b	CCITT Group 3 facs std	A4 200x100 pixels/inch	256 kB	15-54kB 5-35kB 5-50	transmisja i baza facs
obraz kolorowy	JPEG	foto 8x10" 400 pixels/inch	38,4 MB	1.2-8MB 5-30	transmisja i baza obrazów

# składniki obrazu kolorowego<sup>[Leon-Garcia2004]</sup>

- rysunek 8x10 cali
- 400x400 pikseli na cal kwadratowy
- $400 \times 400 \times 8 \times 10 = 12.8$  milionów pikseli
- $12.8 \text{ Mpikseli} \times 3 \text{ bajty/piksel} = 38.4 \text{ MB}$



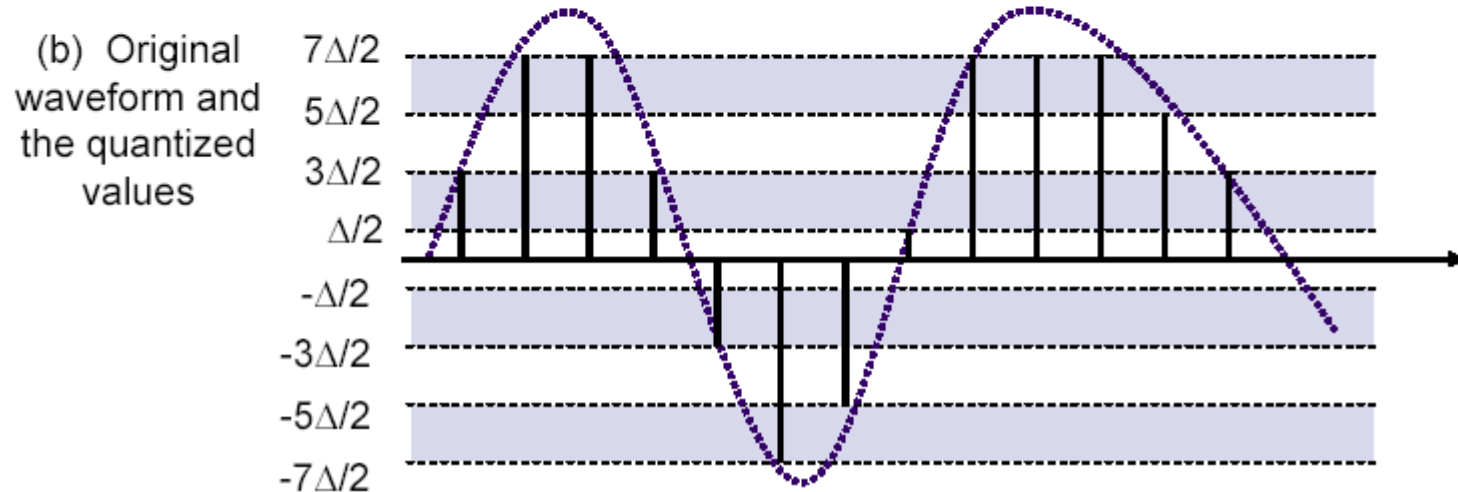
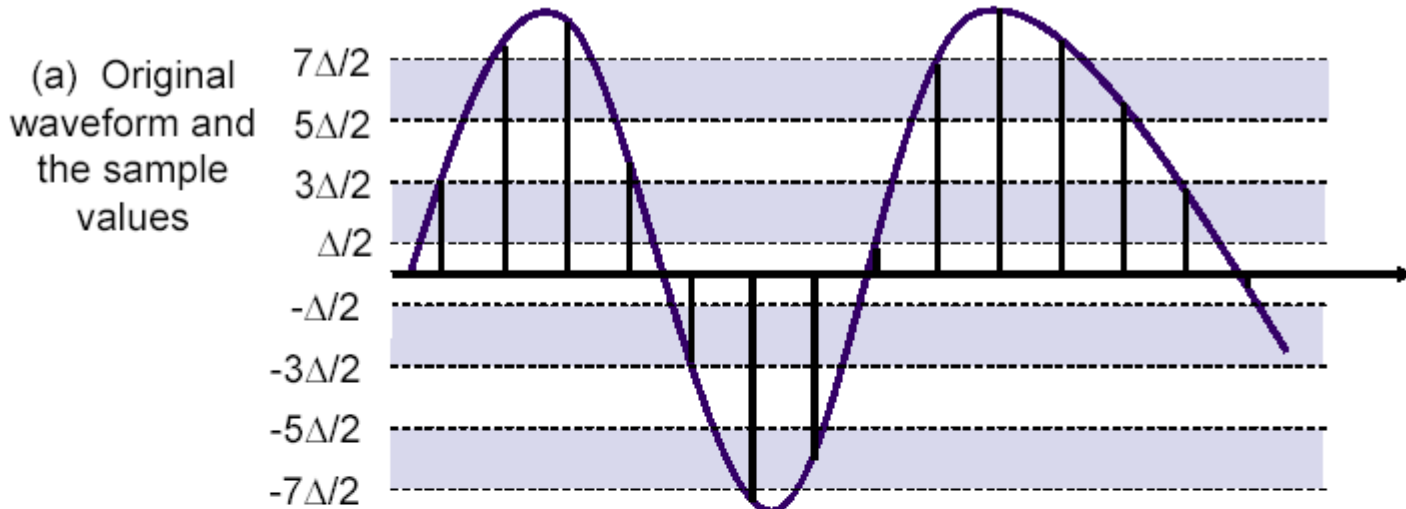
Total bits before compression =  $3 \times H \times W \text{ pixels} \times B \text{ bits/pixel} = 3HWB$

# informacja strumieniowa

- głos, muzyka, wideo
- w przypadku dźwięku, głosu albo sygnału muzycznego, który składa się ze zmian ciśnienia atmosferycznego, przekształcanych na napięcie, ciągle zmieniające się w czasie
- sygnał analogowy
- digitalizacja sygnału analogowego:
  - próbkowanie sygnału co  $T$  sekund
  - kwantyzacja każdej z próbkowanych wartości



# digitalizacja sygnału mowy [Leon-Garcia2004]



# informacja strumieniowa [Leon-Garcia2004]

Information type	Compression technique	Format	Uncompressed	Compressed	Applications
Voice	PCM	4 kHz voice	64 kbps	n/a	Digital telephony
Voice	ADPCM (+ silence detection)	4 kHz voice	64 kbps	16–32 kbps	Digital telephony, voice mail
Voice	Residual-excited linear prediction	4 kHz voice	64 kbps	8–16 kbps	Digital cellular telephony
Audio	MPEG audio MP3 compression	16–24 kHz audio	512–748 kbps	32–384 kbps	MPEG audio
Video	H.261 coding	176 × 144 or 352 × 288 frames at 10–30 frames/second	2–36.5 Mbps	64 kbps–1.544 Mbps	Video conferencing
Video	MPEG-2	720 × 480 frames at 30 frames/second	249 Mbps	2–6 Mbps	Full-motion broadcast video, DVD
Video	MPEG-2	1920 × 1080 frames at 30 frames/second	1.6 Gbps	19–38 Mbps	High-definition television

# szybkość transmisji obrazów wideo [Leon-Garcia2004]

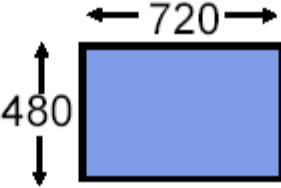
(a) QCIF videoconferencing



176  
144

at 30 frames/sec =  
760,000 pixels/sec

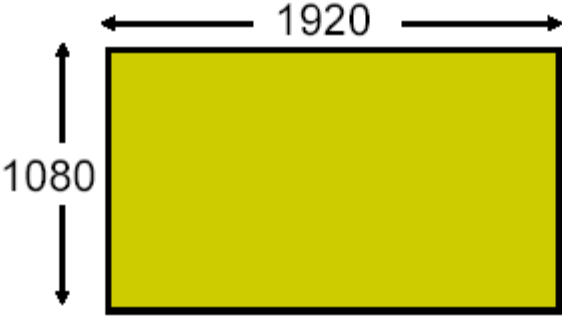
(b) Broadcast TV



720  
480

at 30 frames/sec =  
 $10.4 \times 10^6$  pixels/sec

(c) HDTV



1920  
1080

at 30 frames/sec =  
 $67 \times 10^6$  pixels/sec

# dlaczego transmisja cyfrowa?

- system transmisji
- zalety transmisji cyfrowej w stosunku do transmisji analogowej
- kluczowe parametry określające pojemność transmisyjną medium fizycznego

# system transmisji [Leon-Garcia2004]

- system transmisji korzysta z medium transmisji albo kanału, który pozwala na propagację energii w postaci impulsów albo zmian napięcia, prądu, albo intensywności światła



- w transmisji analogowej przekazuje się falę, która jest funkcją zmieniającą się ciągle w czasie
- w transmisji cyfrowej przekazuje się symbol, wybrany ze skończonego zbioru możliwości

# transmisja analogowa

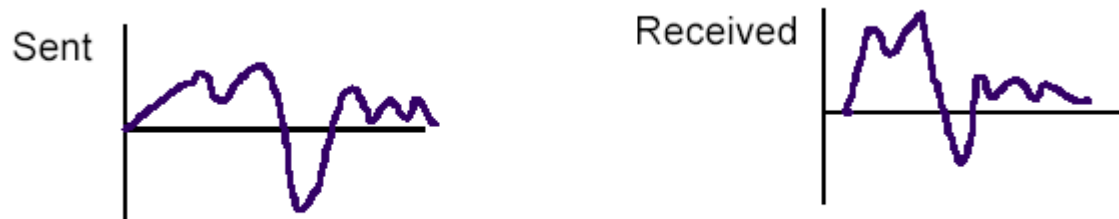
- przykład: sygnał elektryczny wychodzący z mikrofonu odpowiada zmianom ciśnienia atmosferycznego odpowiadającego dźwiękowi
- ta funkcja czasu musi być dokładnie odtworzona na wyjściu analogowego systemu komunikacji
- w praktyce, kanały komunikacyjne nie są w stanie uzyskać dokładnego odtwarzania, stąd pewien stopień zniekształcenia jest nieunikniony

# transmisja cyfrowa

- celem binarnej transmisji cyfrowej jest przesłanie albo 0 albo 1
- na przykład, nadawanie dodatniego napięcia przez pewien czas przenosi 1, a ujemnego napięcia przenosi 0
- celem odbiornika jest prawidłowe określenie symbolu wejściowego – impulsy dodatnie albo ujemne mogą podlegać dużym zniekształceniom
- system pracuje poprawnie tak długo, jak jest w stanie określić, czy oryginalne napięcie było dodatnie czy ujemne

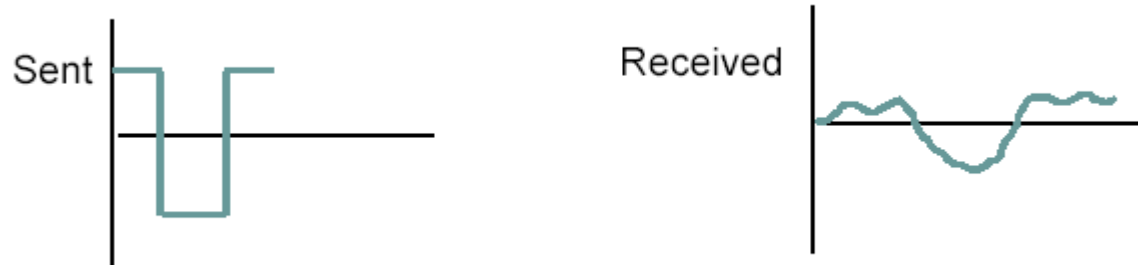
# przykłady transmisji analogowej i cyfrowej

- analogowa



Examples: AM, FM, TV transmission

- cyfrowa

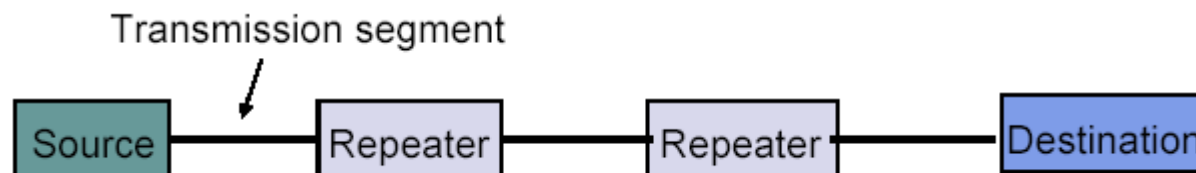


Examples: digital telephone, CD Audio



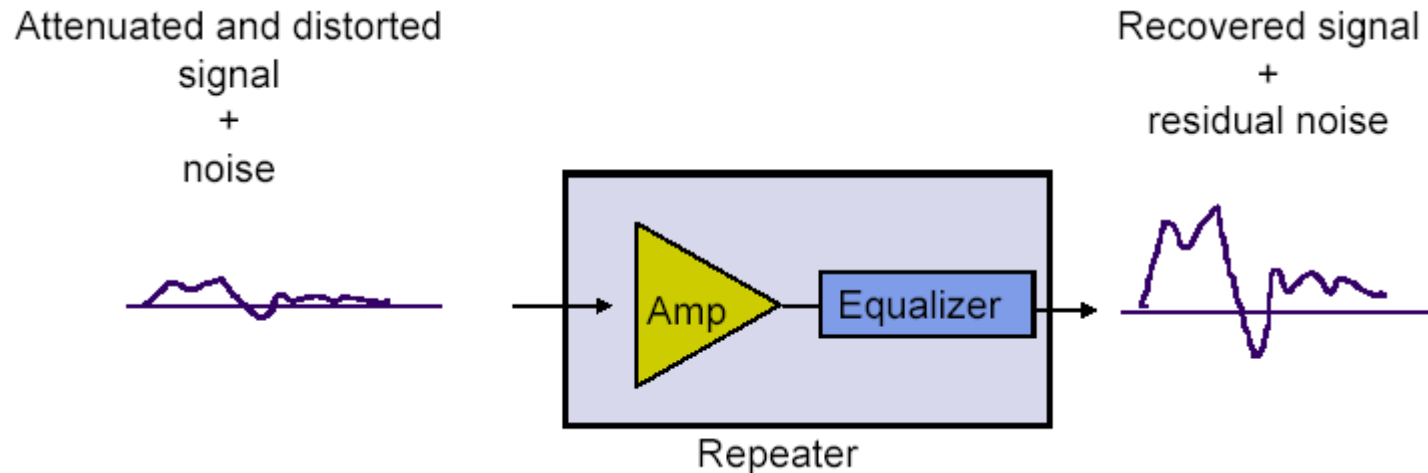
# porównanie transmisji analogowej i cyfrowej

- zalety transmisji cyfrowej w stosunku do analogowej ujawniają się przy transmisji na duże odległości
- rozważmy parę drutów miedzianych – jak długość wzrasta, sygnał na wyjściu jest tłumiony i oryginalny kształt sygnału jest zniekształcony
- dochodzi losowy szum do sygnału, wynikający z interferencji, radiacji, zakłóceń oraz szumu własnego systemu elektronicznego
- trzeba wprowadzać okresowo wzmacniaki do kompensacji tłumienia i zniekształcenia



# wzmacniak analogowy

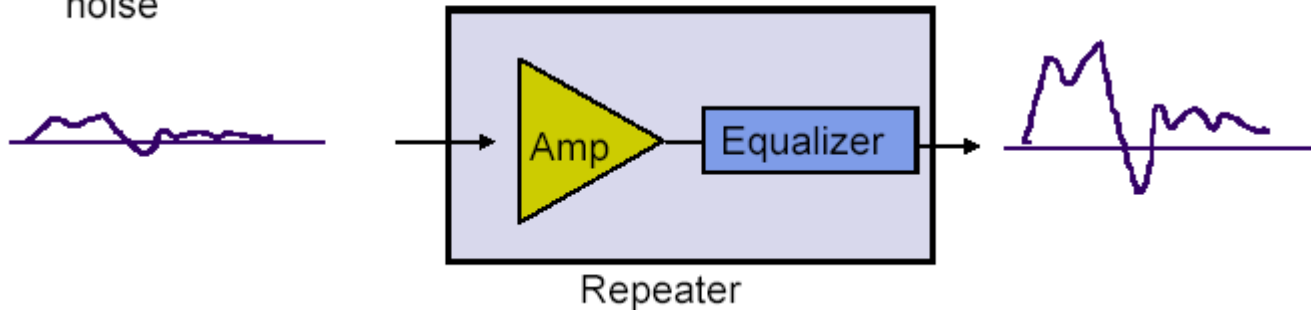
- w systemie transmisji analogowej, zadaniem wzmacniaka jest regeneracja sygnału, jak najbliższa sygnałowi na wejściu wzmacniaka
- sygnał na wejściu wzmacniaka jest tłumioną, zaszumioną i zniekształconą wersją sygnału na wejściu układu



# wzmacniak analogowy

- w nadajniku, oryginalny sygnał jest znacznie mocniejszy od szumu – jeżeli sygnał zostanie zbyt mocno stłumiony, to poziom szumu stanie się porównywalny z sygnałem
- zadaniem wzmacniaka jest zwiększenie mocy sygnału, zanim do tego dojdzie

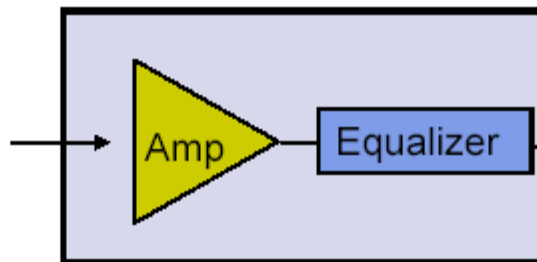
Attenuated and distorted  
signal  
+  
noise



# wzmacniak analogowy

- wpierv wzmacniak stara się uporać z tłumieniem, wzmacniając odebrany sygnał – w takim stopniu, w jakim został stłumiony – otrzymany sygnał nadal jest zniekształcony
- następnie za pomocą korektora próbuje wyeliminować zniekształcenie

Attenuated and distorted  
signal  
+  
noise



Repeater

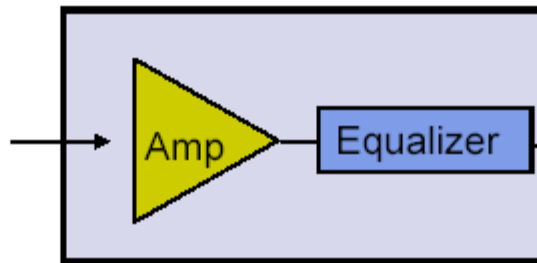
Recovered signal  
+  
residual noise



# wzmacniak analogowy

- zniekształcenie kształtu sygnału ma dwie przyczyny: różne częstotliwości składowe sygnału są wzmacniane w odmiennym stopniu (wyższe mocniej), różne częstotliwości składowe sygnału są opóźniane o odmiennie wielkości
- w praktyce korekcja jest bardzo trudna – zakłada się, że korektor jest idealny – wyjście wzmacniaka to oryginalny sygnał plus szum

Attenuated and distorted  
signal  
+  
noise



Repeater

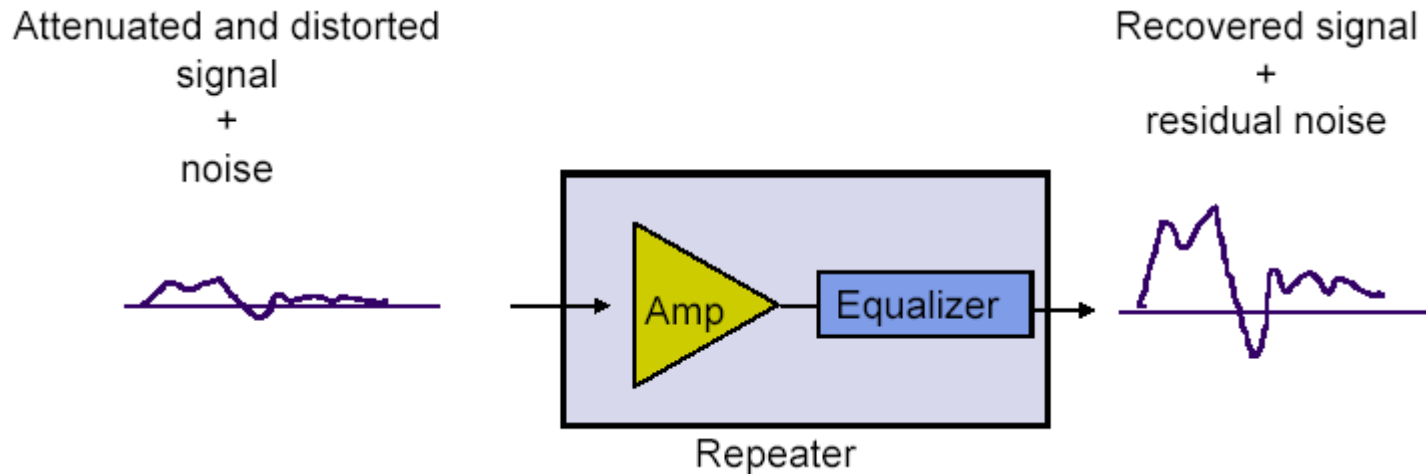
warstwa fizyczna

Recovered signal  
+  
residual noise



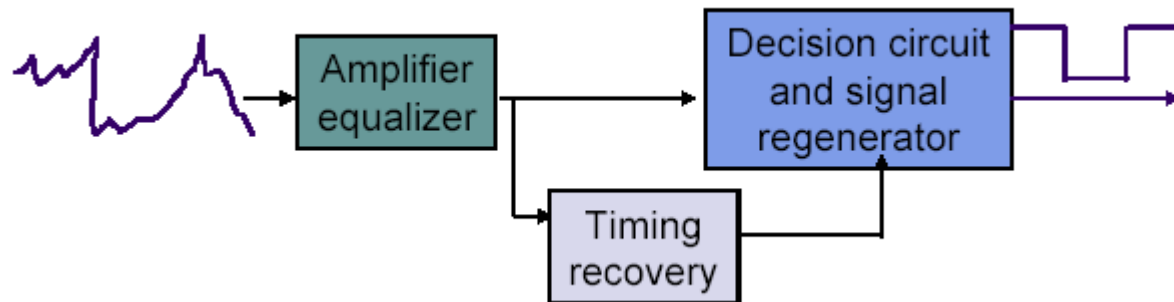
# wzmacniak analogowy

- dla sygnałów analogowych, wzmacniak ma ograniczenia przy usuwaniu szumu
- szum poza pasmem sygnału można łatwo usunąć, wewnątrz pasma nie – stąd kolejne wzmacniaki pozostawiają pewien szum – im więcej wzmacniaków, tym sygnał coraz bardziej odbiega od oryginału



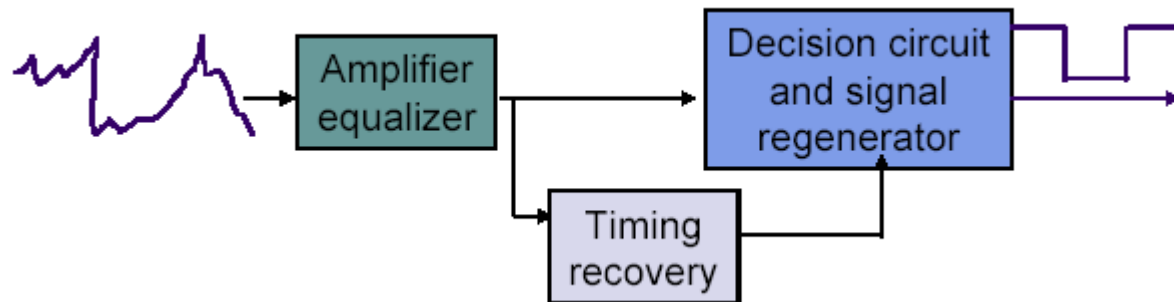
# regenerator cyfrowy

- rozważmy tę samą parę drutów miedzianych
- założmy, że łańcuch zer i jedynek jest przenoszony za pomocą sekwencji dodatnich i ujemnych napięć
- kiedy długość pary drutów wzrasta, impulsy są coraz mocniej zniekształcone i dochodzi więcej szumu
- potrzebny jest regenerator cyfrowy
- jedynym celem regeneratora jest odzyskanie, z dużym prawdopodobieństwem, oryginalnego strumienia bitów



# regenerator cyfrowy

- korektor do kompensacji zniekształcenia wprowadzanego przez kanał
- regenerator nie musi całkowicie odzyskać oryginalny kształt nadawanego sygnału – wystarczy, że określi, czy oryginalny impuls jest dodatni, czy ujemny
- obwód odzyskania synchronizacji śledzi przedziały opisujące impuls zapisując chwile przejścia między impulsami
- przy braku szumu, oryginalny symbol powinien być odzyskany



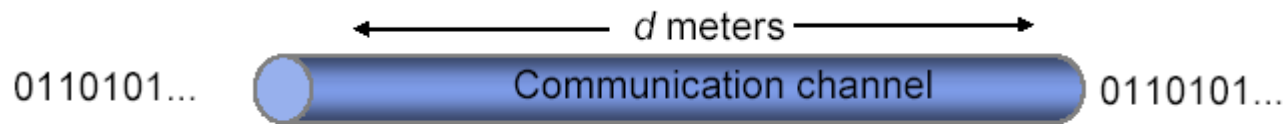


# regenerator cyfrowy

- z powodu szumu, błąd może wystąpić od czasu do czasu, gdy szum zmieni polaryzację oryginalnego sygnału
- akceptowalna stopa błędów  $10^{-7}$
- cyfrowe regeneratory eliminują kumulację szumu, istniejącą we wzmacniakach analogowych, pracują przy mniejszej mocy sygnału i na większe odległości, stąd są tańsze
- łatwość monitorowania jakości kanału transmisji w czasie pracy – nakładanie określonych wzorców na informację pozwala wykryć poziom błędu w kanale
- sieci cyfrowe obsługują wiele rodzajów usług

# podstawowe cechy systemów transmisji cyfrowej

- celem systemu transmisji cyfrowej jest przesłanie sekwencji bitów od nadajnika (po lewej stronie) do odbiornika (po prawej stronie)



- interesuje nas szybkość transmisji, mierzona w bitach na sekundę (b/s), odpowiada jej średnica rury, im większa, tym większa ilość informacji przesłana w ciągu 1 sekundy
- system transmisji stosuje impulsy, albo sinusoidy, do nadania informacji w medium fizycznym

# podstawowe cechy systemów transmisji cyfrowej

- fundamentalne pytanie w transmisji cyfrowej to:  
jak szybko bity mogą być przesyłane niezawodnie przez dane medium?
- na zdolność tę wpływają następujące czynniki:
  - ilość energii włożonej do przesłania każdego sygnału
  - odległość, jaką sygnał powinien przejść (ze względu na rozproszenie energii przy przejściu przez medium)
  - wielkość szumu, z jaką odbiornik musi sobie poradzić
  - szerokość pasma kanału transmisji

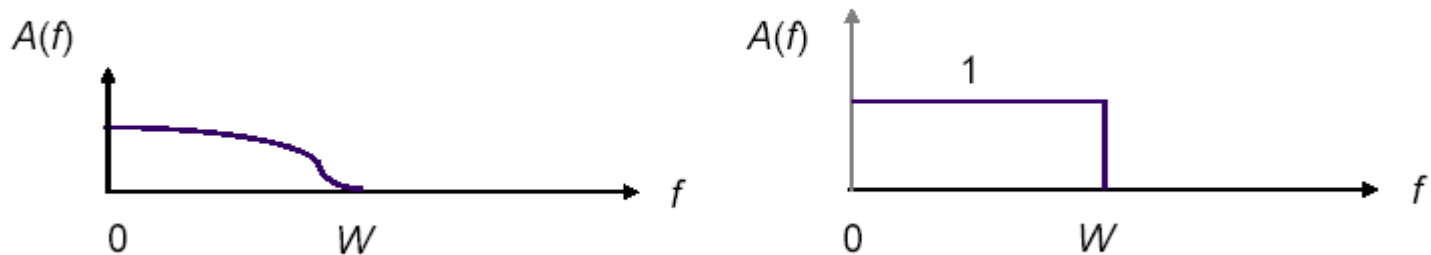
# podstawowe cechy systemów transmisji cyfrowej

- kanał transmisyjny może być charakteryzowany przez jego wpływ na sygnały sinusoidalne o różnych częstotliwościach (tony, dźwięki) na wejściu kanału
- sinusoida o danej częstotliwości  $f$  jest podawana na wejściu, a sinusoida na wyjściu kanału jest mierzona
- zdolność kanału do przesyłania tonu o częstotliwości  $f$  jest określana przez funkcję odpowiedzi amplitudy  $A(f)$ , którą definiuje się jako stosunek amplitudy tonu na wyjściu do amplitudy tonu na wejściu

# funkcja odpowiedzi amplitudy

- kanał niskich częstotliwości przepuszcza sygnały sinusoidalne do częstotliwości  $w$ , a blokuje sygnały o wyższych częstotliwościach
- taki sam kanał, ale idealizowany
- szerokość pasma kanału to zakres częstotliwości, jakie kanał przepuszcza

(a) Low-pass and idealized low-pass channel



# szerokość pasma kanału

- co się stanie, kiedy dowolny sygnał jest przekazany do kanału?
- szerokość pasma sygnału  $W_S$  to zakres częstotliwości zawarty w sygnale
- szerokość pasma kanału  $W_C$  to zakres częstotliwości przepuszczanych przez kanał
- jeżeli  $W_S$  jest większe od  $W_C$  to wyjście kanału nie będzie zawierać wszystkich częstotliwości sygnału na wejściu
- stąd szerokość pasma kanału ogranicza szerokość pasma sygnału, którą można przez ten kanał przesłać
- Jaki to ma wpływ na przesyłanie sygnałów cyfrowych?

# maksymalna szybkość transmisji impulsów

- polaryzacja impulsu odpowiada bitowi informacji
- jeżeli zwiększymy szybkość sygnalizacji, impulsy będą węższe, i sygnał zmienia się częściej, stąd wyższa szybkość sygnalizacji daje wyższą szerokość pasma sygnału
- ale szerokość pasma kanału ogranicza szybkość przesyłania impulsów przez kanał:

(b) Maximum pulse transmission rate is  $2W$  pulses/second



# maksymalna szybkość transmisji impulsów

- Jeżeli kanał ma szerokość pasma  $W$ , to najwięźszy impuls jaki może być przesłany przez kanał ma długość w czasie  $\tau = 1/2W$  sekund
- stąd maksymalna szybkość transmisji, z jaką impulsy mogą być przesyłane przez kanał to:
- $\tau_{\max} = 2W$  impulsów/sekundę

(b) Maximum pulse transmission rate is  $2W$  pulses/second





# transmisja wielowartościowa

- jeżeli jeden impuls nadaje jeden bit informacji, to szybkość transmisji wynosi:

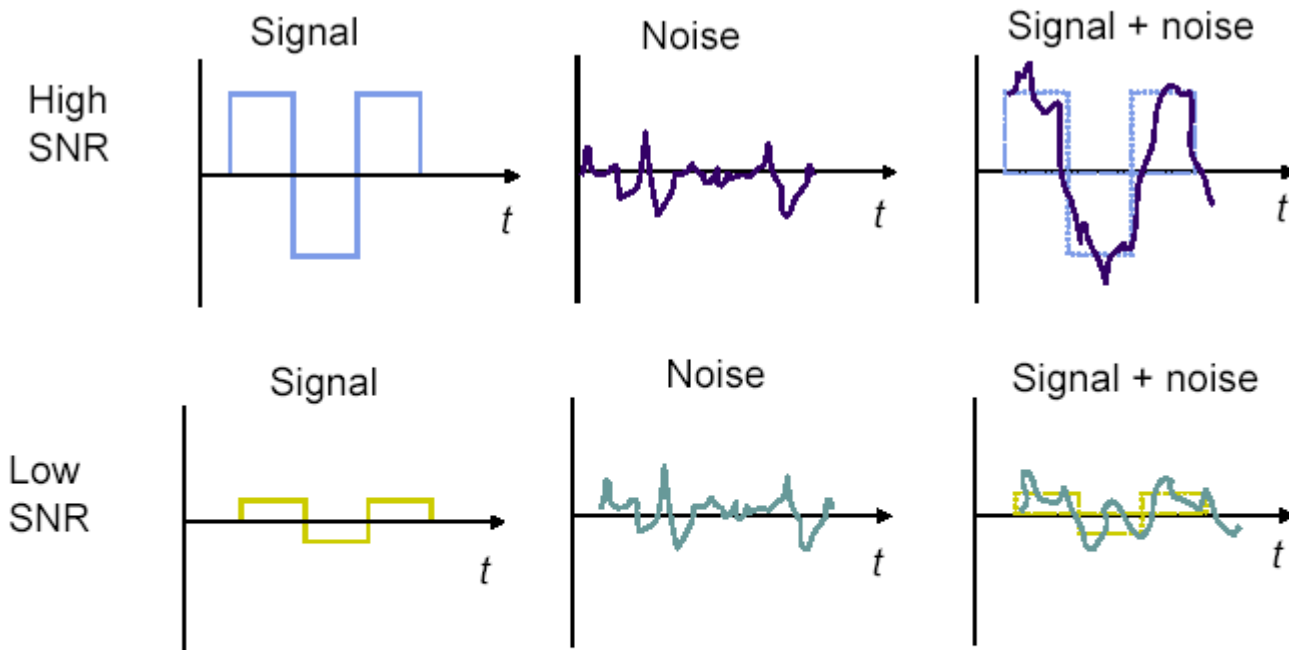
$$R = 2W \text{ impulsów/sekundę} \times 1 \text{ b/impuls} = 2W \text{ b/s}$$

- jeżeli jeden impuls przenosi więcej bitów, np. cztery poziomy amplitudy przenoszą 4 pary bitów: 00, 01, 10, 11, to ogólny wzór jest:

$$R = 2W \text{ impulsy/sek} \times m \text{ b/impuls} = 2Wm \text{ b/s}$$

- dla  $m=2$ ,  $R = 4W \text{ b/s}$

# stosunek sygnału do szumu



$$\text{SNR} = \frac{\text{Average signal power}}{\text{Average noise power}}$$

$$\text{SNR (dB)} = 10 \log_{10} \text{SNR}$$

# prawo Shannona

$$C = W \log_2 (1 + \text{SNR}) \text{ b/s}$$

# pojemność kanału telefonicznego zgodnie z prawem Shannona

- rozważmy kanał tlf  $W=3.4$  kHz,  $SNR=10000$ , wtedy:

$$C=3400 \log_2(1+10000) = 45200 \text{ b/s}$$

- jest to osiągalna szybkość transmisji dla zwykłej analogowej linii tlf o szerokości pasma 3,4 kHz
- następujące wzory są tu użyteczne:

$$\log_2 x = \ln x / \ln 2 = \log_{10} x / \log_{10} 2$$

- SNR jest wyrażany w decybelach (dB)
- Jeżeli  $SNR=10000$ , to SNR wyrażony w dB wynosi:

$$10 \log_{10} SNR \text{ dB} = 10 \log_{10} 10000 = 40 \text{ dB}$$

# szybkości systemów transmisji

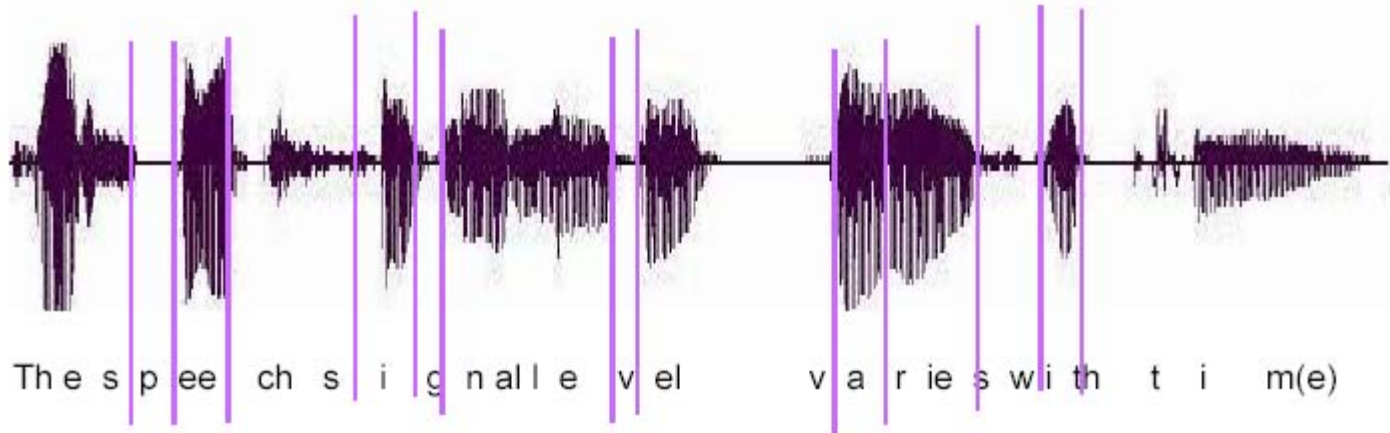
Digital transmission system	Bit rate	Observations
Telephone twisted pair	33.6–56 kbps	4 kHz telephone channel
Ethernet over twisted pair	10 Mbps	100 meters over unshielded twisted pair
Fast Ethernet over twisted pair	100 Mbps	100 meters using several arrangements of unshielded twisted pair
Cable modem coaxial cable	500 kbps to 4 Mbps	Shared CATV return channel
ADSL over twisted pair	64–640 kbps inbound 1.536–6.144 Mbps outbound	Uses higher frequency band and coexists with conventional analog telephone signal, which occupies 0–4 kHz band
Radio LAN in 2.4 GHz band	2–54 Mbps	IEEE 802.11 wireless LAN
Digital radio in 28 GHz band	1.5–45 Mbps	5 km multipoint radio link
Optical fiber transmission system	2.5–10 Gbps	Transmission using one wavelength
Optical fiber transmission system	1600 Gbps and higher	Multiple simultaneous wavelengths using wavelength division multiplexing

# cyfrowa reprezentacja sygnałów analogowych

- reprezentacja sygnałów mowy i sygnałów audio (muzyki)
- reprezentacja sygnałów obrazu i filmu

# przykład fali głosowej

- 3-sekundowy przedział typowej fali głosowej
- przedział wartości amplitudy od min do max
- dokładna reprezentacja wartości w przedziale wymaga nieskończonej liczby bitów – z tego powodu fali analogowej nie można dokładnie przestawić



# digitalizacja sygnału analogowego

1. pomiar próbek fali analogowej w równomiernie oddalonych chwilach czasu, co  $T$  sekund
2. wyrażenie wartości każdej próbki za pomocą skończonej liczby bitów,  $m$  bitów

szybkość transmisji digitalizowanego sygnału wynosi wtedy:  $m/T$  b/s



# szerokość pasma sygnału analogowego

- jest to miara szybkości, z jaką sygnał zmienia się w czasie
- sygnał o większej szerokości pasma zmienia się szybciej i powinien być częściej próbkowany
- kwantyzator jest urządzeniem, które produkującym aproksymację wartości próbki za pomocą  $m$  bitów

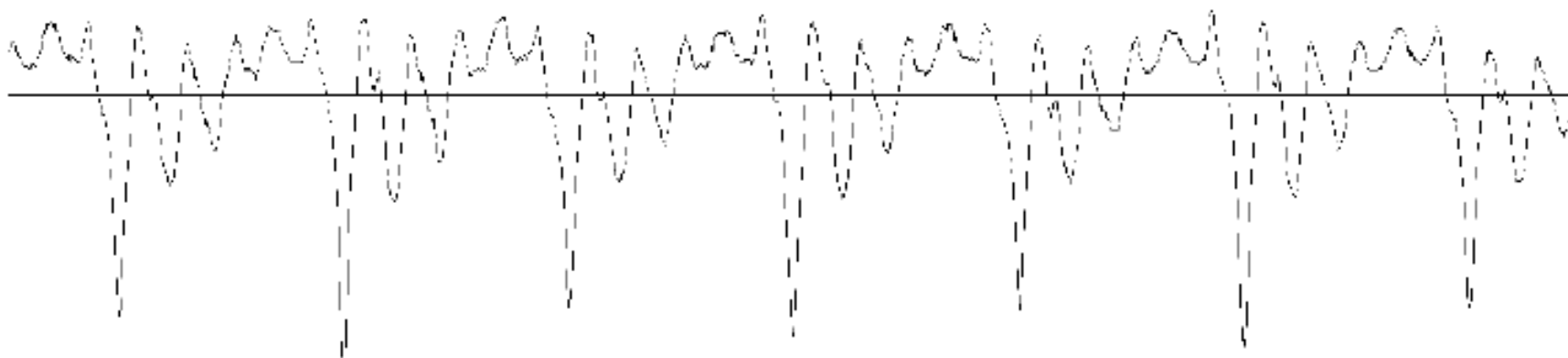
# dźwięki w naturze

- wiele sygnałów w naturze jest periodycznych i może być przedstawionych jako suma fal sinusoidalnych o pewnej częstotliwości podstawowej i jej harmonicznym:

$$x(t) = \sum a_k \cos (2\pi k f_0 t + \phi_k)$$

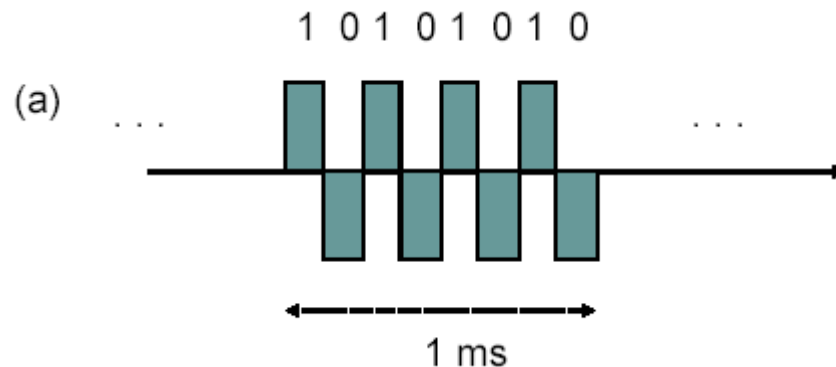
- przykłady:
  - próbka dźwięku
  - sygnał odpowiadający powtarzalnemu wzorcowi bajtów

## próbka dźwięku „ae” w słowie cat



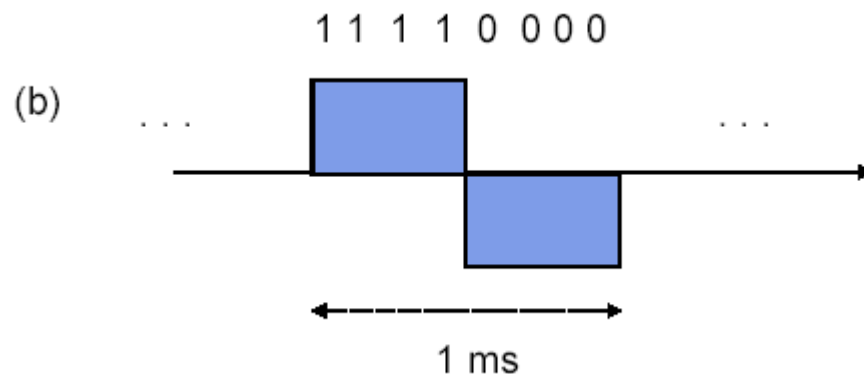
# sygnał odpowiadający powtarzalnemu wzorcowi bajtów

- sygnał cyfrowy, jaki powstaje, gdy nadajemy informację binarną z szybkością 8kb/s
- regularne impulsy o szerokości 0.125 ms
- $x_1(t) = (4/\pi) \{ \sin(2\pi(4000)t) + (1/3) \sin(2\pi(12000)t) + (1/5) \sin(20000)t + \dots \}$



# sygnał odpowiadający powtarzalnemu wzorcowi bajtów

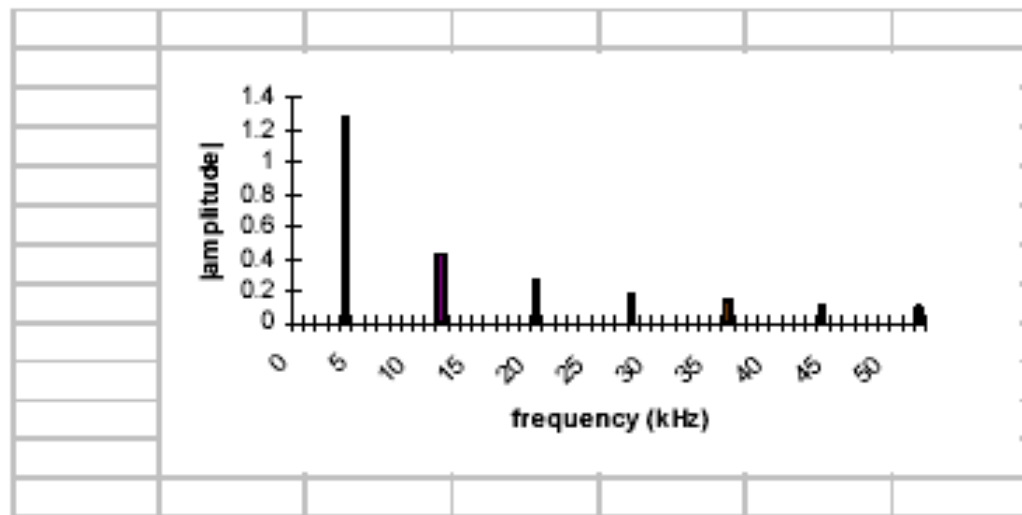
- sygnał cyfrowy, jaki powstaje, gdy nadajemy informację binarną z szybkością 8kb/s
- regularne impulsy co 0.5 ms
- $x_2(t) = (4/\pi) \{ \sin(2\pi(1000)t) + (1/3) \sin(2\pi(3000)t) + (1/5) \sin(5000)t + \dots \}$



# składniki częstotliwości (spektrum) dla 10101010

- spektrum- wielkość amplitud składników sinusoidalnych sygnału
- $x_1$  ma składniki o częstotliwości 4kHz, 12kHz, 20kHz

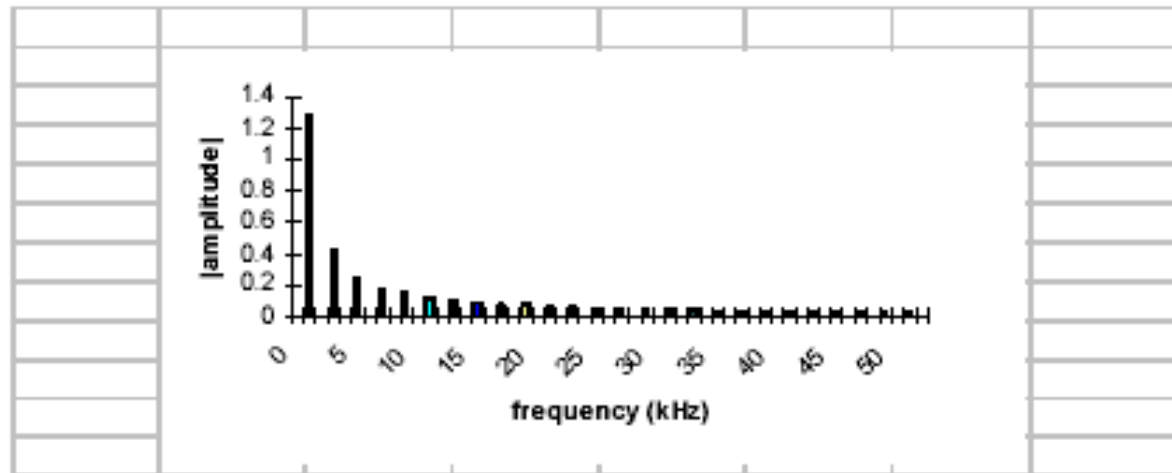
(a) Frequency components for 10101010



# składniki częstotliwości (spektrum) dla 11110000

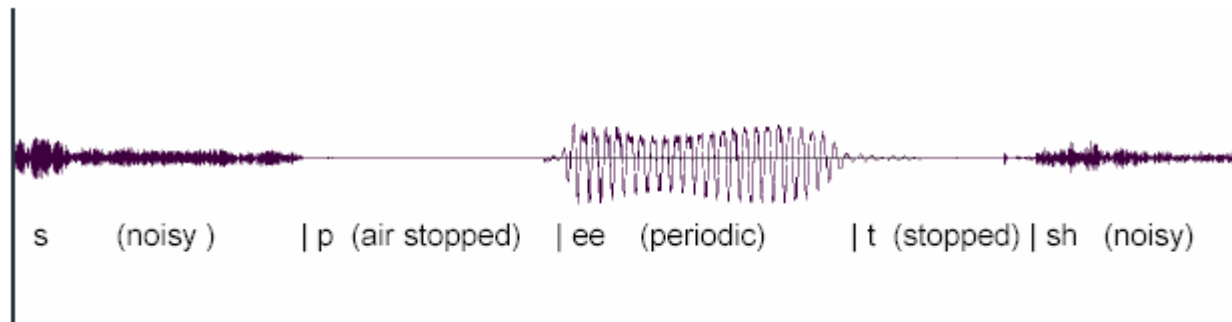
- $x_2$  ma składniki o częstotliwości 1kHz, 3kHz, 5kHz
- $x_1$  ma większą szerokość pasma niż  $x_2$ ,  $x_1$  zmienia się cztery razy szybciej niż  $x_2$ , a sygnał który zmienia się szybciej ma większą szerokość pasma

(b) Frequency components for 11110000



# postać fali dla słowa speech

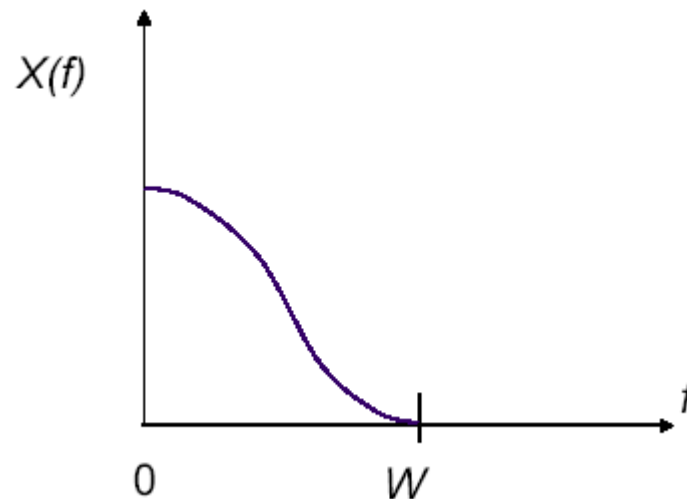
- postać fali zmienia się zgodnie z dźwiękiem
- sygnał aperiodyczny
- odpowiedni wybór szerokości pasma sygnału zależy od aplikacji, ludzkie ucho wykrywa sygnały z zakresu 20Hz do 20kHz, telefon przenosi od 200Hz do 3.5 kHz, muzyka wymaga wyższych częstotliwości





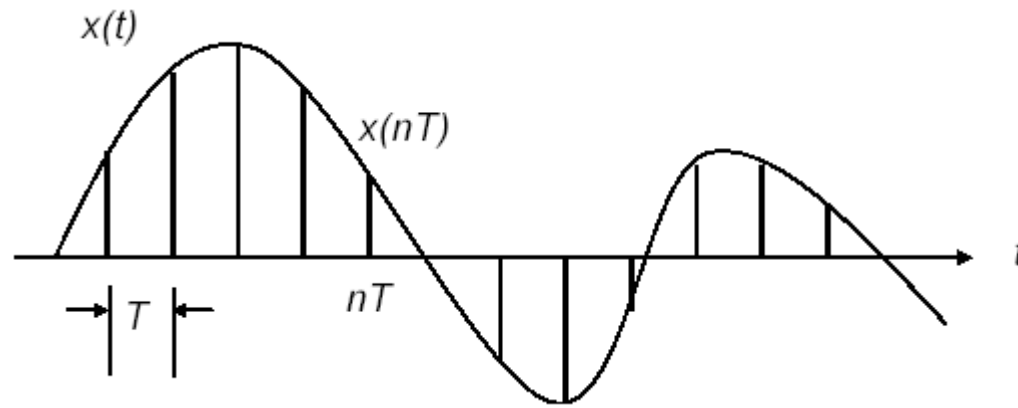
# próbkowanie sygnału analogowego

- założmy, że mamy sygnał analogowy o kształcie fali  $x(t)$ , mający spektrum o szerokości pasma  $W$  Hz



# próbkowanie sygnału analogowego

- aby przekształcić ten sygnał w postać cyfrową, pobieramy próbki amplitudy sygnału co  $T$  sekund, aby uzyskać  $x(nT)$  dla całkowitych wartości  $n$
- ponieważ sygnał zmienia się ciągle w czasie, otrzymujemy sekwencję liczb rzeczywistych
- jeżeli pobieramy próbki odpowiednio często, otrzymujemy dobrą aproksymację sygnału



# próbkowanie sygnału analogowego

- jeżeli szybkość próbkowania  $1/T$  jest większa niż  $2W$  próbek na sekundę, wtedy sygnał  $x(t)$  może być odzyskany z jego wartości próbkowania  $\{x(nT)\}$
- $2W$  nazywamy *szybkością próbkowania Nyquista*
- rekonstrukcja  $x(t)$  jest przeprowadzana przez interpolację próbek  $x(nT)$  zgodnie ze wzorem:

$$x(t) = \sum_n x(nT) s(t - nT)$$

- gdzie funkcja interpolacji  $s(t)$  jest podana wzorem:

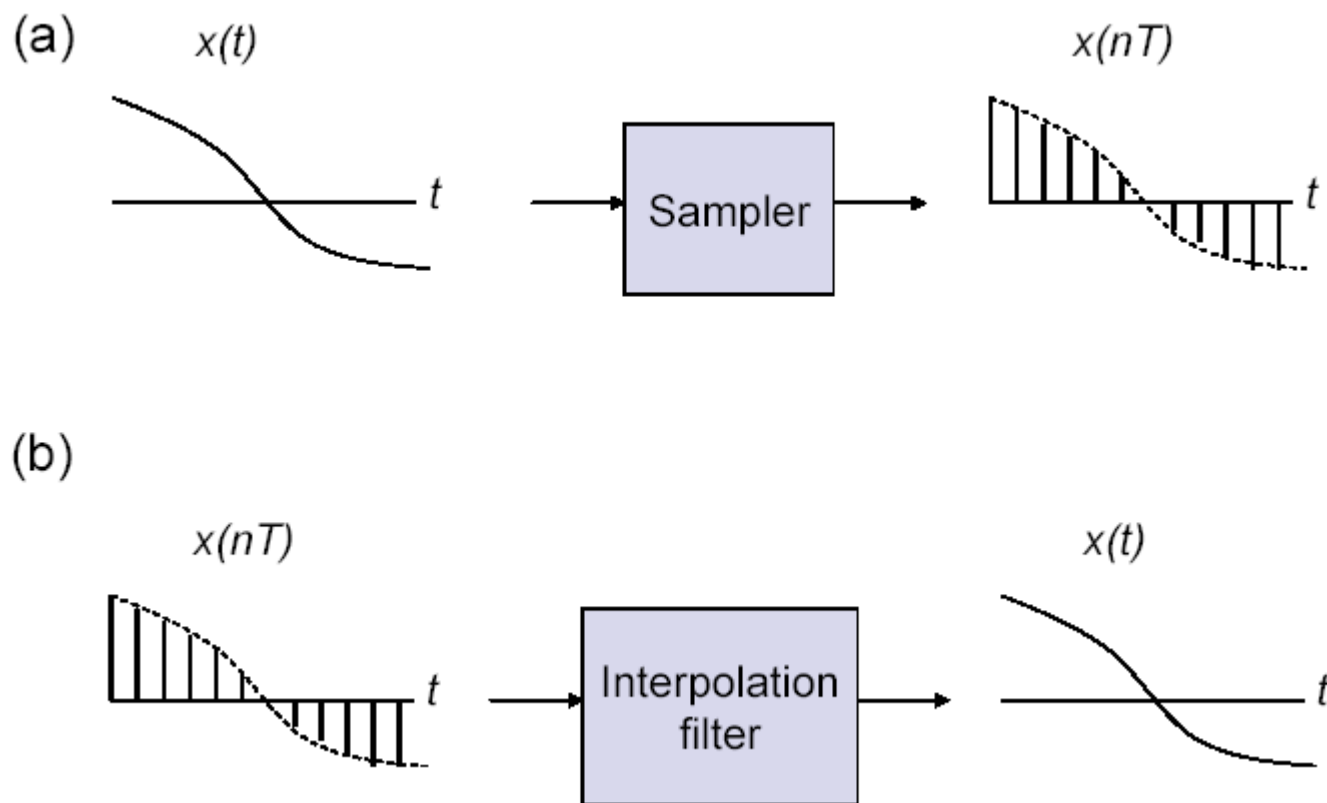
$$s(t) = \sin 2\pi Wt / 2\pi Wt$$

# próbkowanie sygnału analogowego

przykłady:

- rozważmy sygnał głosowy w systemie telefonicznym, o szerokości pasma 4kHz - szybkość próbkowania Nyquista wymaga, aby sygnał głosowy był próbkowany z szybkością 8000 próbek na sekundę
- dla sygnału audio o wysokiej jakości w zapisie na CD, szerokość pasma wynosi 22kHz, co daje szybkość próbkowania 44000 próbek na sekundę
- sygnał analogowy TV ma szerokość pasma 4MHz, co daje szybkość próbkowania 8 000 000 próbek na sekundę

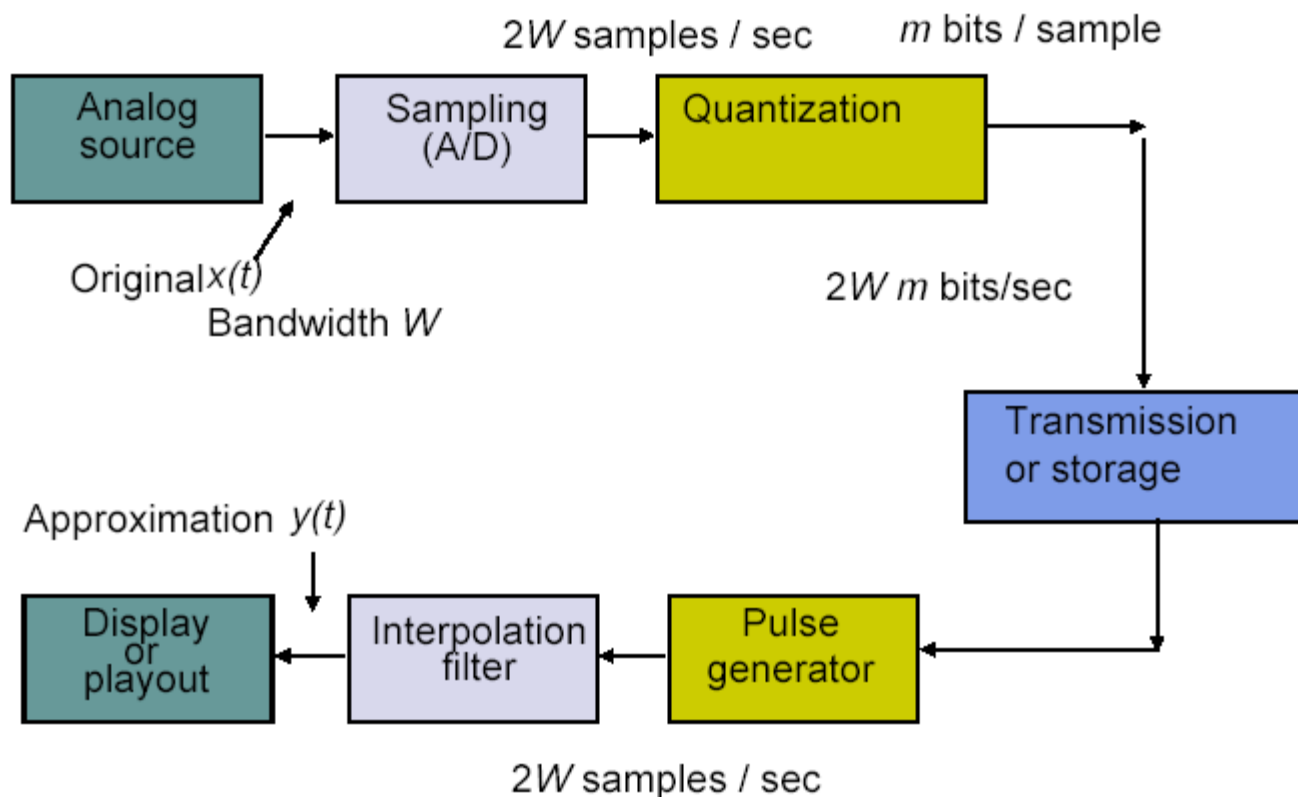
# próbkowanie sygnału i jego odzyskanie za pomocą interpolacji



# transmisja cyfrowa sygnałów analogowych – wytworzenie sygnału cyfrowego

- sygnał ze źródła analogowego  $x(t)$ , o którym zakładamy, że jest ograniczony do  $W$  Hz, jest próbkowany z szybkością próbkowania Nyquista, dając sekwencję próbek z szybkością  $2W$  próbek/s
- próbki te mają nieskończoną precyzję, stąd są przekazane do kwantyzatora, który aproksymuje wartość próbki stosując  $m$  bitów do uzyskania aproksymacji o wymaganej dokładności, wyjście z kwantyzatora to  $2Wm$  b/s, gdyż próbki występują z szybkością  $2W$  próbek/s, a próbka ma  $m$  bitów
- cyfrowa reprezentacja sygnału jest przesłana albo zapamiętana

# transmisja cyfrowa sygnałów analogowych

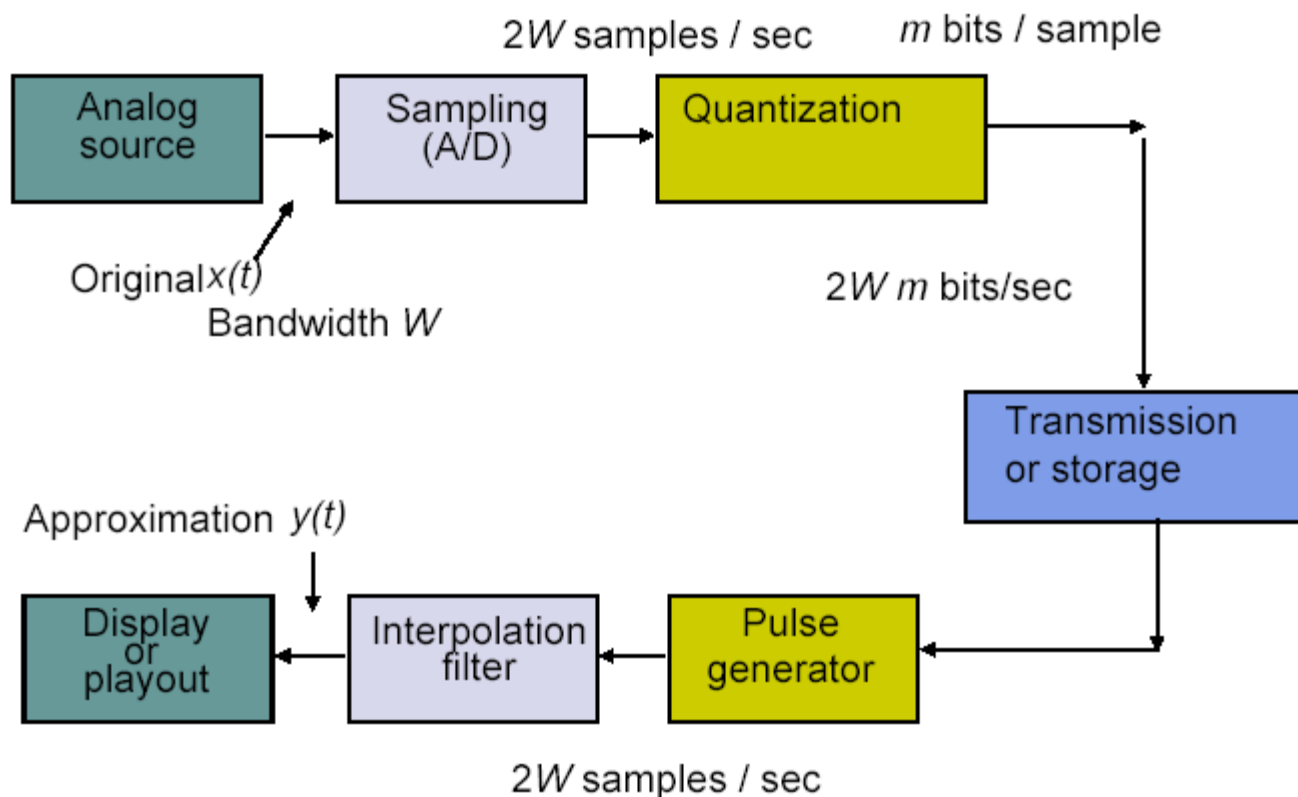


# transmisja cyfrowa sygnałów analogowych – odtworzenie sygnału analogowego

- aproksymacja wartości próbek jest uzyskana z sekwencji grup po  $m$  bitów – generuje się sekwencję wąskich impulsów o odpowiednich amplitudach
- system interpolacji jest sterowany sekwencją wąskich impulsów, do uzyskania aproksymacji oryginalnego sygnału analogowego o określonej dokładności



# transmisja cyfrowa sygnałów analogowych



# dokładność aproksymacji

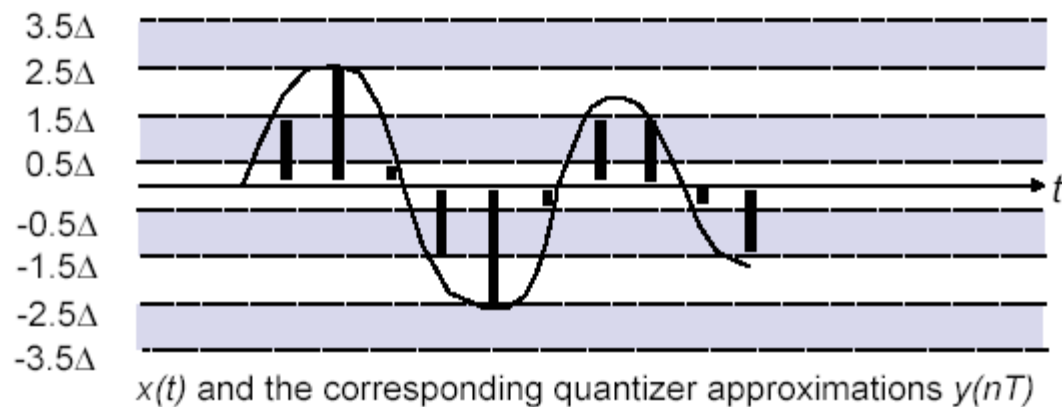
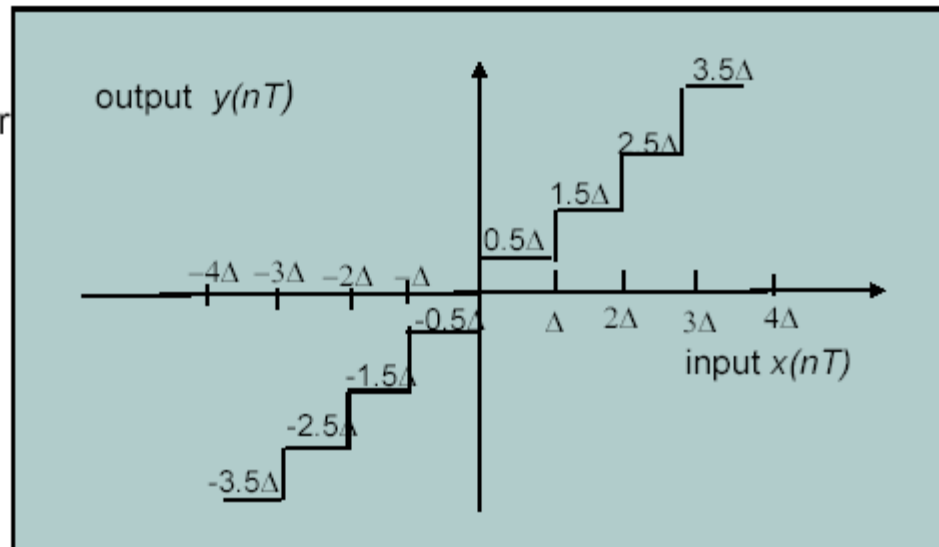
- dokładność aproksymacji jest określona przez kwantyzator
- zadaniem kwantyzatora jest pobranie wartości próbek  $x(nT)$  i wytworzenie aproksymacji  $y(nT)$ , opisanej za pomocą ustalonej liczby bitów na próbkę
- kwantyzator ma pewną liczbę,  $M=2^m$ , wartości aproksymacji, które stosuje się na wejściu kwantyzatora
- dla każdego wejścia  $x(nT)$  znajduje się najbliższy punkt aproksymacji, a indeks tego punktu określa się za pomocą  $m$  bitów, dekodery po stronie odbiornika ma ten zbiór wartości aproksymacji, stąd może odzyskać wartości z indeksów

# kwantyzator

- projekt kwantyzatora wymaga wiedzy o zakresie wartości, zakładanych przez sygnał  $x(t)$  – zbiór wartości aproksymujących jest tak dobrany, aby go obejmował
- zwiększając  $m$ , zwiększamy liczbę przedziałów obejmujących zakres od  $-V$  do  $V$
- kwantyzator równomierny (najprostszy typ)
- zakres  $-V$  do  $V$  jest podzielony na  $2^m$  przedziałów o długości  $\Delta$ , stąd  $2V=2^m\Delta$  i  $\Delta=V/2^{m-1}$
- kiedy wejście  $x(nT)$  przypada na dany przedział, to wartość aproksymująca  $y(nT)$  jest w środku tego przedziału
- wyjście kwantyzatora to  $m$  bitów specyfikujących ten przedział

# najprostszy kwantyzator

Uniform  
quantizer



# błąd kwantyzacji

- wartość aproksymująca nie równa się wartości oryginalnej, stąd błąd kwantyzacji:

$$e(nT) = y(nT) - x(nT)$$

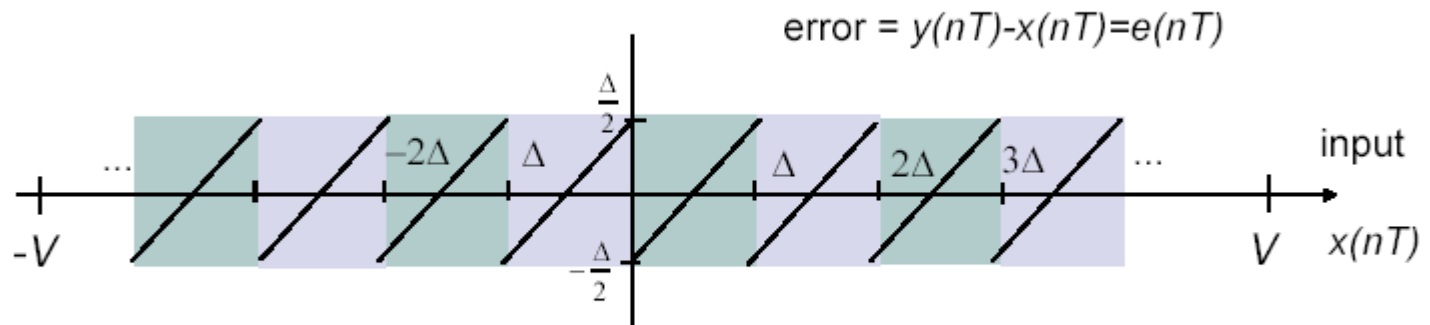
- błąd kwantyzacji przyjmuje wartości od  $-\Delta/2$  do  $\Delta/2$
- kiedy długość przedziału  $\Delta$  jest mała, wtedy błąd kwantyzacji jest niewielki, a kwantyzator jakby dodaje „szum” do oryginalnego sygnału
- z tego powodu, jakość aproksymacji określa stosunek sygnału do szumu w kwantyzatorze:

$$\begin{aligned} \text{SNR} &= \text{średnia moc sygnału} / \text{średnia moc szumu} = \\ &= \sigma_x^2 / \sigma_e^2 \end{aligned}$$

- gdzie  $\sigma_e^2 = \Delta^2/12 = (V/2^{m-1})^2$  to średnia moc błędu,  $\sigma_x$  to odchylenie standardowe,  $V$  to max wartość sygnału

# błąd kwantyzacji w funkcji wejścia kwantyzatora

$M = 2^m$  levels, Dynamic Range  $(-V, V)$ ,  $\Delta = 2V/M$



Mean Square Error:  $\sigma_e^2 \approx \frac{\Delta^2}{12}$

# stosunek mocy sygnału do szumu

- SNR podawany w decybelach, dla kwantyzatora równomiernego wynosi:
- $\text{SNR dB} = 10 \log_{10} \sigma_x^2 / \sigma_e^2 = 6m + 10 \log_{10} 3\sigma_x^2 / V^2 \approx \approx 6m - 7.27 \text{ dB}$ , dla  $V/\sigma_x = 4$
- każdy dodatkowy bit w kwantyzatorze zwiększa SNR o 6 decybeli – podwaja on liczbę przedziałów, stąd dla danego zakresu od  $-V$  do  $V$  przedziały są zmniejszane o połowę, a średnia moc błędu kwantyzacji jest zredukowana o jedną czwartą
- ten wynik zgadza się z  $10 \log_{10} 4 = 6 \text{ dB}$

# szybkość próbkowania Nyquista

- ucho ludzkie jest czułe na dźwięk do 22 kHz
- muzyka wymaga próbkowania o znacznie wyższej szybkości
- szybkość próbkowania Nyquista dla  $W = 22\text{kHz}$  to 44000 próbek/sekundę
- muzyka wymaga dokładniejszej granulacji, w kwantyzatorze, zwykle min. 16 bitów/próbkę, to daje:  
 $44000 \text{ próbek/s} \times 16 \text{ b/s} \times 2 \text{ kanały} = 1,4 \text{ Mb/s}$



# modulacja impulsowo kodowa

- standard cyfrowej reprezentacji sygnałów głosowych w sieciach telefonicznych
- **PCM - *pulse code modulation***
- sygnał ograniczony do  $W = 4$  kHz, próbkowany z szybkością Nyquista  $2W = 8$  kHz, do każdej próbki zastosowany jest kwantyzator  $m = 8$  bitów:  
8000 próbek/sekundę x 8 bitów/próbkę = 64 kb/s
- nieregularny kwantyzator – rozmiar przedziału rośnie logarytmicznie ze wzrostem wielkości sygnału:  
$$\text{SNR dB} = 6m - 10 \text{ dB, dla mowy PCM}$$
- kiedy  $m=8$  wtedy  $\text{SNR} = 38 \text{ dB}$ , 1% SNR  $\sim 40 \text{ dB}$

# charakterystyka kanału komunikacyjnego

- *kanal komunikacyjny* to system składający się z medium fizycznego oraz sprzętu elektronicznego i optycznego, stosowany do transmisji informacji
- transmisja informacji cyfrowej albo analogowej
- transmisja cyfrowa – transmisja sekwencji impulsów, określonej przez sekwencję cyfrową, czyli serię binarnych zer i jedynek
- transmisja analogowa – transmisja fal, odpowiadających sygnałowi analogowemu
- kanał komunikacyjny jest charakteryzowany w domenie częstotliwości i w domenie czasu

# charakterystyka kanału komunikacyjnego w domenie częstotliwości

- sygnał sinusoidalny  $x(t) = \cos(2\pi ft)$ , oscylujący z częstotliwością  $f$  cykli/sekundę (Hz), jest podawany na wejściu kanału
- wyjście z kanału  $y(t)$  to zazwyczaj sygnał sinusoidalny, o tej samej frekwencji, ale innej amplitudzie i fazie:  
$$y(t) = A(f) \cos(2\pi ft + \varphi(f)) = A(f) \cos(2\pi f(t - \tau(f)))$$
- wyjście  $y(t)$  może być widziane jako wejście  $x(t)$  tłumione przez  $A(f)$  i opóźnione o  $\tau(f)$
- kanał jest charakteryzowany przez jego wpływ na sygnał sinusoidalny na wejściu: przez tłumienie i przesunięcie fazowe

# charakterystyka kanału komunikacyjnego w domenie częstotliwości

- *tłumienie* jest opisane charakteryzowane przez *funkcję odpowiedzi amplitudy  $A(f)$* , które jest stosunkiem amplitudy sinusoidy na wyjściu do amplitudy sinusoidy na wejściu, dla częstotliwości  $f$
- i odpowiedź amplitudy i przesunięcie fazowe zależą od częstotliwości sinusoidy
- tłumienie kanału zazwyczaj wzrasta z częstotliwością

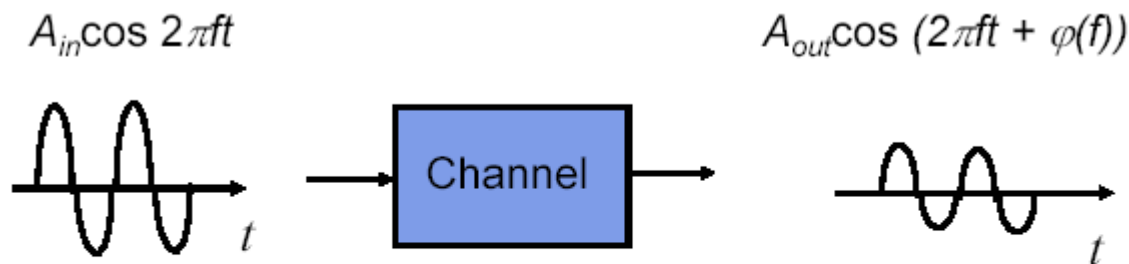
# tłumienie

- tłumienie to redukcja mocy sygnału przy przejściu przez kanał, wyrażona w dB:

$$\text{tłumienie} = 10 \log_{10}(P_{in}/P_{out})$$

- moc sygnału sinusoidalnego o amplitudzie  $A$  to  $A^2/2$
- tłumienie dla częstotliwości  $f$ :

$$P_{in}/P_{out} = A_{in}^2/A_{out}^2 = 1/A^2(f)$$

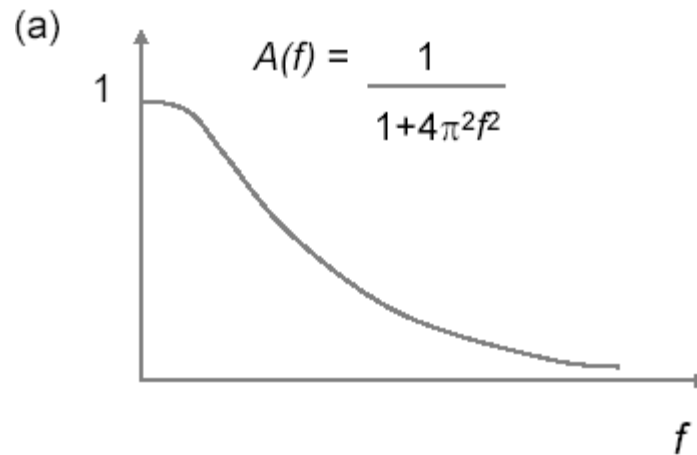


$$A(f) = \frac{A_{out}}{A_{in}}$$

warstwa fizyczna

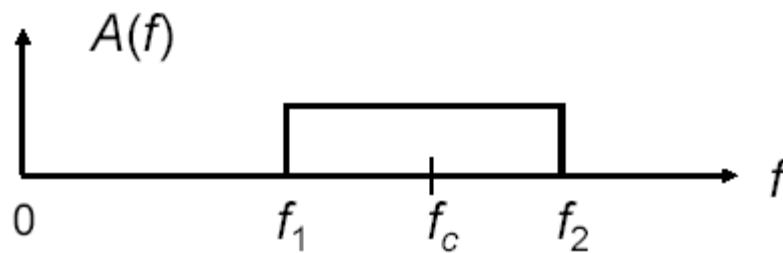
# funkcja odpowiedzi amplitudy

- w kanale niskie częstotliwości są przepuszczane, wysokie eliminowane
- $A(f)$  opisuje okno częstotliwości, które są przepuszczane



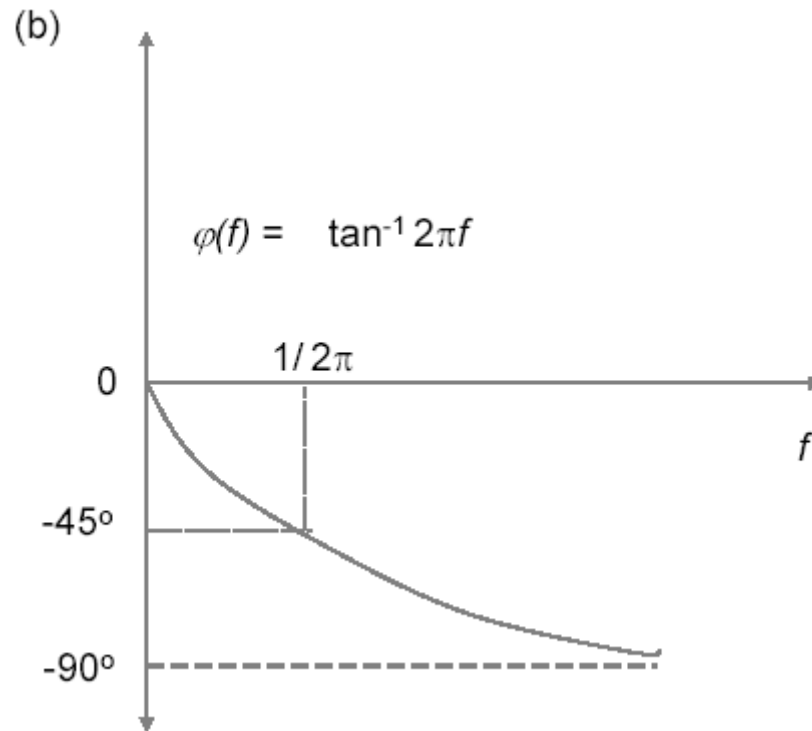
# szerokość pasma

$$W = f_2 - f_1$$



# funkcja przesunięcia fazy

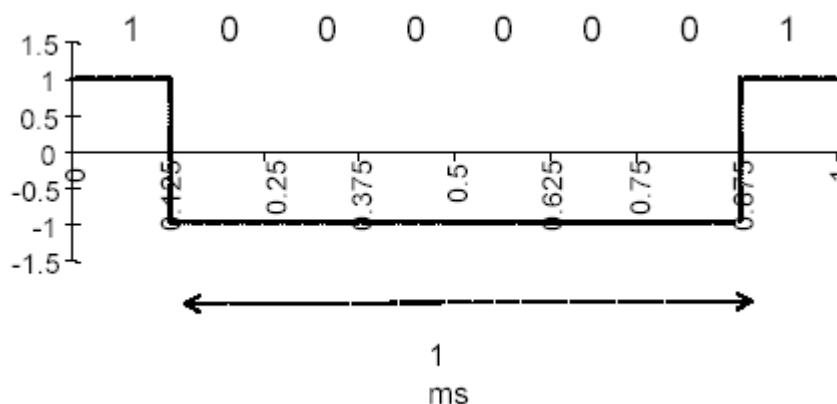
- składniki częstotliwości dla niskich częstotliwości nie są przesunięte w fazie, dla wysokich są, nawet o  $90^\circ$





# wpływ kanału na kształt sygnału wyjściowego

- binarna informacja nadawana z szybkością 8 kb/s
- binarna jedynka to prostokątny impuls o amplitudzie 1 i szerokości 125 ms, binarne 0 to impuls o amplitudzie  $-1$
- wzorzec 10000001 stale powtarzany



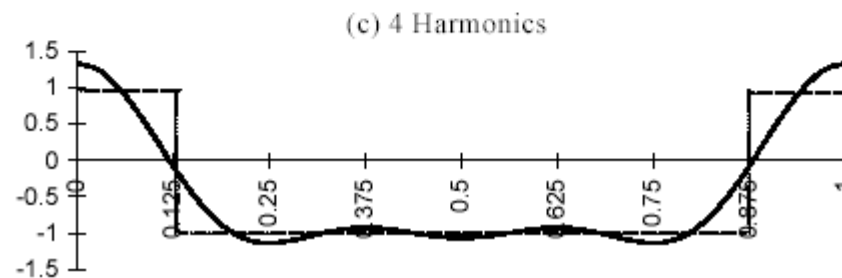
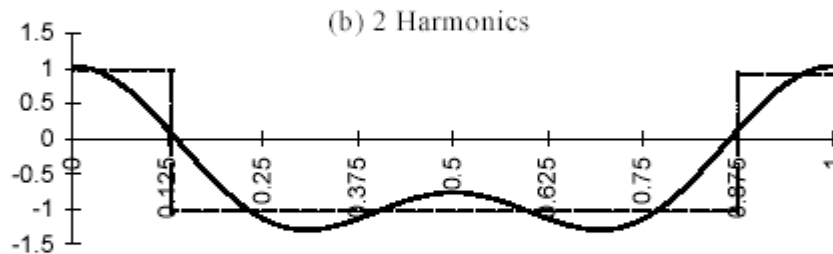
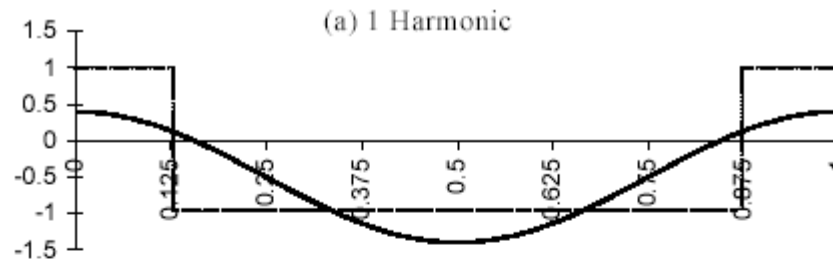
# sygnał periodyczny jako szereg Fouriera

- sinusoidy o częstotliwościach 1000Hz, 2000Hz, 3000Hz:

$$x_3(t) = -0.5 + (4/\pi) \{ \sin(\pi/4) \cos(2\pi 1000t) + \\ + \sin(2\pi/4) \cos(2\pi 2000t) + \sin(3\pi/4) \cos(2\pi 3000t) \}$$

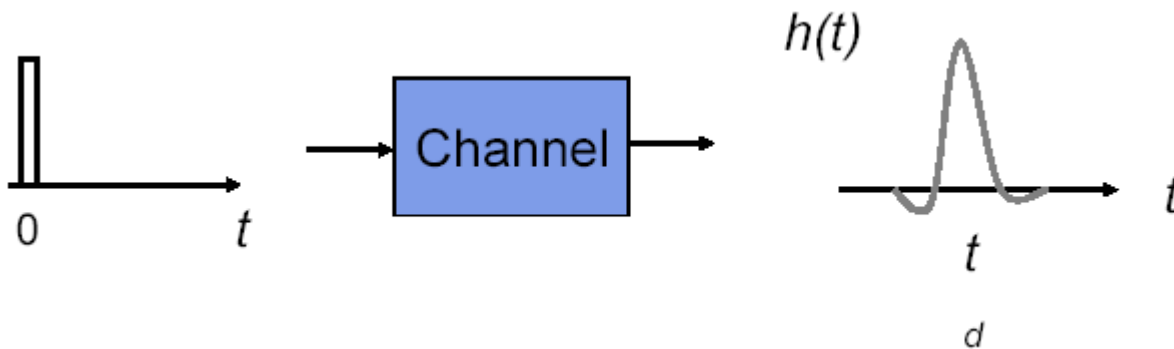
- założmy, że sygnał przesyłany jest przez kanał, w którym  $A(f) = 1$  oraz  $\varphi(f) = 0$  dla  $f$  w zakresie od 0 do  $W$ , a  $A(f) = 0$  poza tym zakresem
- wyjście kanału dla wartości  $W$  (1.5kHz, 2.5kHz i 4.5kHz), które przepuszczają jedynie częstotliwości pierwszej, drugiej i czwartej harmonicznej
- gdy szerokość pasma kanału wzrasta, przepuszczanych jest więcej harmonicznych, i wyjście kanału lepiej aproksymuje wejście

# sygnał periodyczny jako szereg Fouriera



# charakterystyka kanału komunikacyjnego w domenie czasu

- bardzo wąski impuls jest wprowadzony do kanału w chwili  $t=0$ , energia impulsu pojawia się na wyjściu kanału, jako sygnał  $h(t)$  o czas propagacji później
- prędkość propagacji nie może przekroczyć prędkości światła w danym medium
- sygnał  $h(t)$  jest *odpowiedzią impulsową* kanału
- impuls wyjściowy  $h(t)$  jest zawsze rozwleczony w czasie



# charakterystyka kanału komunikacyjnego w domenie czasu

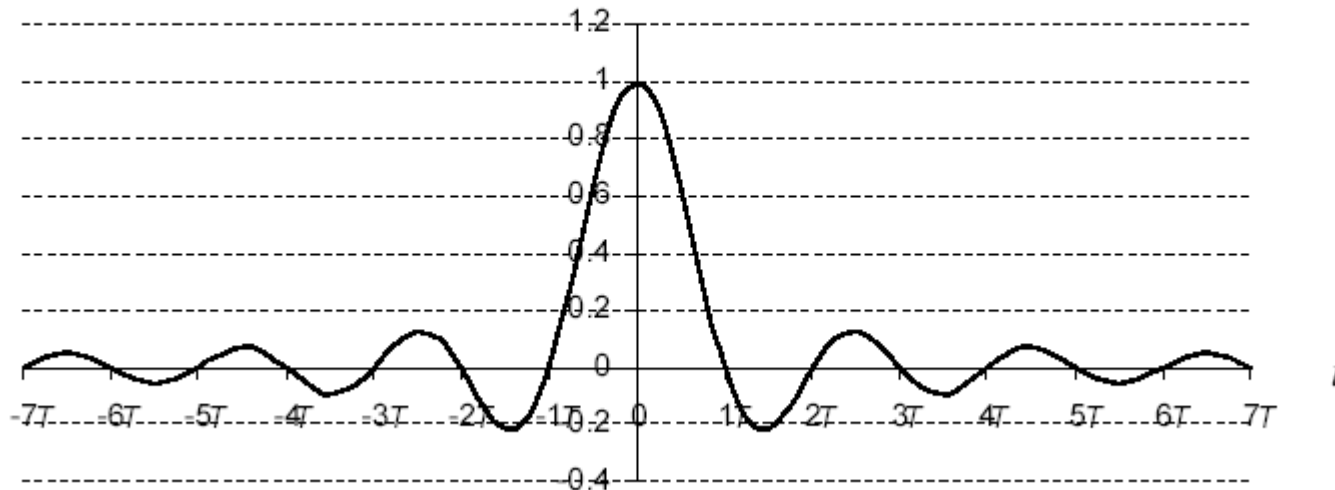
- szerokość impulsu jest wskaźnikiem, jak szybko wyjście podąża za wejściem, i jak szybko impulsy mogą być nadawane przez kanał
- w transmisji cyfrowej interesująca jest maksymalizacja przesłanych impulsów na sekundę, a minimalizacja czasu między kolejnymi impulsami, nie powodująca interferencji między impulsami na wyjściu kanału
- dla idealnego kanału przepuszczającego niskie częstotliwości, o szerokości pasma  $W$ ,  $A(f)=1$  i  $\varphi(f)=2\pi ft$ , odpowiedź systemu wynosi  $h(t) = s(t - t_d)$ , która jest opóźnioną wersją impulsu sygnalizacji:

$$s(t) = \sin(2\pi Wt) / 2\pi Wt$$

# impuls sygnalizacji z zerową interferencją między symbolami

- funkcja  $s(t)$  jest równa 1 dla  $t=0$  i jest równa 0 dla niezerowych całkowitych wielokrotności  $T=1/2W$
- impuls jest w większości ograniczony do przedziału  $[-T, T]$ , stąd jest  $2T = 2/2W = 1/W$  sekund szeroki

$$s(t) = \sin(2\pi Wt) / 2\pi Wt$$



# impuls sygnalizacji z zerową interferencją między symbolami

- kiedy szerokość pasma  $W$  wzrasta, to szerokość impulsu  $s(t)$  maleje, stąd impulsy mogą być umieszczane w kanale z wyższą prędkością
- $h(t)$  jest odpowiedzią na wąski impuls w chwili  $t=0$ , stąd nasz idealny system ma dziwną cechę, że jego wyjście  $h(t) = s(t - t_d)$  przewiduje sygnał podany na wejściu, i zaczyna pojawiać się na wyjściu przed czasem  $t=0$
- w praktyce, taki idealny filtr nie może być zrealizowany, ale jego zmodyfikowana i opóźniona wersja jest implementowana

# podstawowe ograniczenia w transmisji cyfrowej

- transmisja *w paśmie podstawowym* (*baseband*) – transmisja informacji cyfrowej przez kanał niskopasmowy
- jakość transmisji cyfrowej jest określana przez *szybkość transmisji* i *stopę błędów*, czyli przez szerokość pasma i stosunek mocy sygnału do mocy szumu SNR
- transmisja sekwencji binarnej to nadanie impulsu o amplitudzie  $+A$  gdy bit=1, a impulsu o amplitudzie  $-A$ , gdy bit=0
- kanał zniekształca impuls wejściowy i ogranicza zdolność wykrycia polaryzacji impulsu

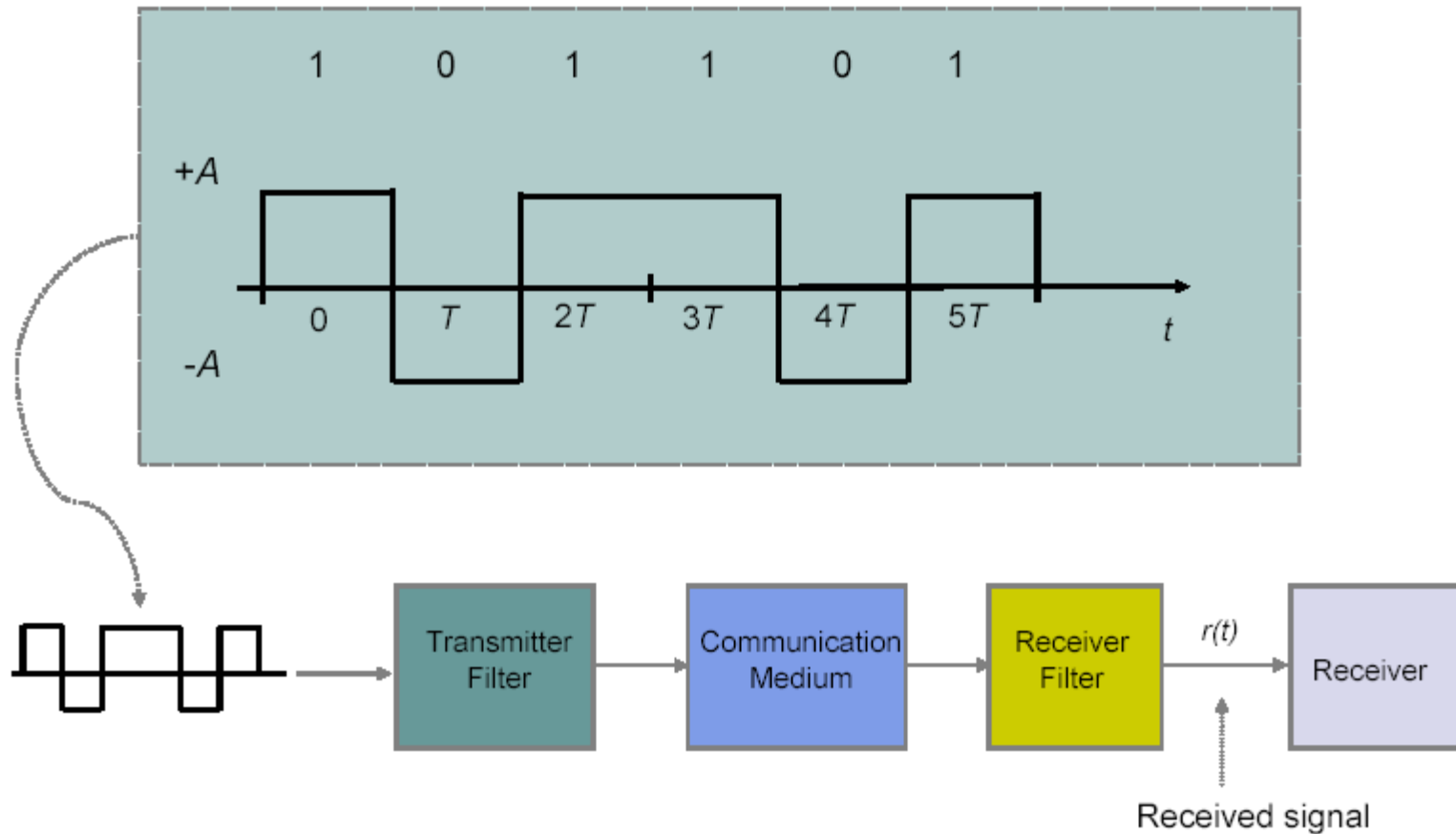


# podstawowe ograniczenia w transmisji cyfrowej

- zajmiemy się problemem zniekształcenia impulsu przez kanał i maksymalizacją szybkości przesyłania impulsów
- każdy impuls na wyjściu jest wynikiem impulsu na wejściu
- impulsy przychodzące do odbiornika mogą być upakowane jak najciaśniej, jeżeli są odpowiednio ukształtowane przez filtry w nadajniku i w odbiorniku
- niech  $p(t)$  będzie podstawowym impulsem, który pojawia się w odbiorniku, po przejściu przez filtr nadajnika, kanał komunikacyjny i filtr odbiornika

# podstawowe ograniczenia w transmisji cyfrowej

- 



# podstawowe ograniczenia w transmisji cyfrowej

- pierwszy impuls jest odebrany i centrowany dla  $t=0$
- jeżeli wejście to 1, odbieramy  $+Ap(t)$ , jeżeli wejście to 0, odbieramy  $-Ap(t)$
- zakładamy, że opóźnienie propagacji wynosi 0
- aby określić, co nadano, odbiornik bada odebrany sygnał w chwili  $t=0$ , jeżeli próbka jest dodatnia, odbiornik uznaje to za 1, jeżeli ujemna, za 0
- co każde  $T$  sekund, nadajnik nadaje kolejny bit, nadając impuls o odpowiednie polaryzacji
- drugi bit jest nadany w czasie  $t=T$  i ma postać  $+Ap(t-T)$  albo  $-Ap(t-T)$

# podstawowe ograniczenia w transmisji cyfrowej

- odbiornik bada sygnał w czasie  $t = T$
- ale impulsy są częścią sekwencji, a sygnał pojawiający się w odbiorniku jest *sumą* wszystkich wejść:

$$r(t) = \sum_k A_k p(t - kT)$$

- gdzie  $A_k$  jest określone przez polaryzację  $k$ -tego sygnału
- kiedy odbiornik bada sygnał w chwili  $t=0$ , to mierzy:

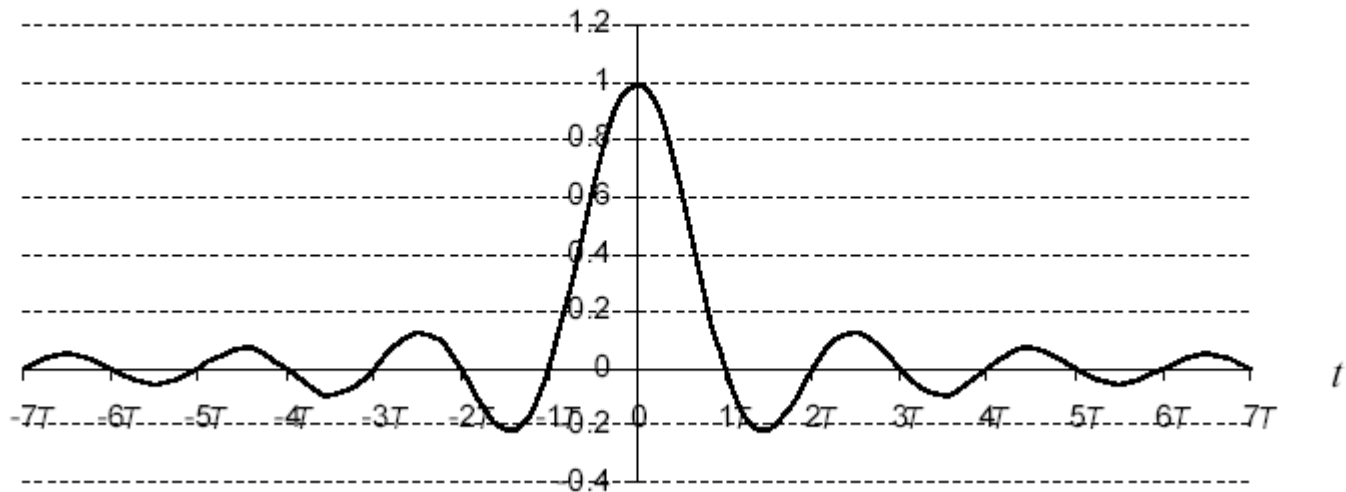
$$r(0) = A_0 p(0) + \sum_{k \neq 0} A_k p(t - kT)$$

# podstawowe ograniczenia w transmisji cyfrowej

- innymi słowy, odbiornik musi walczyć z interferencją między symbolami od wszystkich impulsów
- zauważmy, że składniki sumy znikają, jeżeli stosujemy impuls, przecinający oś odciętych w chwilach  $t = kT$  dla niezerowych całkowitych  $k$
- taki impuls jest przykładem *impulsu Nyquista*, który ma cechę zerowej interferencji między symbolami w chwilach  $t = kT$ , w odbiorniku

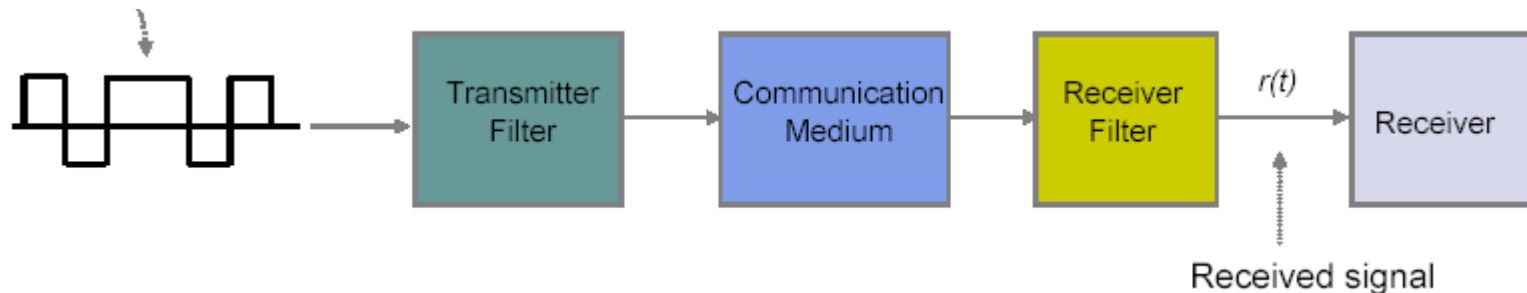
# przykład impulsu Nyquista

$$s(t) = \sin(2\pi Wt) / 2\pi Wt$$

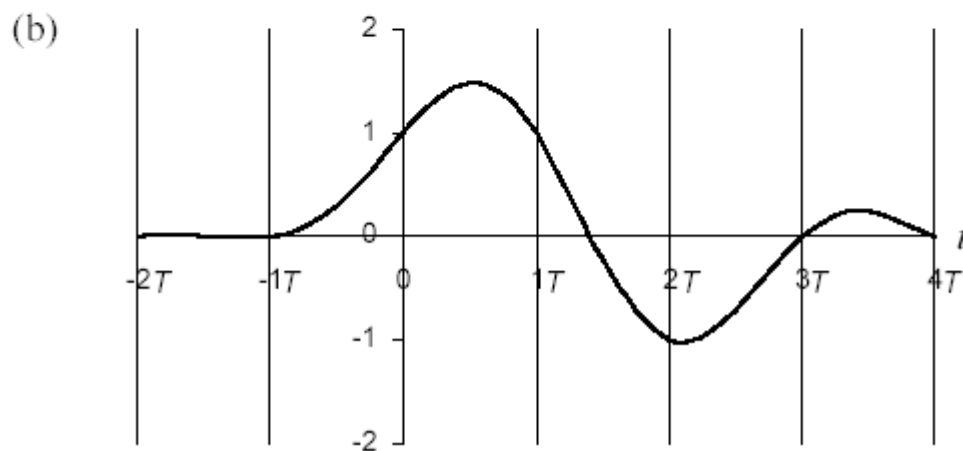
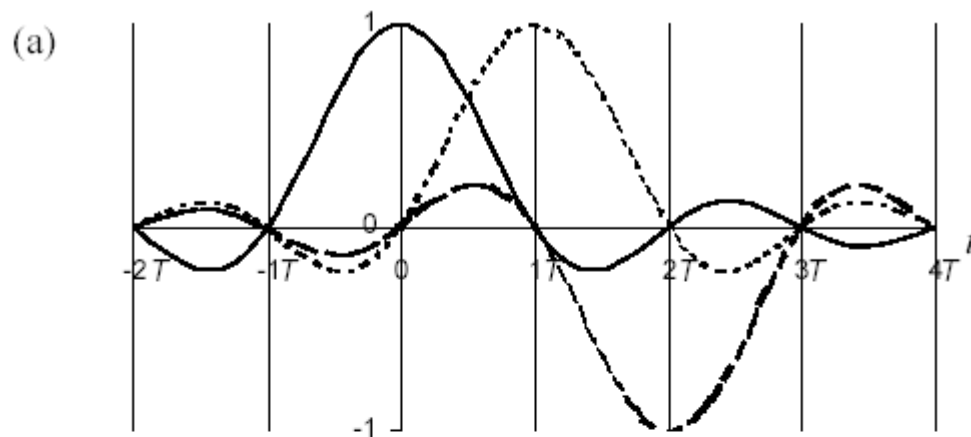


# odpowieź systemu na wejście 110

- trzy impulsy odpowiadające wejściu 110: oddzielnie i zsumowane
- sygnał zsumowany ma poprawne wartości dla:  $t=0, 1$  i  $2$
- system transmisji nadaje bity co  $T$  sekund, gdzie  $T = 1/2W$  a  $W$  jest szerokością pasma całego systemu:



# odpowieź systemu na wejście 110



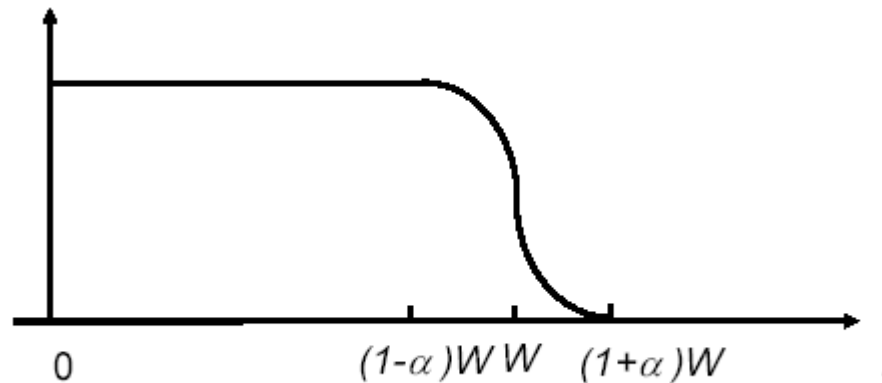


# szybkość sygnalizacji Nyquista

- jeżeli  $W=1\text{MHz}$ , impulsy są nadawane co każde  $T=1/2000000 = 0.5\mu\text{s}$ , co odpowiada szybkości 2000000 impulsów/sekundę. Z każdym impulsem przesyłany jest jeden bit, stąd szybkość transmisji wynosi 2Mb/s
- szybkość sygnalizacji Nyquista:
$$r_{\max} = 2W \text{ impulsów/sekundę}$$
- szybkość Nyquista  $r_{\max}$  jest maksymalną szybkością sygnalizacji, osiągalną w idealnym kanale niskopasmowym, bez interferencji między symbolami
- idealnego kanału nie da się zrealizować w praktyce

# szybkość sygnalizacji Nyquista

- inny impuls, mające zerową interferencję między symbolami – funkcja odpowiedzi amplitudy dla takiego impulsu:



- wprowadzono region przejścia o symetrii nieparzystej
- lepsze filtry
- problem synchronizacji (próbkowania sygnału w odbiorniku w innych momentach)

# pojemność kanału wg Shannona

- dotychczas zakładaliśmy, że impuls ma dwie wartości 0 albo 1
- impulsy mogą mieć więcej poziomów wartości
- *transmisja wielowartościowa*: informacja binarna jest przesyłana w systemie, który ma  $2^m$  różnych poziomów impulsu wejściowego
- sekwencja binarna jest podzielona na grupy  $m$  bitów
- co każde  $T$  sekund, nadajnik przyjmuje grupę  $m$  bitów, te  $m$  bitów wyznacza unikalną amplitudę impulsu, będącym wejściem do systemu
- tak długo jak szybkość sygnalizacji nie przekracza szybkości Nyquista  $2W$ , interferencja między symbolami jest zerowa, i mierząc wyjście, jesteśmy w stanie określić wejście

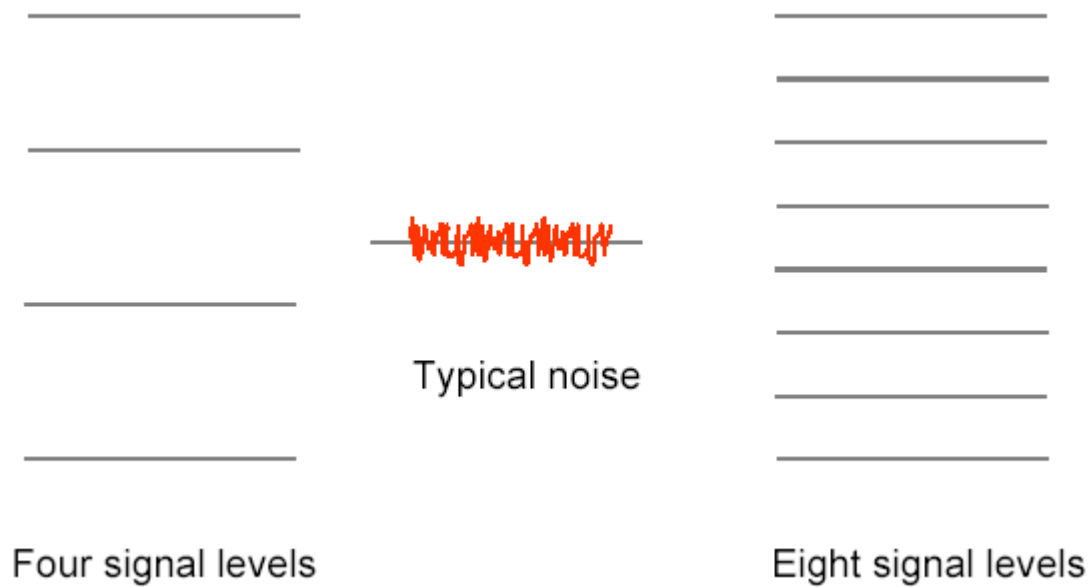
# pojemność kanału wg Shannona

- jeżeli założymy, że nadajemy  $2W$  impulsów/sekundę, na kanale o szerokości pasma  $W$ , i jeżeli liczba wartości amplitudy jest  $2^m$ , to szybkość transmisji systemu jest:

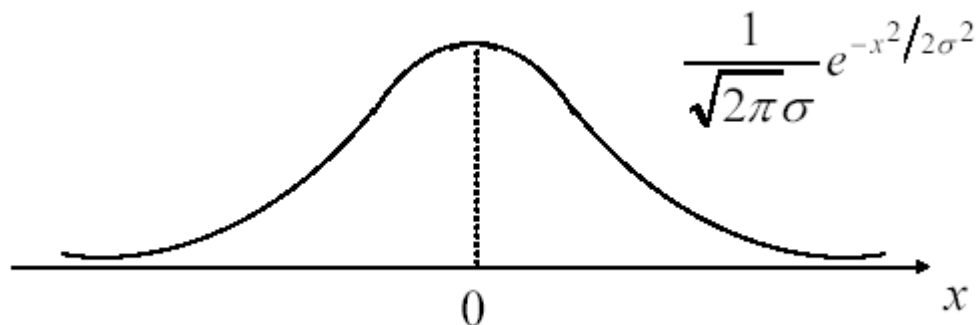
$$R = 2W \text{ impulsów/s} \times m \text{ b/impuls} = 2Wm \text{ b/s}$$

- w praktyce nie można przydzielić dowolnej liczby poziomów, ze względu na dokładność pomiaru i obecność losowego szumu
- aby zminimalizować błędy decyzji, musimy utrzymać minimalną odległość między amplitudami

# dokładność pomiaru przy obecności szumu

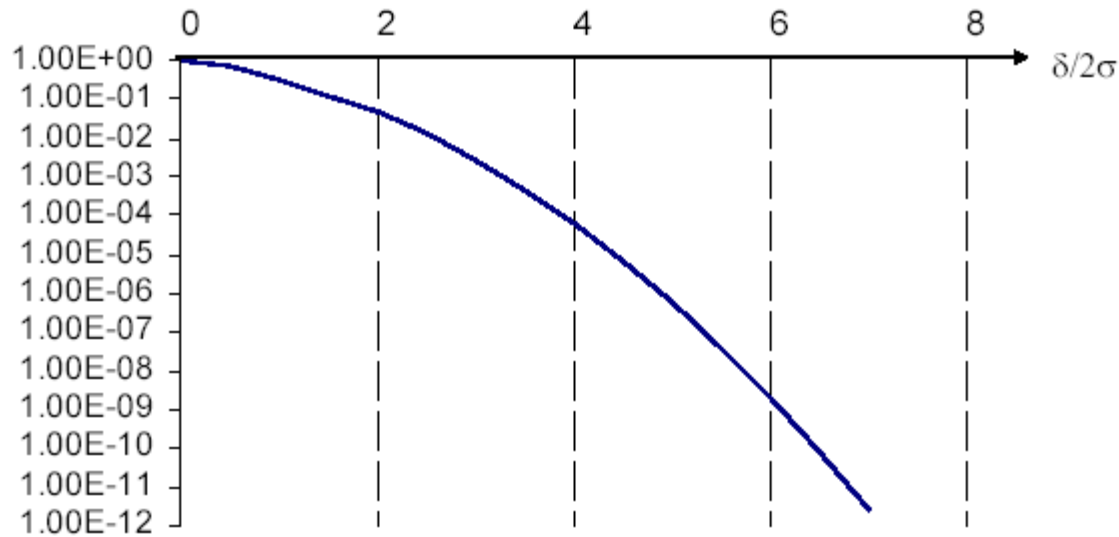


# gaussowska funkcja gęstości prawdopodobieństwa amplitud szumu



# prawdopodobieństwo błędu wewnętrznego poziomu sygnału

- $\delta$  separacja między poziomami
- $\sigma$  odchylenie standardowe szumu



# pojemność kanału wg Shannona

- parametry wpływające na efektywność transmisji: szerokość pasma i SNR
- maksymalna osiągalna szybkość transmisji, dla której jest możliwa niezawodna transmisja, w idealnym kanale, o szerokości pasma  $W$  i stosunku mocy sygnału do szumu SNR
- niezawodna = o pomijalnym błędzie
- szum ma gaussowską charakterystykę

$$C = W \log_2 (1 + \text{SNR}) \text{ b/s}$$



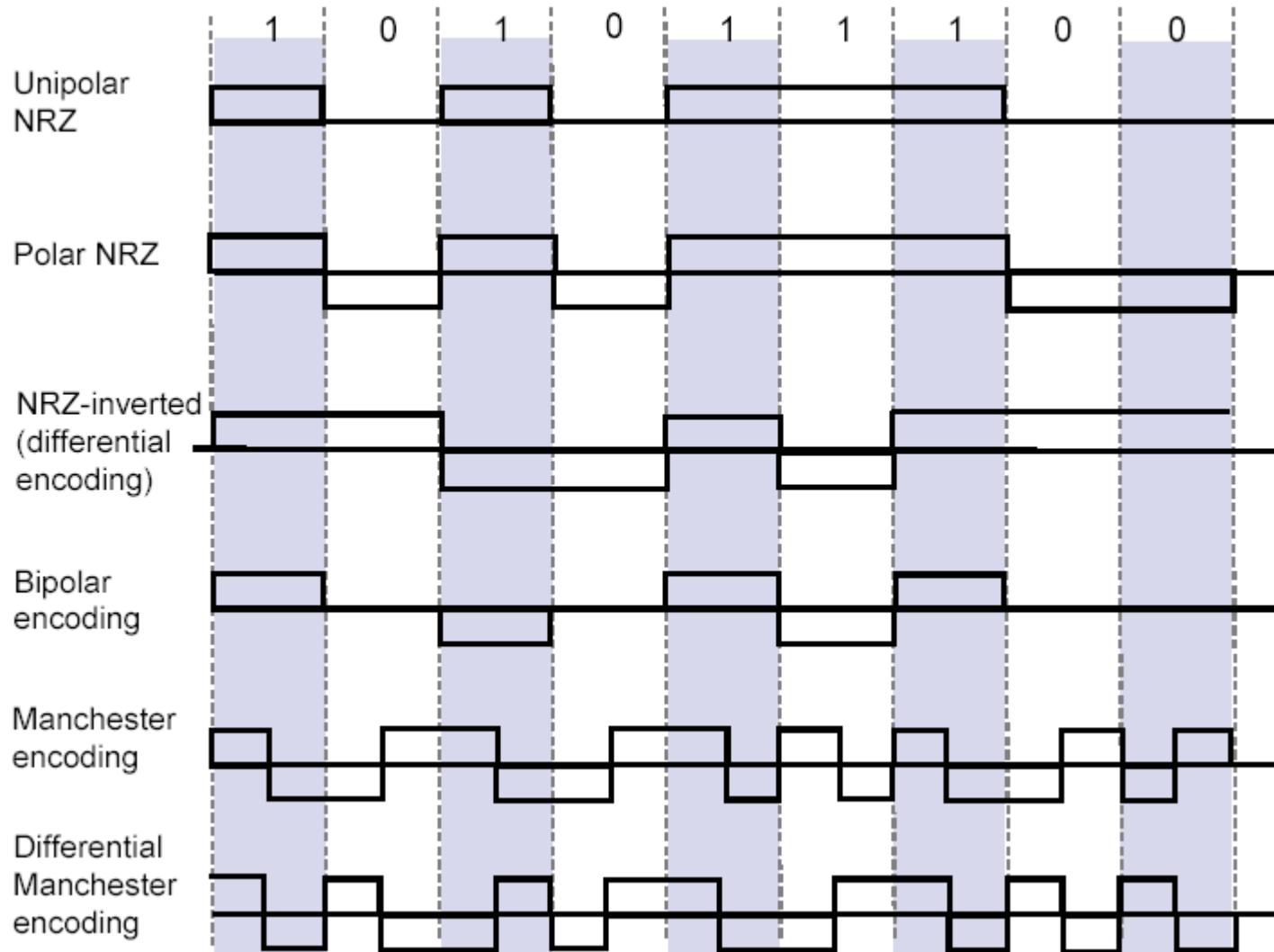
# pojemność kanału wg Shannona a modem 56kb/s

- $\text{SNR} = 40\text{dB}$  wtedy  $C = 45.2 \text{ kb/s}$
- $33.6 \text{ kb/s}$  do sieci, konwersja analogowo-cyfrowa, konwersja do PCM na wejściu do sieci telefonicznej
- od dostawcy ISP do użytkownika sygnał już jest cyfrowy, stąd  $56 \text{ kb/s}$

# kodowanie w łączy

- kodowanie w łączy jest to jest metodą przekształcania sekwencji informacji binarnej w sygnał cyfrowy w cyfrowym systemie komunikacyjnym
- maksymalizacja szybkości transmisji jest główną sprawą w transmisji cyfrowej, gdy rozważamy szerokość pasma
- w sieciach lokalnych również ważna jest łatwość odzyskania synchronizacji z sygnału
- wiele systemów nie przenosi składnika prądu stałego i składników niskiej częstotliwości
- niektóre metody kodowania mają wbudowane mechanizmy kontroli błędów
- złożoność i koszt implementacji kodowania mają wpływ na aplikacje

# kodowanie sekwencji 101011100



warstwa fizyczna

# kodowanie w łączy

- kodowanie jednobiegunowe NRZ, 1 to napięcie  $+A$ , 0 to napięcie 0, średnia moc przesyłana, gdy prawdopodobieństwo 0 i 1 = 1/2:

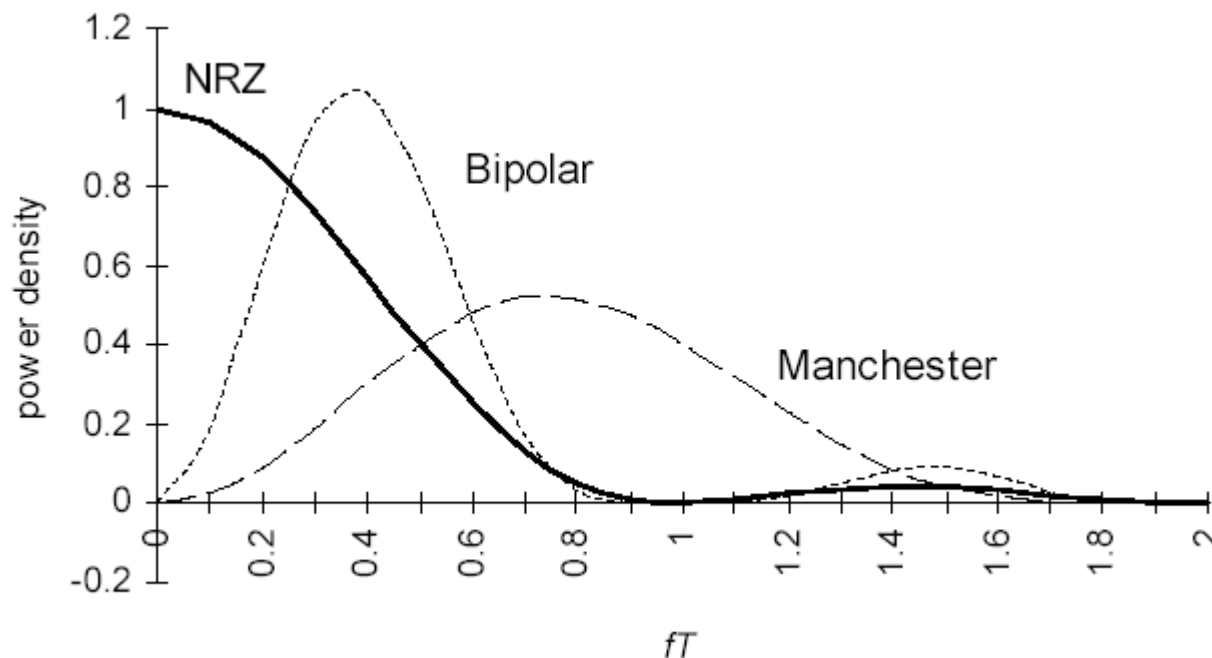
$$(1/2)A^2 + (1/2)0^2 = A^2/2$$

- kodowanie biegunowe NRZ, 1 to  $A/2$ , 0 to  $-A/2$ , średnia moc przesyłana (efektywniejsze):

$$(1/2)(+A/2)^2 + (1/2)(-A/2)^2 = A^2/4$$

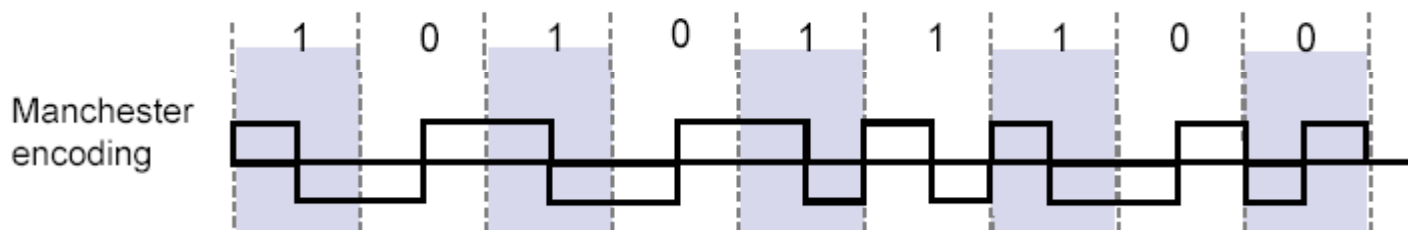
- kodowanie NRZ niedobre dla systemów nie przenoszących niskich częstotliwości (patrz spektrum częstotliwości), dlatego wprowadza się kodowanie dwubiegunowe (bipolar)

# spektrum częstotliwości dla różnych kodów



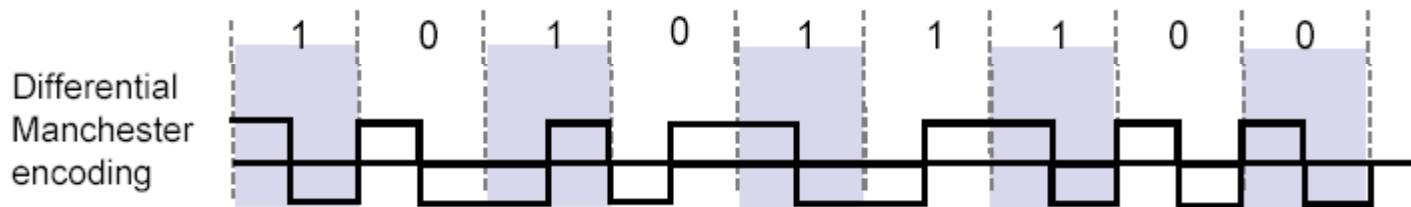
# kodowanie w Ethernetie

- w sieciach lokalnych, gdzie odległości są małe, efektywność wykorzystania szerokości pasma jest mniej istotna, istotne jest poprawne odzyskanie synchronizacji
- *kodowanie manczesterskie*: 1 to przejście od  $A/2$  do  $-A/2$  w środku przedziału bitu, 0 to przejście od  $-A/2$  do  $A/2$  w środku przedziału bitu
- przejście w środku przedziału bitu ułatwia odzyskanie synchronizacji (zegara)



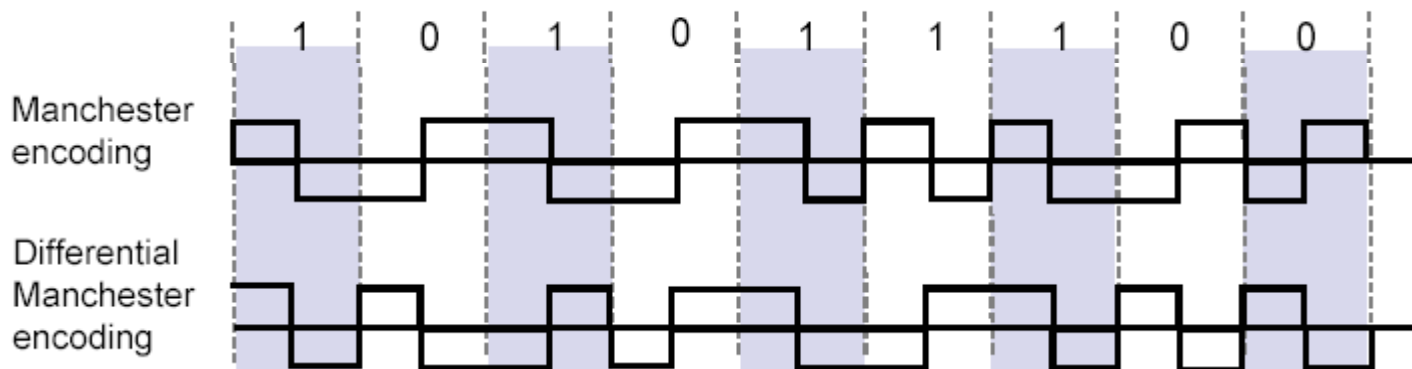
# kodowanie w pierścieniu ze znacznikiem

- *różnicowe kodowanie manczesterskie*, pozostawia przejście między poziomami w środku przedziału bitu
- sekwencja binarna jest odwzorowana na obecność albo nieobecność przejścia na początku przedziału bitu
- binarne 0: przejście na początku przedziału, binarne 1: brak tego przejścia



# kodowanie manczesterskie

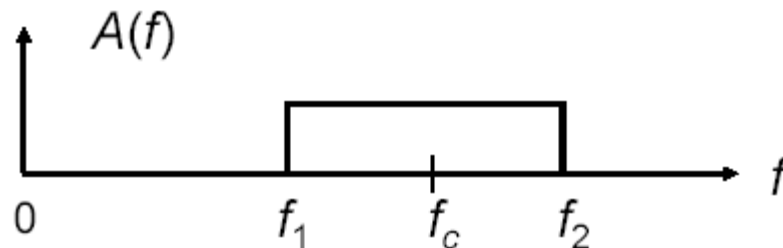
- transmisja dwóch impulsów dla każdego bitu
- binarne 0 odwzorowane w parę 01, binarne 1 odwzorowane w parę 10
- kod  $mBnB$ ,  $m=1$ ,  $n=2$ ,  $m$  liczba bitów informacyjnych, jest odwzorowane w  $n>m$  bitów kodowanych
- cel: odzyskiwanie zegara
- w światłowodach impuls albo dodatni, albo zero
- FDDI 4B5B, Gigabit Ethernet 8B10B





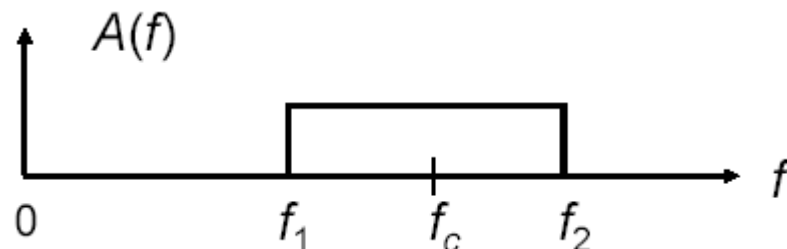
# modemy i modulacja cyfrowa

- rozważymy kanały pasmowe, które nie przekazują niższych częstotliwości, a przekazują sygnały w zakresie częstotliwości  $f_1$  do  $f_2$
- szerokość pasma  $W = f_2 - f_1$
- przeanalizujemy zastosowanie modulacji do nadania informacji cyfrowej na takim kanale
- funkcja modulacji: wytworzenie sygnału zawierającego sekwencję informacyjną i zajmującego częstotliwości w zakresie przepuszczanym przez kanał
- funkcję taką realizuje *modem*



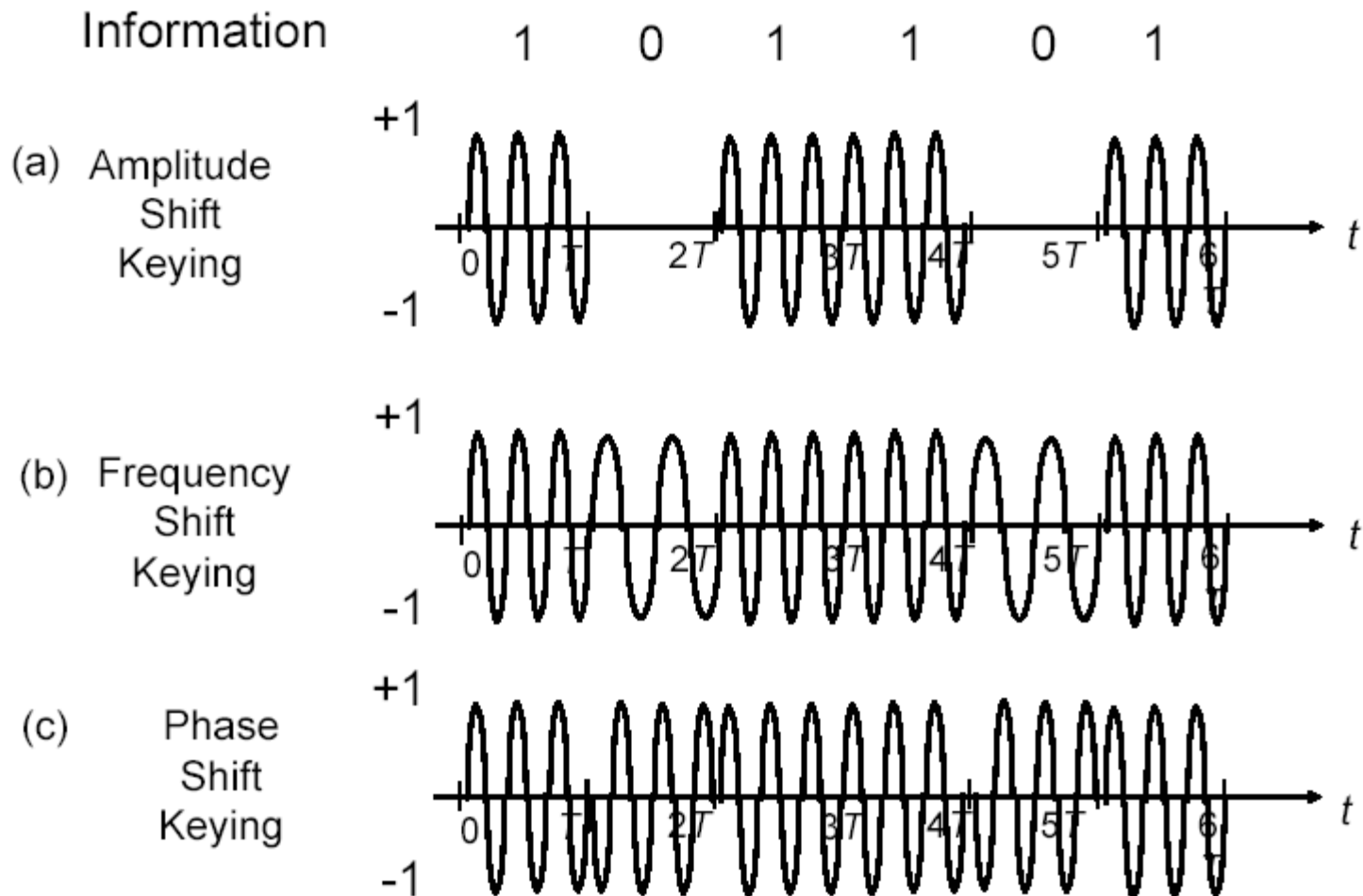
# zasady modulacji cyfrowej

- niech  $f_c$  będzie częstotliwością w środku szerokości pasma kanału:  $f_c = (f_1 + f_2)/2$



- sygnał sinusoidalny  $\cos(2\pi f_c t)$  całą swoją moc ma zlokalizowaną w tej częstotliwości  $f_c$
- różne schematy modulacji umieszczają binarną sekwencję informacyjną w transmitowanym sygnale zmieniając albo modulując pewne atrybuty sygnału
- techniki modulacji: modulacja amplitudy ASK, modulacja częstotliwości FSK, modulacja fazy PSK

# techniki modulacji



# techniki modulacji

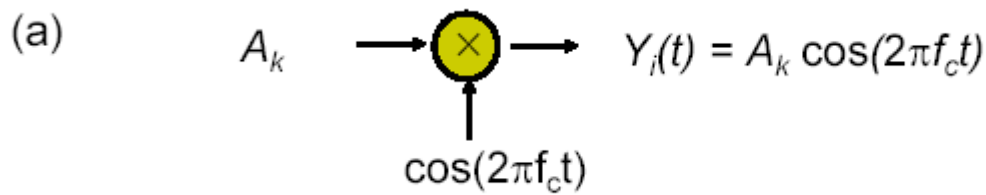
- w ASK sygnał sinusoidalny jest włączany i wyłączany zgodnie z sekwencją informacyjną – demodulator jedynie określa obecność sinusoidy w danym przedziale
- w FSK, częstotliwość sygnału jest zmieniana zgodnie z sekwencją informacyjną: dla bitu równego 0, sinusoida ma  $f_1 = f_c - \varepsilon$ , dla bitu równego 1,  $f_2 = f_c + \varepsilon$ 
  - demodulator określa, która z tych częstotliwości występuje

# techniki modulacji

- w PSK, faza sygnału jest zmieniana zgodnie z sekwencją informacyjną: binarne 0 jest transmitowane przez  $\cos(2\pi f_c t + \pi)$ , binarne 1 jest transmitowane przez  $\cos(2\pi f_c t)$
- ponieważ  $\cos(2\pi f_c t + \pi) = -\cos(2\pi f_c t)$ , to PSK jest równoważne mnożeniu sygnału sinusoidalnego przez +1, gdy informacją jest 1 i przez -1, gdy informacją jest 0
- demodulator określa fazę odbieranej sinusoidy względem pewnej fazy odniesienia
- dalej rozpatrujemy jedynie techniki modulacji fazy

# binarna modulacja fazy

- transmisja binarnej sekwencji informacyjnej przez idealny kanał pasmowy za pomocą PSK
- interesuje nas technika modulacji, osiągająca szybkości impulsów porównywalne do sygnalizacji Nyquista w kanale niskopasmowym
- przesyłamy binarne 1 za pomocą sinusoidy o amplitudzie  $+A$ , a 0 za pomocą sinusoidy o amplitudzie  $-A$
- modulator: co każde  $T$  sekund, modulator akceptuje bit informacji binarnej i dopasowuje amplitudę:



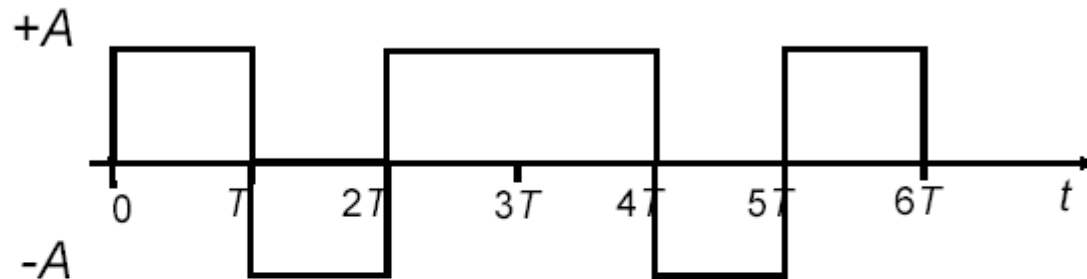
# binarna modulacja fazy

- w rezultacie, modulator nadaje  $T$  sekundowe segmenty sygnału jako  $+A\cos(2\pi f_c t)$  gdy bitem jest 1, a  $-A\cos(2\pi f_c t)$ , gdy bitem jest 0
- modulowany sygnał nie jest czystą sinusoidą, ale częstotliwość  $f_c$  pozostaje:

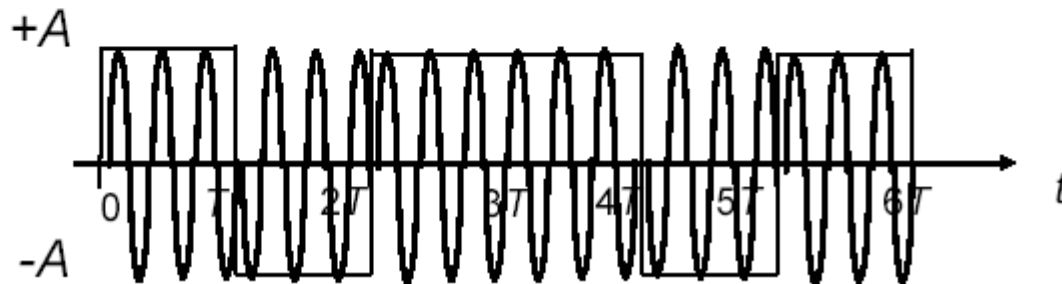
(a) Information

1      0      1      1      0      1

(b) Baseband  
signal  $X_i(t)$

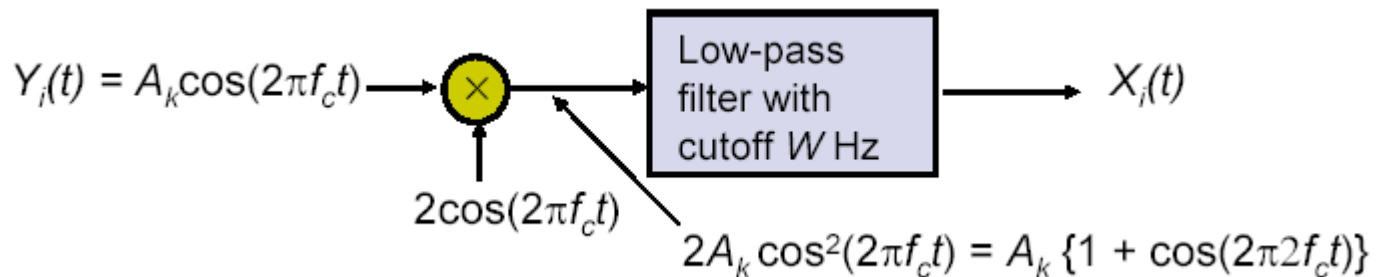


(c) Modulated  
signal  $Y_i(t)$



# binarna modulacja fazy

- czyli moc sygnału skupiona wokół  $f_c$ , nadal zmieści się w paśmie kanału
- monitorując polaryzację sygnału w przedziałach  $T$  sekund, odbiornik może odzyskać oryginalną sekwencję
- mnożymy modulowany sygnał  $Y(t)$  przez  $2\cos(2\pi f_c t)$ , otrzymujemy  $+2A\cos^2(2\pi f_c t)$ , jeżeli bitem jest 1,  $-2A\cos^2(2\pi f_c t)$ , jeżeli bitem jest 0



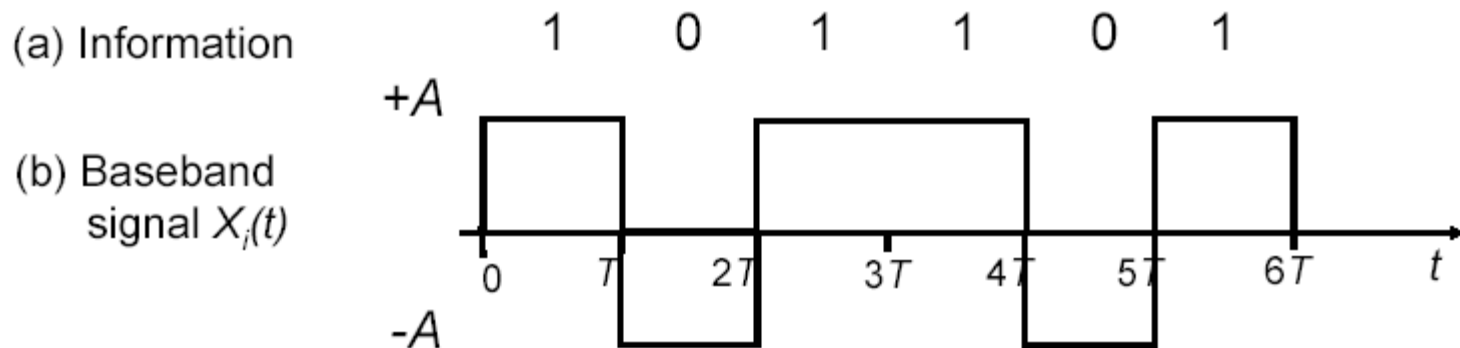


# binarna modulacja fazy

- ponieważ  $2A\cos^2(2\pi f_c t) = (1 + \cos(4\pi f_c t))$ , wtedy sygnałem po mnożeniu jest:

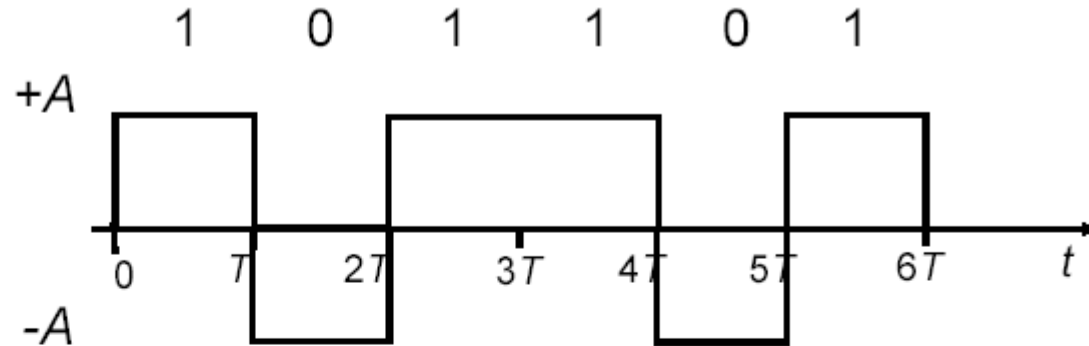


- sygnał ten jest przepuszczany przez filtr, dając sygnał oryginalny  $X_i(t)$



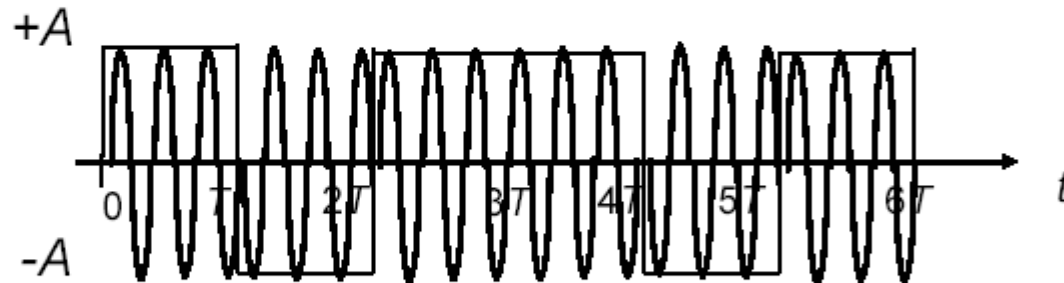
# binarna modulacja fazy

(a) Information

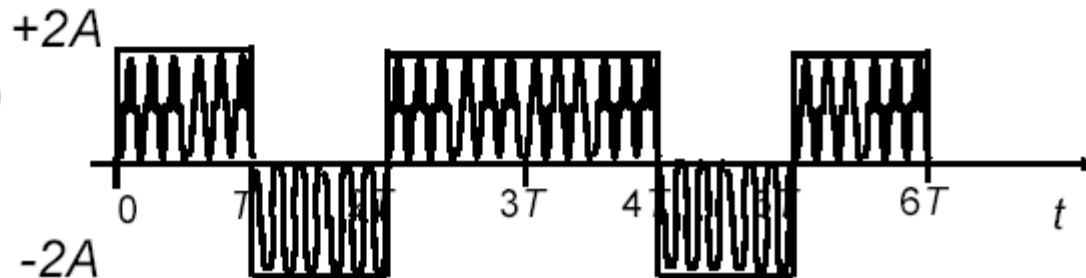


- (b) Baseband signal  $X_i(t)$

(c) Modulated signal  $Y_i(t)$

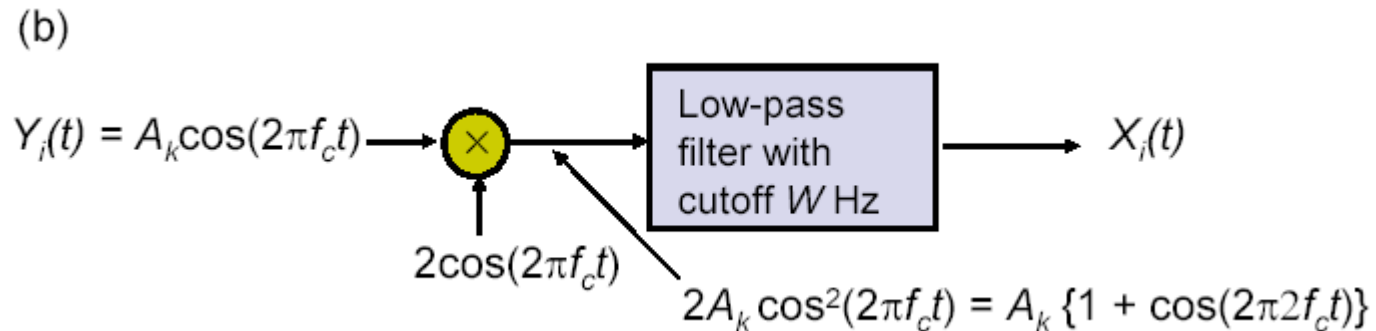
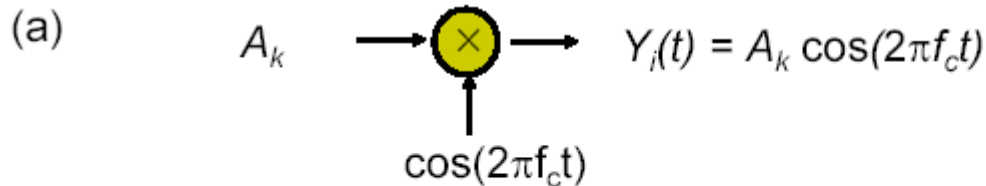


(d)  $2Y_i(t) \cos(2\pi f_c t)$



# modulator i demodulator

- **modulator**: moduluje  $\cos(2\pi f_c t)$  mnożąc go przez  $A_k$ , dla  $(k-1)T < t < kT$



- **demodulator**: odzyskuje  $A_k$  mnożąc  $Y_i(t)$  przez  $\cos(2\pi f_c t)$  i filtrując przez filtr dolnoprzepustowy

# kwadraturowa modulacja amplitudy

- z szybkości sygnalizacji Nyquista wiemy, że dla kanału niskopasmowego o szerokości  $W$  Hz, maksymalna szybkość sygnalizacji wynosi:

**$2W$  impulsów/sekundę**

- pokazaliśmy, że system, opisany przed chwilą, może nadawać jedynie  $W$  impulsów na sekundę przez kanał pasmowy o szerokości pasma  $W$
- stąd, schemat ten osiąga jedynie połowę szybkości sygnalizacji przypadku niskoprzepustowego
- pokażemy, jak można odzyskać współczynnik 2 stosując kwadraturową modulację amplitudy QAM

# kwadraturowa modulacja amplitudy

- założmy, że mamy oryginalny strumień informacji, generujący symbole z szybkością  $2W$  symboli/sek
- w QAM dzielimy oryginalny strumień na dwie sekwencje, które składają się z nieparzystych i parzystych symboli, odpowiednio  $B_k$  i  $A_k$ , każda ma teraz szybkość  $W$  symboli/sek
- założmy, że bierzemy sekwencję parzystą  $A_k$ , i wytwarzamy sygnał modulowany, mnożąc ją przez  $\cos(2\pi f_c t)$ , mamy wtedy  $Y_i(t) = A_k \cos(2\pi f_c t)$  na przedział  $T$ -sekundowy
- sygnał modulowany znajduje się w paśmie kanału przepuszczającego pasmo

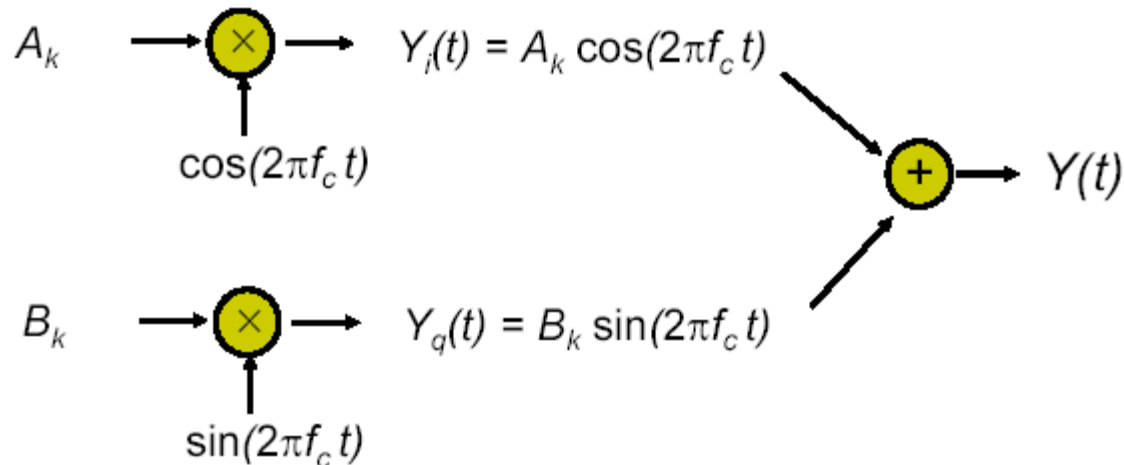
# kwadraturowa modulacja amplitudy

- założmy, że bierzemy sekwencję nieparzystą  $B_k$ , i wytwarzamy inny sygnał modulowany, mnożąc ją przez  $\sin(2\pi f_c t)$ , mamy wtedy  $Y_q(t) = B_k \sin(2\pi f_c t)$  na przedział  $T$ -sekundowy
- ten sygnał modulowany znajduje się w paśmie kanału przepuszczającego pasmo
- w końcu uzyskujemy złożony sygnał modulowany, dodając  $Y_i(t)$  i  $Y_q(t)$ :

$$Y(t) = Y_i(t) + Y_q(t) = A_k \cos(2\pi f_c t) + B_k \sin(2\pi f_c t)$$

# modulator QAM

- modulacja  $\cos(2\pi f_c t)$  i  $\sin(2\pi f_c t)$ : mnożenie ich odpowiednio przez  $A_k$  i  $B_k$ , dla  $(k-1)T < t < kT$



# kwadraturowa modulacja amplitudy

- wyznaczone równanie:

$$Y(t) = Y_i(t) + Y_q(t) = A_k \cos(2\pi f_c t) + B_k \sin(2\pi f_c t)$$

pokazuje, że wygenerowaliśmy dwuwymiarowy schemat modulacji,  $A_k$  jest składnikiem *fazowym*,  $B_k$  jest składnikiem *kwadraturowym*

- sygnał  $Y(t)$  będzie przesłany bez zniekształceń przez liniowy kanał pasmowy
- oryginalny informację odzyskuje się po stronie odbiorczej, korzystając z zależności:

$$2\cos^2(2\pi f_c t) = 1 + \cos(4\pi f_c t)$$

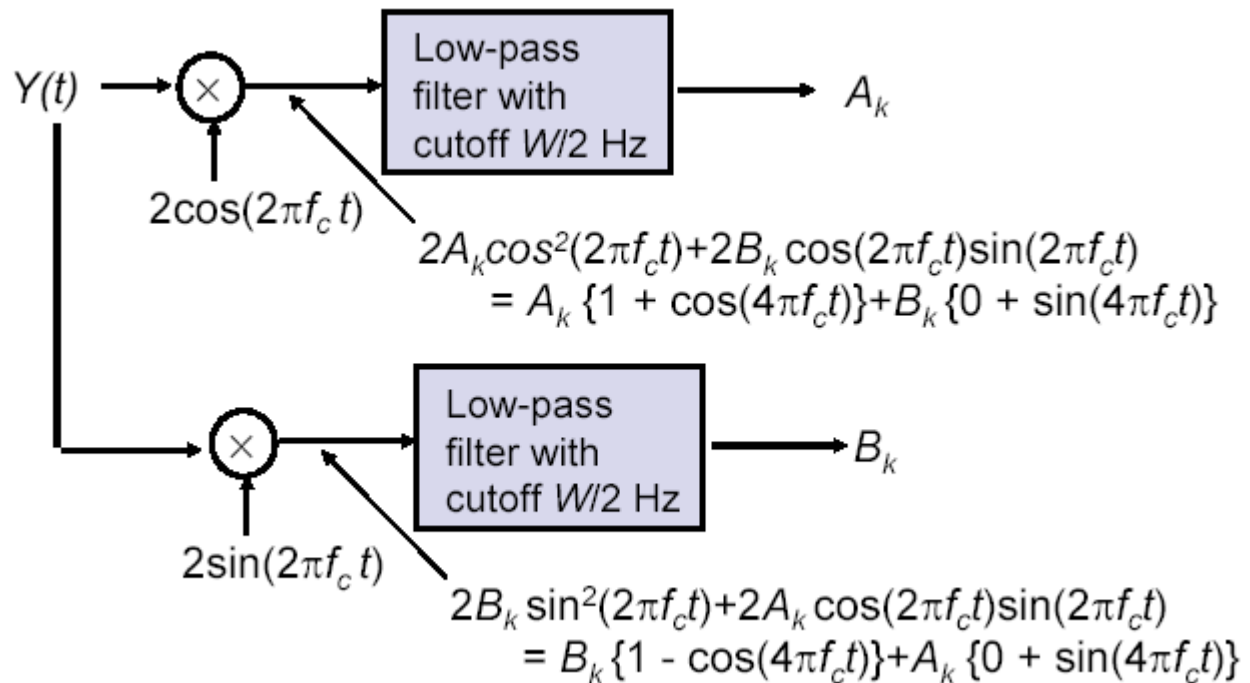
$$2\sin^2(2\pi f_c t) = 1 - \cos(4\pi f_c t)$$

$$2\cos(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_c t) = \sin(4\pi f_c t)$$

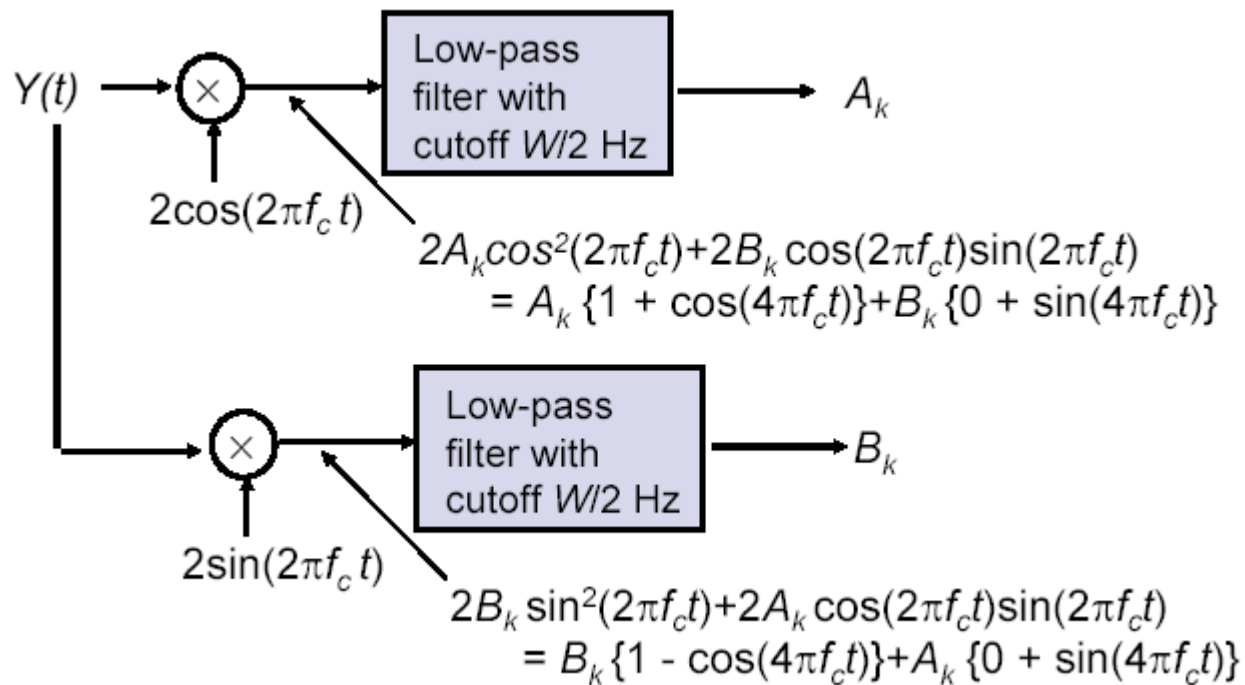


# odzyskanie informacji w QAM

- mnożąc  $Y(t)$  przez  $2\cos(2\pi f_c t)$  i filtrując uzyskany sygnał filtrem niskopasmowym, otrzymuje się  $A_k$ , składnik „uboczny”  $B_k(t) \sin(4\pi f_c t)$  jest odfiltrowany
- podobnie, mnożąc  $Y(t)$  przez  $2\sin(2\pi f_c t)$  i filtrując uzyskany sygnał filtrem niskopasmowym, otrzymuje się  $B_k$



# demodulator QAM

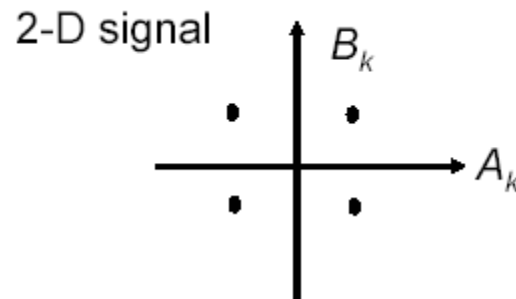


# podsumowanie QAM

- stąd QAM jest systemem dwuwymiarowym, który osiąga szybkość sygnalizacji  $2W$  impulsów/sekundę przez kanał pasmowy o szerokości pasma  $W$  Hz
- ten wynik odpowiada zachowaniu się procedury sygnalizacji Nyquista
- dwuwymiarowy charakter schematu sygnalizacji, można wykorzystać do narysowania różnych kombinacji poziomów, dopuszczalnych w danym przedziale  $T$  sekund (gdzie  $T=1/W$ )
- składnik mnożący funkcję cosinus może przyjąć wartość  $+A$  i  $-A$ , składnik mnożący funkcję sinus też
- mogą wystąpić cztery kombinacje tych wartości: stąd cztery punkty na płaszczyźnie, zwane dalej *konstelacją sygnału*

# konstelacja sygnału 4-punktowa

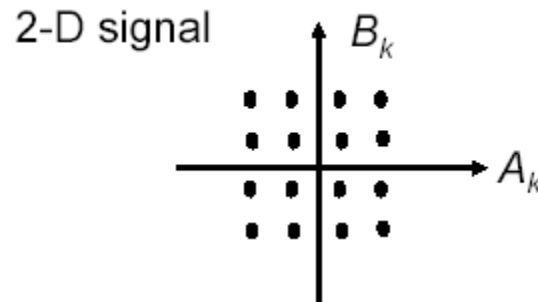
- w każdym  $T$ -sekundowym przedziale, tylko jeden z czterech punktów może być użyty, stąd w każdym takim przedziale nadajemy 2 bity informacji



(a) 4 "levels"/pulse  
2 bits/pulse  
 $2W$  bits/second

# konstelacja sygnału 16-punktowa

- zwiększamy liczbę nadawanych bitów, zwiększając liczbę stosowanych poziomów
- na przykład, gdy składnik mnożący funkcję cosinus i sinus przyjmuje cztery poziomy, wtedy uzyskuje się konstelację 16-punktową
- w każdym  $T$ -sekundowym przedziale, tylko jeden z 16 punktów może być użyty, stąd w każdym takim przedziale nadajemy 4 bity informacji



(b) 16 "levels"/ pulse  
4 bits/pulse  
4W bits/second

# jednoczesna modulacja amplitudy i fazy w QAM

- inne podejście do QAM:

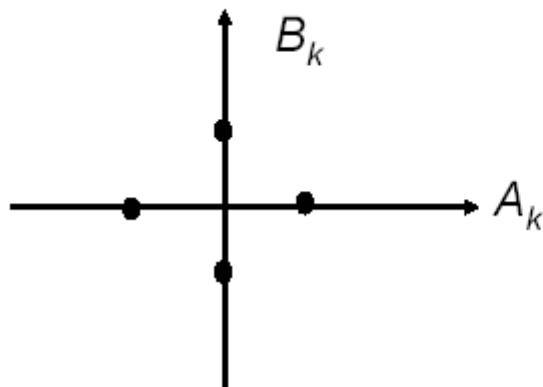
$$\begin{aligned} A_k \cos(2\pi f_c t) + B_k \sin(2\pi f_c t) &= \\ &= (A_k^2 + B_k^2)^{1/2} \cos(2\pi f_c t + \tan^{-1} B_k/A_k) \end{aligned}$$

- każdy punkt konstelacji ma specyficzną amplitudę i fazę
- aby utworzyć odpowiednią konstelację, modyfikuje się nieznacznie powyższy schemat
- gdy konstelacja ma  $2^m$  punktów, nadajnik przyjmuje  $m$  bitów informacji, identyfikuje punkt konstelacji odpowiadający takiej sekwencji bitów i nadaje sygnały cosinus i sinus o amplitudach odpowiadających punktowi konstelacji

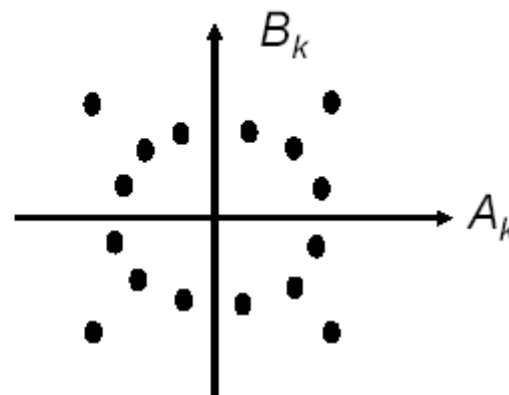
# jednoczesna modulacja amplitudy i fazy w QAM

- obecność szumu w systemie transmisji implikuje, że para odzyskanych wartości dla składników cosinus i sinus będzie się trochę różnić od tych nadanych
- taka para określa punkt różniący się od nadanego
- zadaniem odbiornika jest identyfikacja punktu konstelacji najbliższego temu odebranemu

# jednoczesna modulacja amplitudy i fazy w QAM



4 "levels"/pulse  
2 bits/pulse  
 $2W$  bits/second

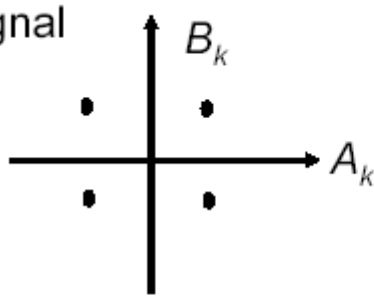


16 "levels"/pulse  
4 bits/pulse  
 $4W$  bits/second



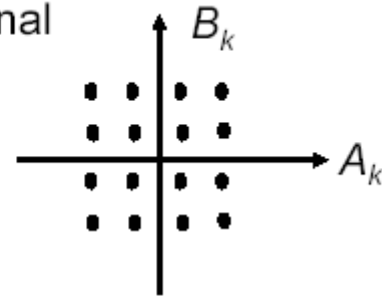
# porównanie QAM

2-D signal

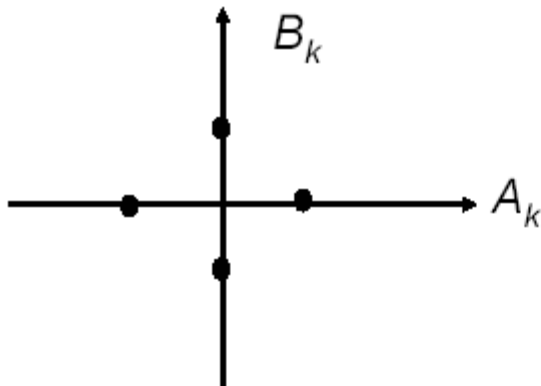


(a) 4 "levels"/pulse  
2 bits/pulse  
 $2W$  bits/second

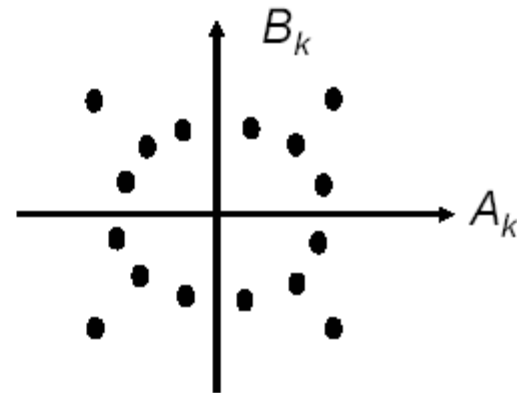
2-D signal



(b) 16 "levels"/ pulse  
4 bits/pulse  
 $4W$  bits/second



4 "levels"/pulse  
2 bits/pulse  
 $2W$  bits/second



16 "levels"/pulse  
4 bits/pulse  
 $4W$  bits/second

# standardy modemów telefonicznych

- konstelacje sygnałów stosuje się w łączach telefonicznych
- szerokość pasma  $W$  łączy telefonicznych, użyteczna dla transmisji danych od  $f_1=500$  do  $f_2=2900\text{Hz}$
- stąd  $W=2400\text{Hz}$  i szybkość sygnalizacji wynosi  $1/T=W=2400$  impulsów/sekundę
- standardy modemów: ITU V32bis i V34bis, modemy pracują na szybkości zależnej od jakości kanału
- w obu standardach modemy pracują przy 2400 impulsów/sekundę, a szybkość transmisji zależy od konstelacji – w systemie QAM 4 stosuje się 4 punkty w konstelacji, czyli 2 bity na impuls, stąd szybkość transmisji wynosi 4800b/s

# standardy modemów telefonicznych

<b>V.32bis</b>	<b>Modulacja</b>	<b>szybkość impulsowa</b>
14000 b/s	Trellis 128	2400 impulsów/s
9600 b/s	Trellis 32	2400 impulsów/s
4800 b/s	QAM 4	2400 impulsów/s
<b>V.34bis</b>	<b>Modulacja</b>	<b>szybkość impulsowa</b>
2400-33600b/s	Trellis 960	2400-3429 impulsów/s

# modulacja kratowa (trellis modulation)

- łączy kodowanie korekcyjne z modulacją
- liczba punktów w konstelacji  $2^{m+1}$
- w każdym przedziale  $T$ -sekundowym, algorytm kodowania kratowego akceptuje  $m$  bitów i generuje  $m+1$  bitów specyfikujących zastosowany punkt konstelacji, w rezultacie tylko  $2^m$  z  $2^{m+1}$  możliwych punktów konstelacji jest ważne w danym przedziale
- ta nadmiarowość zwiększa odporność schematu modulacji na błędy – w systemie Trellis 32, jest  $2^5$  punktów konstelacji, z których tylko  $2^4$  jest ważne, stąd szybkość transmisji wynosi  $4 \times 2400 = 9600$  b/s
- podobnie dla Trellis 128, szybkość transmisji wynosi  $6 \times 2400 = 14400$  b/s

# standard V.34bis

- działa z szybkością 2400, 2743, 2800, 3000, 3200 i 3429 impulsów/sekundę
- w modemie występuje faza wstępna, w której sprawdzana jest użyteczna szerokość pasma w danym łączy telefonicznym, wtedy modem wybiera szybkość impulsową
- dla każdej szybkości, wybiera się pewną liczbę możliwych schematów kodowania kratowego, każdy schemat wybiera konstelację zawierającą podzbiór punktów z superkonstelacji składającej się z 860 punktów
- możliwe szybkości transmisji to 2400, 4800, 9600, 14400, 19200, 28800, 31200 i 33600 b/s
- modemy V.34 zbliżają się do teoretycznej granicy określonej przez Shannona (45200 b/s dla  $W=3400\text{Hz}$  i  $\text{SNR}=40\text{dB}$ )

# standard V.90

- w 1997 wprowadzono standard ITU-T V.90, który osiągnął 56000b/s i przekroczył granicę Shannona
- jest to możliwe jedynie w szczególnych warunkach, które nie odpowiadają zwykłemu kanałowi telefonicznemu

# standard V.42bis

- procedura LAPM zapewniająca kontrolę błędów – LAPM ~ HDLC
- kompresja danych Lempel-Ziv przed transmisją, ze współczynnikiem kompresji  $>2$

# dlaczego modem „szumi”?

modem (V.34) wymienia komunikaty, ustalając parametry transmisji

- **faza 1:** modem rozpoczyna od szybkości 300b/s (FSK), wymieniając informacje o trybach modulacji, standardach, obsługiwanych typach błędów, typie korekcji błędów i czy połączenie jest komórkowe
- **faza 2:** modem sprawdza linię telefoniczną nadając dźwięki o określonej fazie i częstotliwościach co 150Hz w zakresie 150-3750Hz, i dwóch amplitudach, w ten sposób uzyskuje informacje o częstotliwościach, mocy nadawania, szybkości modulacji i maksymalnej szybkości transmisji
- **faza 3:** korektor w odbiorniku adaptuje się do kanału, a układ kasowania echa rozpoczyna pracę, pozwalając słyszeć przychodzący sygnał
- **faza 4:** modemy wymieniają informacje o parametrach modemu: n.p.: konstelacja sygnału, kodowanie kratowe

modem jest gotowy do pracy



# cechy medium w cyfrowych systemach transmisyjnych

- dotychczas omówiliśmy cechy kanałów komunikacyjnych w ogólności
- teraz przedstawimy cechy konkretnych mediów transmisji stosowanych we współczesnych sieciach komputerowych
- typowy system komunikacyjny nadaje informację modulując sygnał sinusoidalny o częstotliwości  $f_0$ , który jest wprowadzony w medium przewodowe albo emitowany przez antenę

# cechy medium w cyfrowych systemach transmisyjnych

- sinusoidalne zmiany modulowanego sygnału są propagowane w medium z szybkością  $v$  m/s, gdzie:

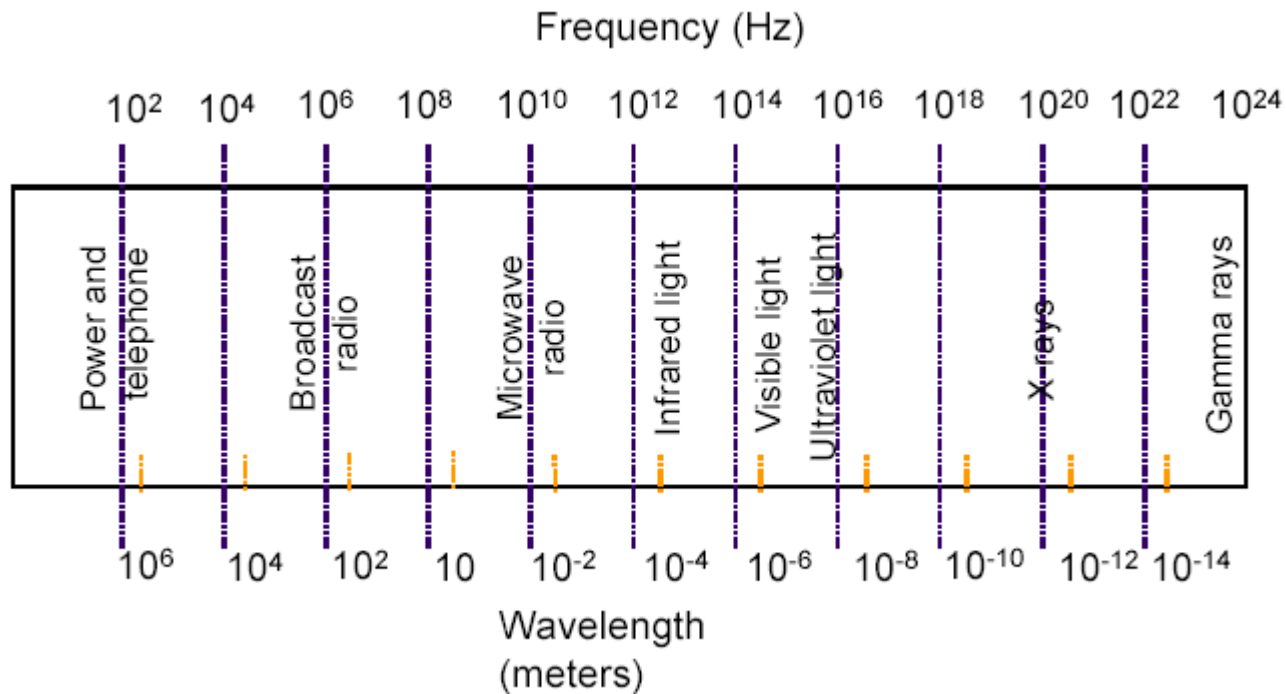
$$v = c / \sqrt{\epsilon}$$

gdzie  $c = 3 \times 10^8$  m/s jest szybkością światła w próżni  
 $\epsilon$  jest stałą dielektryczną medium, w przestrzeni  $\epsilon=1$ ,  
 $\epsilon \geq 1$  gdzie indziej

- długość fali sygnału  $\lambda = v/f_0$  [m]
- sygnał 100 MHz ,odpowiadający radiu FM, ma długość fali  $\lambda = 3$  m (gdyż  $3 \times 10^8$  m/s /  $100 \times 10^6$  Hz = 3 m)
- sygnał 3 GHz ma długość fali  $\lambda=10$  cm (gdyż  $3 \times 10^8$  m/s /  $3 \times 10^9$  Hz =  $10^{-1}$  m = 10 cm)

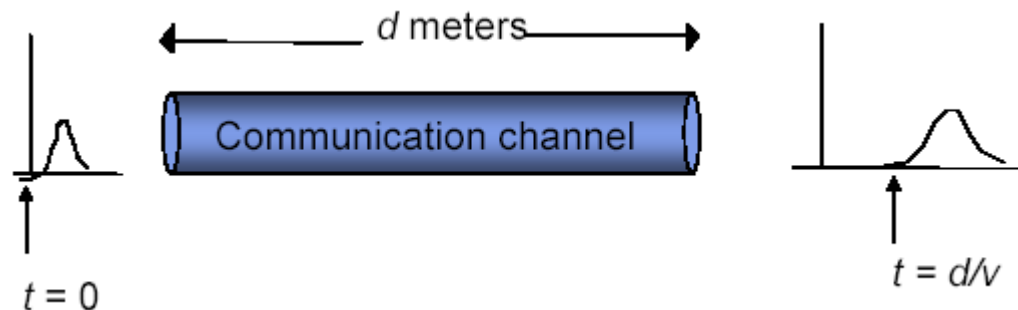
# spektrum elektromagnetyczne

- na przykład:
- podczerwień zajmuje zakres  $10^{12} - 10^{14}$  Hz
- światło widzialne (w światłowodzie)  $10^{14} - 10^{15}$  Hz



# opóźnienie propagacji impulsu w kanale komunikacyjnym

- szybkość światła w próżni  $c$  nie może być przekroczona
- stąd jak na wejściu kanału komunikacyjnego o długości  $d$  pojawi się impuls w chwili  $t = 0$ , to na wyjściu nie pojawi się żadna energia przed upływem czasu  $t = d/c$
- dla łącza miedzianego szybkość światła w medium wynosi  $v = 2.3 \times 10^8$  m/s, a dla światłowodu  $v = 2 \times 10^8$  m/s



# rodzaje medium

- medium przewodowe
  - energia sygnału jest zawarta i poprowadzona przez stałe medium
  - przykłady: kable miedziane, kabel koncentryczny, światłowód
  - komunikacja dwupunktowa, prawo drogi, dodatkowe łącza: zwiększanie pojemności sieci
  - topologia sieci dyskretna
- medium bezprzewodowe
  - energia sygnału propaguje w postaci nieukierunkowanych sygnałów elektromagnetycznych
  - przykłady: radio, światło podczerwone
  - komunikacja rozgłoszeniowa, regulacja częstotliwości radiowych, spektrum radiowe jest skończone: nie zwiększa się pojemności sieci
  - topologia sieci ciągła

# tłumienność medium

- tłumienność w medium przewodowym jest wykładniczo zależna od odległości, tłumienie dla danej częstotliwości jest w postaci  $10^{kd}$ , gdzie:  $k$  stała zależna od częstotliwości,  $d$  odległość. Tłumienność w decybelach dla medium przewodowego to:  $kd$  dB
- tłumienność w medium bezprzewodowym jest proporcjonalne do  $dn$ , gdzie  $n$  jest wykładnikiem straty ścieżki (dla wolnej przestrzeni  $n=2$ , dla innych  $> 2$ ). Tłumienność w decybelach dla medium bezprzewodowego jest proporcjonalna do  $n \log_{10} d$  dB, stąd tłumienie wzrasta logarytmicznie z odległością
- sygnał w medium bezprzewodowym może być utrzymywany na większej odległości niż w medium przewodowym

# skrętka

- najprostsze medium przewodowe składa się z dwóch równoległych izolowanych drutów miedzianych
- sygnał jest nadawany na jednym drucie, poziom odniesienia na drugim drucie
- taki system podatny jest na przesłuchy i szumy
- skrętka składa się z dwóch skręconych przewodów, co redukuje interferencje
- skrętka stosowana jest w telefonii, między klientem a centralą – czyli w pętli abonenckiej – albo między centralami - czyli na łączu międzycentralowym
- wiele par w jednym kablu, stąd nadal możliwość przesłuchów, zwłaszcza dla wyższych częstotliwości

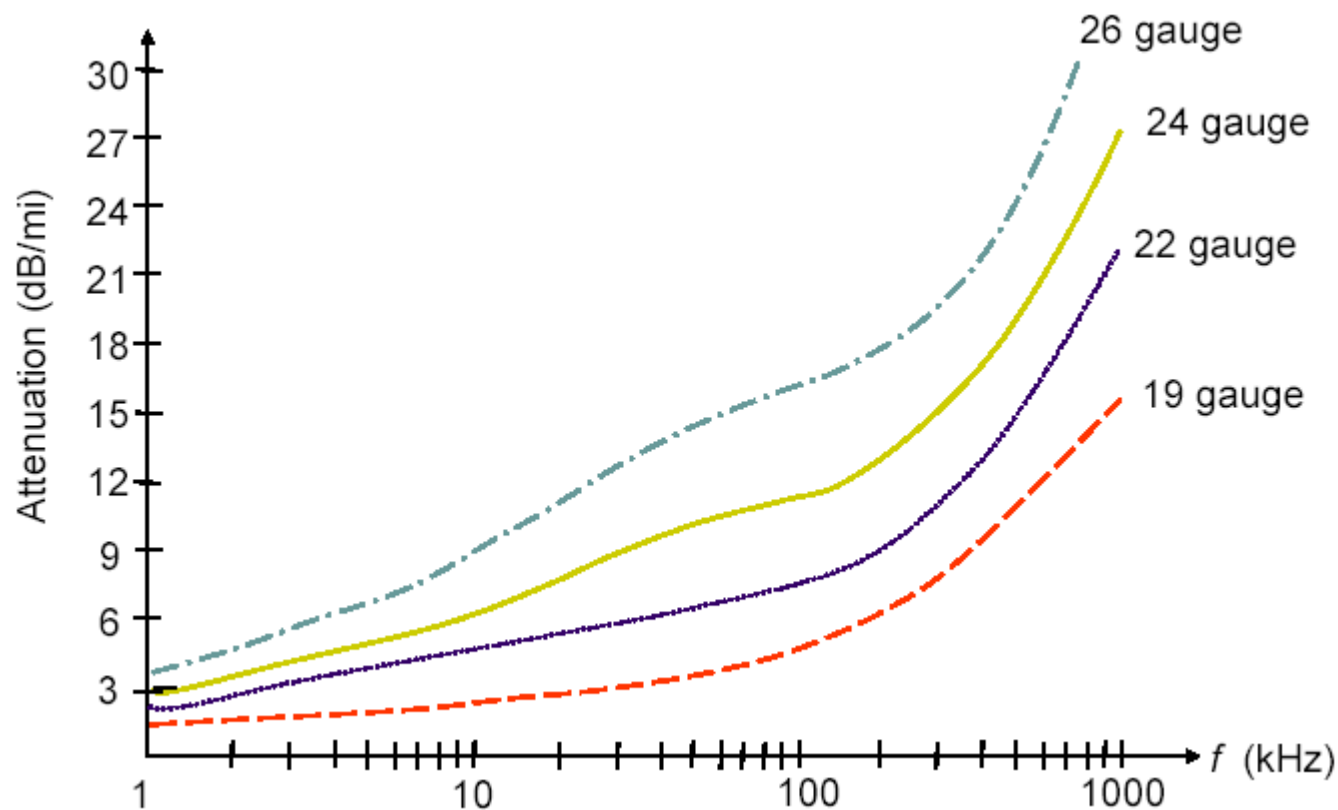
# skrętka

- skrętka przenosi relatywnie szeroki zakres częstotliwości
- tłumienie skrętki wynosi od 1 do 4 dB/milę dla 1KHz do od 10 do 20 dB/milę dla 500kHz, w zależności od średnicy (*gauge*) przewodu
- ponieważ tłumienie/km rośnie z częstotliwością, szerokość pasma skrętki zmniejsza się z odległością
- zastosowania: cyfrowa pętla abonencka, lokalna sieć komputerowa



# tłumienie w skrętce w funkcji częstotliwości

- parametrem jest średnica przewodu



## szybkości transmisji w skrętce

standard	szybkość transmisji	odległość
T-1	1,544 Mb/s	5,5 km
DS2	6,312 Mb/s	3,7 km
$\frac{1}{4}$ STS-1	12,960 Mb/s	1,4 km
$\frac{1}{2}$ STS-1	25,920 Mb/s	0,9 km
STS-1	51,840 Mb/s	300 m

# szybkości transmisji w skrętce

- T1 – między centralami, 24 kanały głosowe, transmisja w paśmie podstawowym, kodowanie dwubiegunowe
- pasmo 4kHz (od 0 do 4kHz) ogranicza przesłuchy
- wprowadzenie cewek pupinizacyjnych do poprawienia transmisji głosowej w paśmie 3kHz, w liniach telefonicznych dłuższych niż 5km
- cewki te jednak zwiększają tłumienie, ograniczając transmisję cyfrową na linii telefonicznej do ok. 40kb/s

# skrętka w cyfrowej pętli abonenckiej

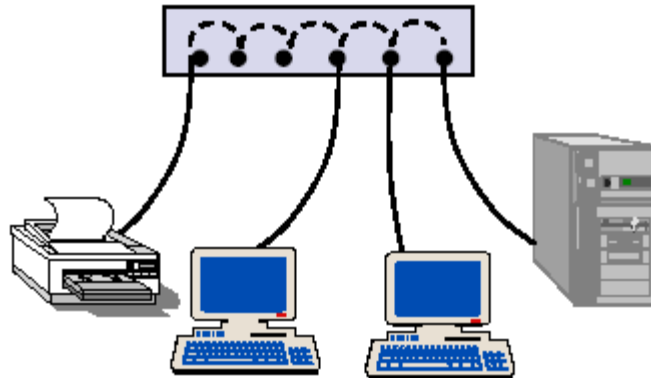
- ADSL – asymmetric digital subscriber line
- zapewnienie większych szybkości, niż dotychczas były w skrętce
- niskie częstotliwości dla konwencjonalnych analogowych sygnałów telefonicznych
- wyższe dla dwukierunkowej transmisji cyfrowej
- system asymetryczny: od abonenta do sieci od 64 kb/s do 640 kb/s, od sieci do abonenta 1,536 Mb/s do 6,144 Mb/s, w zależności od odległości do/od centrali telefonicznej
- asymetria odpowiada aktualnej potrzebie: żądania od abonenta, strony www do abonenta
- norma ITU-T G.992.1: 512 kb/s od abonenta, 1,5 Mb/s do abonenta

# skrętka w lokalnej sieci komputerowej

- maksymalna odległość między komputerem i urządzeniem sieciowym rzędu 100m
- skrętka nieekranowana UTP kategorii 3, odpowiada zwykłej skrętce głosowej, do 16 Mb/s
- skrętka nieekranowana UTP kategorii 5, do 100 Mb/s, ściślej skręcona
- skrętka ekranowana STP, lepsza od UTP ale droższa

# skrętka w lokalnej sieci komputerowej

- 10Base-T Ethernet LAN – 10 Mb/s, transmisja w paśmie podstawowym przez skrętkę, dwa kable kategorii 3 między komputerem a koncentratorem, kodowanie manczesterskie, maks. odległość 100m
- koncentrator w Ethernetie

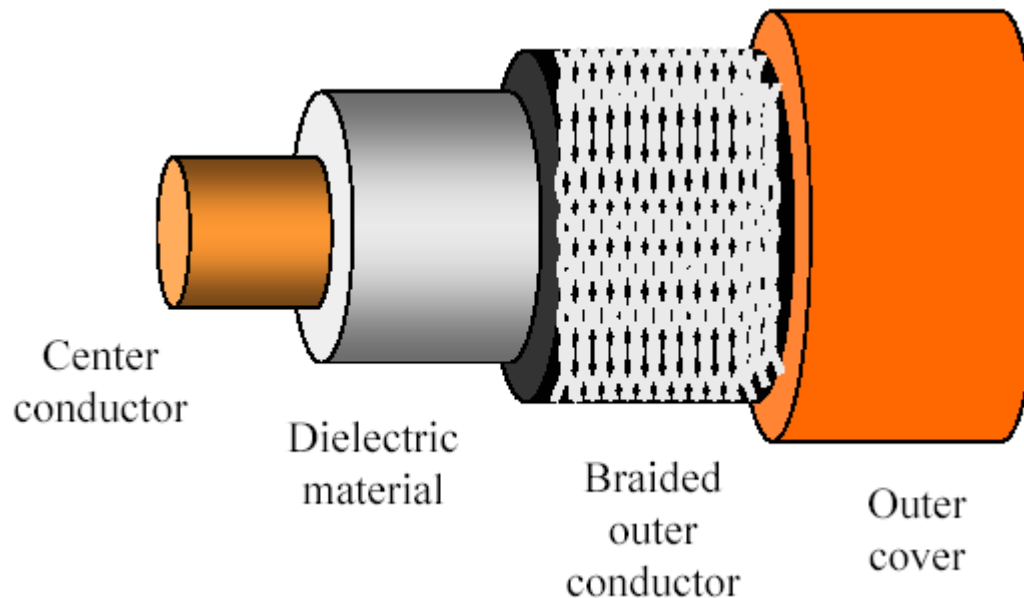


# lokalna sieć komputerowa

- 100Base-T Ethernet LAN, Fast Ethernet, 100 Mb/s na skrętce, komputery łączone przez koncentratory albo komutatory w topologii gwiazdy, odległość do 100m
- 100Base-T4, 4 pary UTP kategorii 3, 3 pary do 100Mb/s (33,3 Mb/s każda), czwarta para do detekcji kolizji,  $25 \text{ Mimpulsów/s} \times 4 \text{ b/3 impulsy} = 33 \frac{1}{3} \text{ Mb/s}$
- 100Base-TX, 2 pary kategorii 5, FDX  
 $125 \text{ Mimpulsów/s} \times 4 \text{ b/5 impulsów} = 100 \text{ Mb/s}$

# kabel koncentryczny

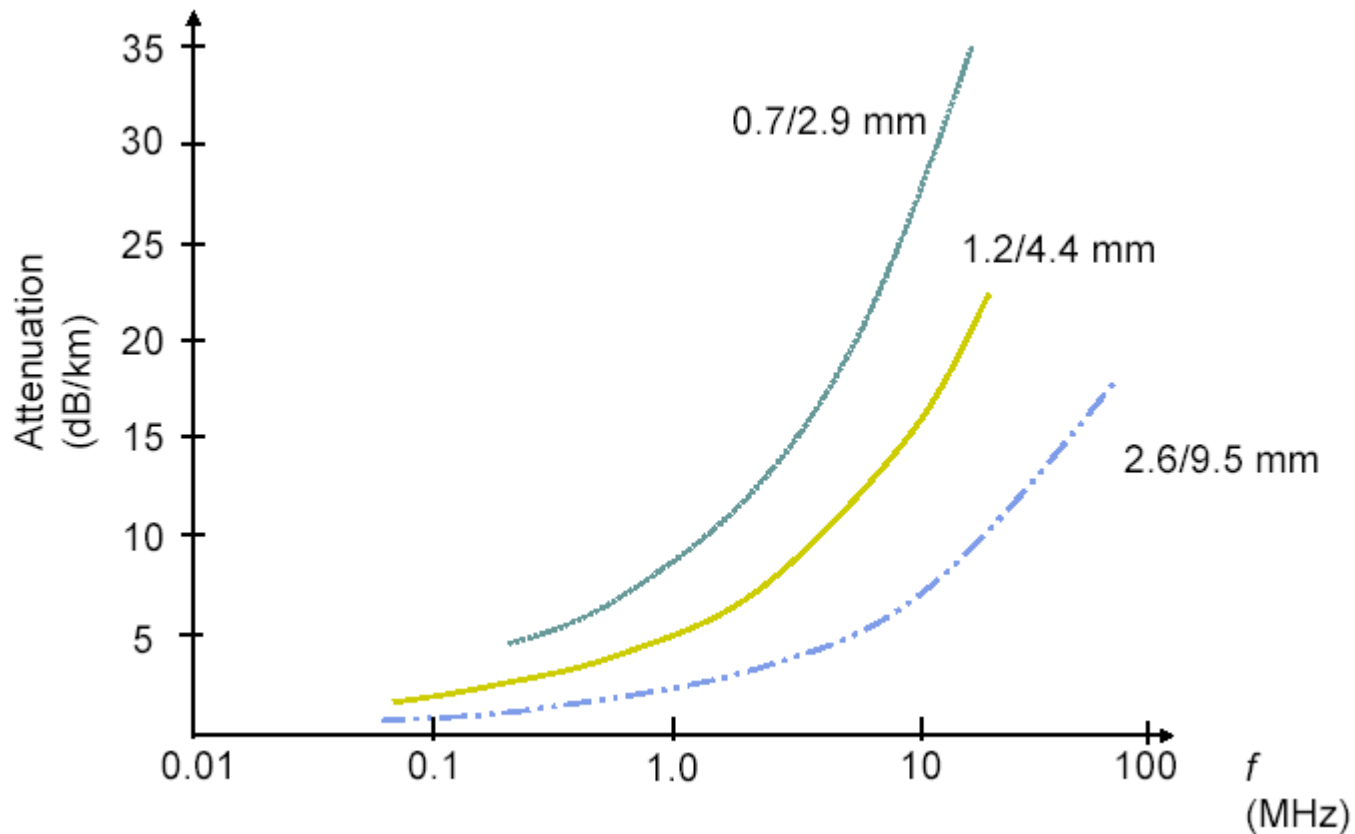
- w latach 70-tych szkielet sieci tlf (10 tys rozmów), 8.448 Mb/s do 564,992 Mb/s, obecnie światłowody
- potem w sieciach lokalnych





# tłumienność kabla koncentrycznego

- większe pasmo (setki MHz) od skrętki (kilka MHz)
- kabel telewizyjny pasmo 500MHz

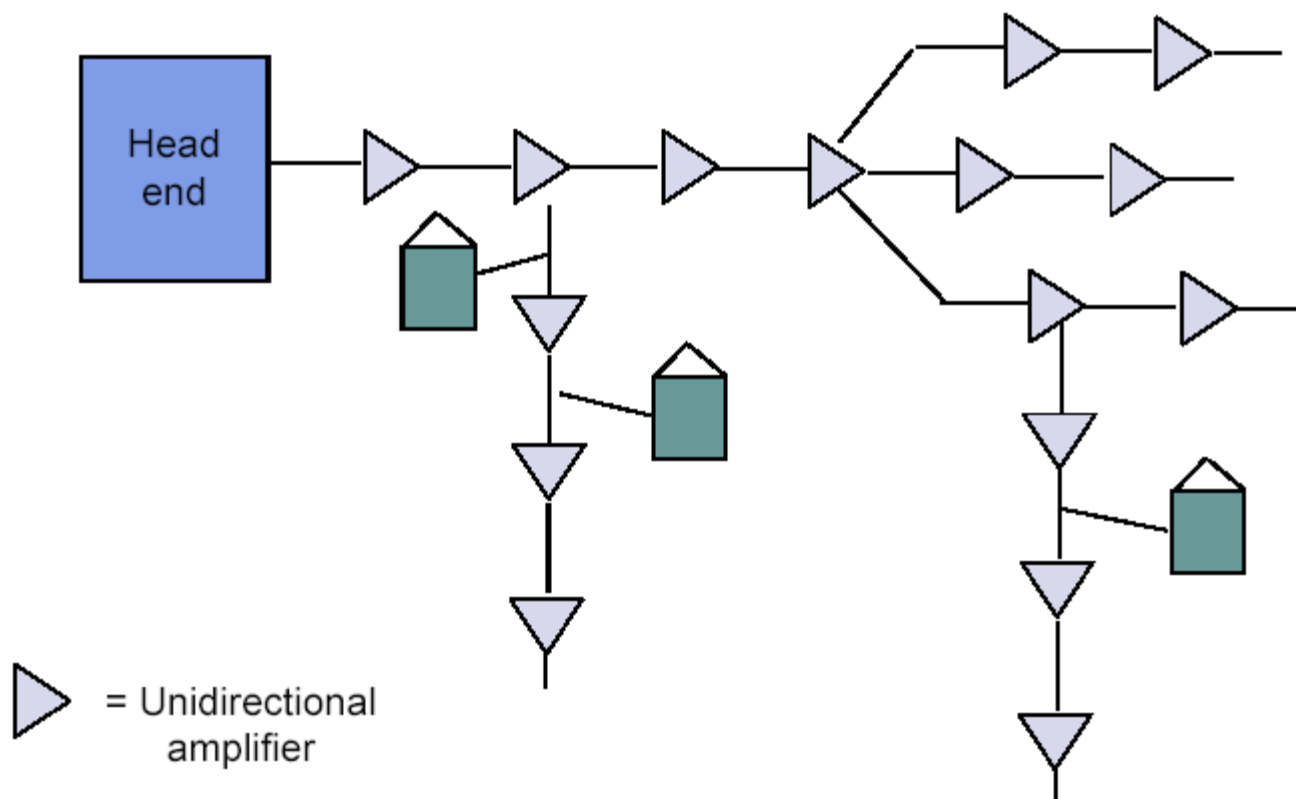


# telewizja kablowa

- najszersze zastosowanie kabla koncentrycznego
- zakres częstotliwości od 54MHz do 500MHz
- sygnał telewizji analogowej NTSC zajmuje pasmo 6MHz, PAL zajmuje pasmo 8MHz, stąd od 50 do 70 kanałów się mieści
- topologia drzewa z gałęziami
- sygnał rozdzielany wśród abonentów

# topologia drzewa z gałęziami systemu telewizji kablowej

- jednokierunkowe wzmacniacze sygnału

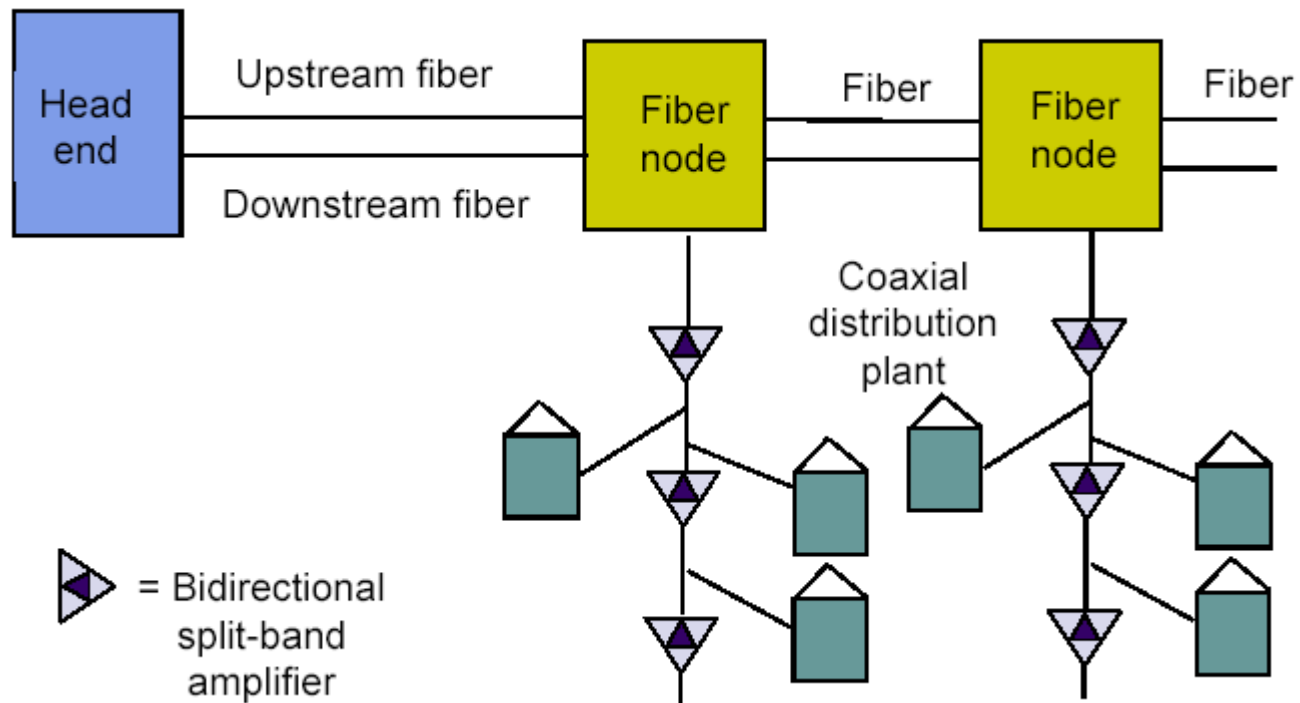


# modem kablowy

- system telewizji kablowej ma ogromne pasmo od sieci do abonenta
- pojedynczy kanał telewizji analogowej zapewnia szerokość pasma 6 MHz, co przy modulacji QAM z konstelacją 64-punktową daje 6 Megaimpulsów/s x 6b/impuls = 36 Mb/s
- modyfikacja, w celu zapewnienia systemu dwukierunkowego – światłowody i wzmacniacze dwukierunkowe – transmisja sygnału telefonicznego, cyfrowego wideo i danych

# topologia systemu hybrydowego

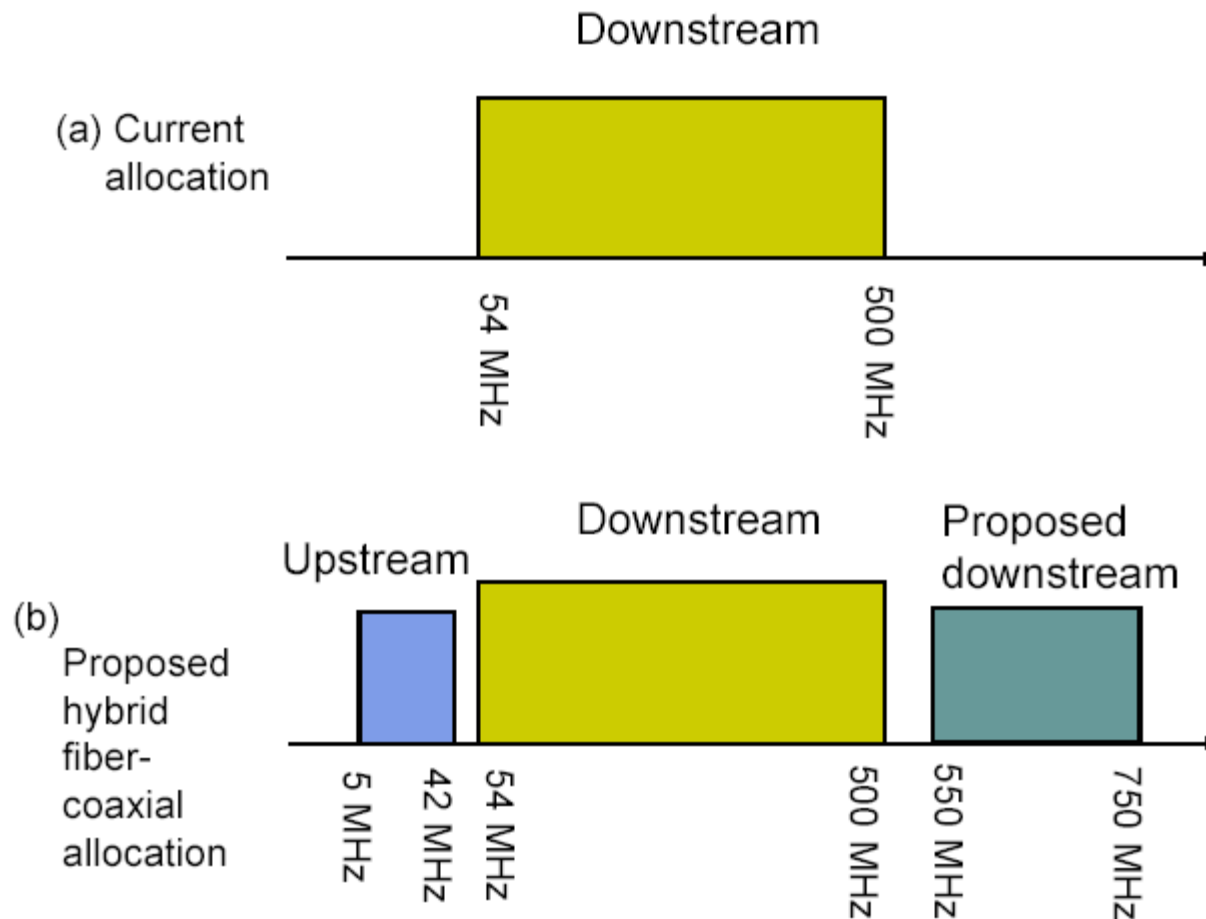
- światłowód + kabel koncentryczny
- wzmacniacz dwukierunkowy z podziałem pasma



# porównanie systemów telewizji kablowej

- system jednokierunkowy – pasmo do abonenta, od 54MHz do 500MHz, na analogowy sygnał telewizyjny
- system dwukierunkowy (hybrydowy)
  - pasmo od 550MHz do 750MHz na nowy cyfrowy sygnał wideo, danych i telefoniczny do abonenta, maks. do 36Mb/s
  - pasmo od 5MHz do 42MHz na sygnał modemu kablowego do sieci i na telefonię kablową, dla kanałów ok. 2MHz, transmisja do sieci od 500kb/s do 4Mb/s
  - oryginalnie pasmo od 5MHz do 42MHz na sygnalizację „płać za to, co oglądasz”
- oba pasma, do abonenta i do sieci, są dzielone między abonentów

# przydział częstotliwości w systemach telewizji kablowej



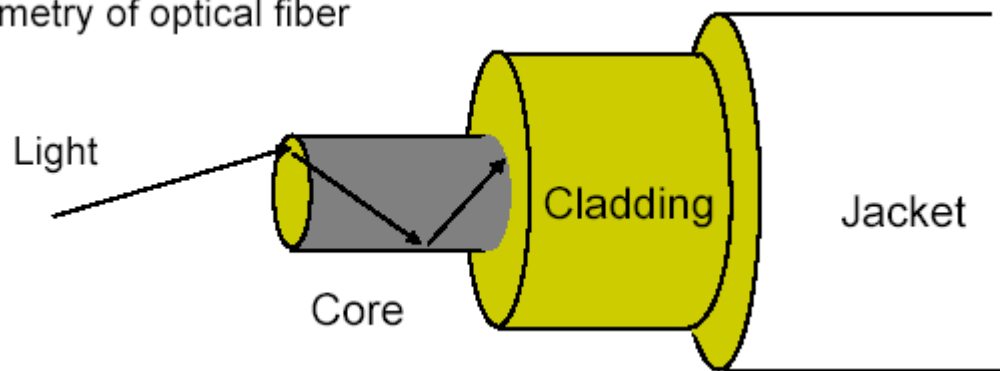
# światłowód

- światłowodowe systemy transmisji wprowadzone w latach 1970-tych
- system T-1 na skrętce albo kabel koncentryczny wymaga wzmacniaka co 2km
- w systemie optycznym regenerator co dziesięć albo więcej km, światłowód (włókno) zajmuje mniej miejsca, szybsza transmisja, brak interferencji, zabezpieczony przed podsłuchem, i uodporniony na przesłuchy
- światłowód składa się z cienkiego szklanego walca (**rdzenia**) i otoczonego koncentryczną warstwą szkła (**płaszczem**) i **pokryciem ochronnym** z tworzywa

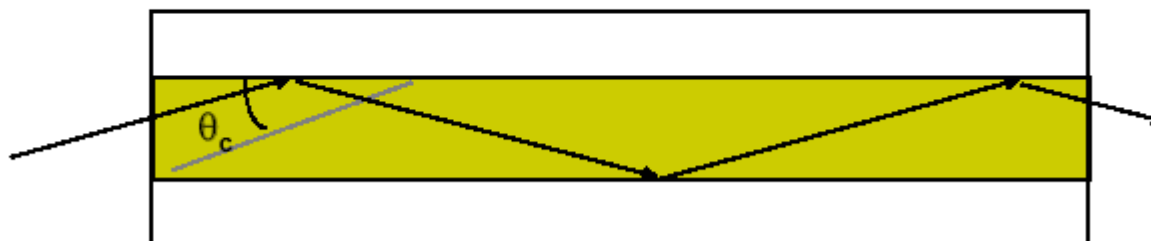


# światłowód

(a) Geometry of optical fiber



(b) Reflection in optical fiber

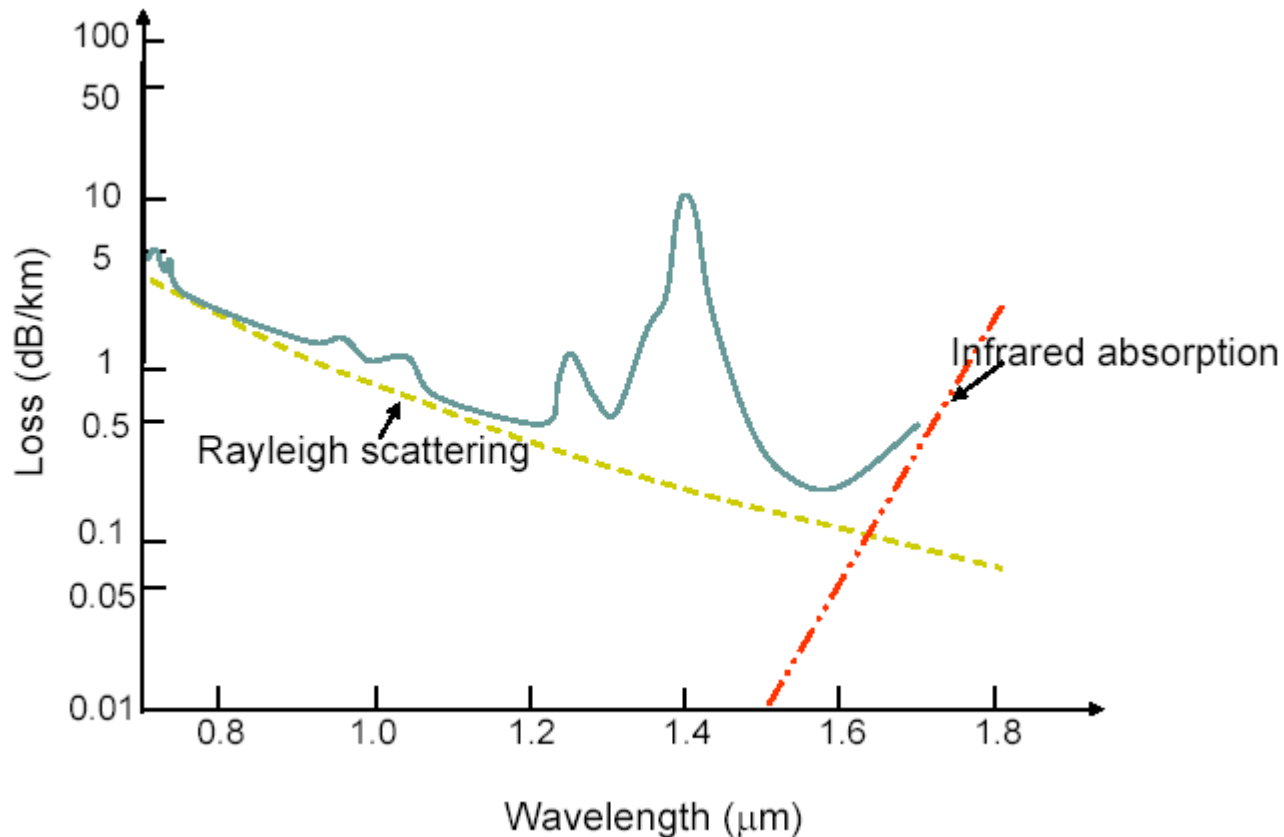


# światłowód

- informacja jest nadawana przez rdzeń w postaci zmieniającego się promienia światła
- rdzeń ma trochę wyższą gęstość optyczną (współczynnik załamania, refrakcji) niż płaszcz
- stosunek współczynników załamania dwóch rodzajów szkła wyznacza kąt krytyczny  $\theta_c$
- kiedy promień światła z rdzenia dochodzi do płaszcza pod kątem mniejszym niż  $\theta_c$ , wtedy pozostaje w rdzeniu
- tłumienie w światłowodzie może być niskie, przez kontrolę zanieczyszczeń szkła, w latach 70-tych wynosiło 20 dB/km, obecnie 0,2 dB/km

# tłumienie w światłowodzie w funkcji długości fali

- mniejsze tłumienie dla długości fali 1300nm i 1550 nm, źródła laserowe, Gb/s
- wcześniej długość fali 850nm, źródło LED, Mb/s



# światłowody jedno i wielomodowe

- światłowód wielomodowy – wiele promieni świetlnych, bezpośredni i załamany
- różnice opóźnień promieni prowadzą do interferencji, zależnych od stosunku długości impulsu do opóźnień
- wiele ścieżek ogranicza maksymalne szybkości transmisji
- zwężając rdzeń, ograniczamy liczbę promieni do jednego, bezpośredniego, co daje światłowód jednomodowy, Gb/s na odległość setek km

# światłowody jedno i wielomodowe

(a) Multimode fiber: multiple rays follow different paths

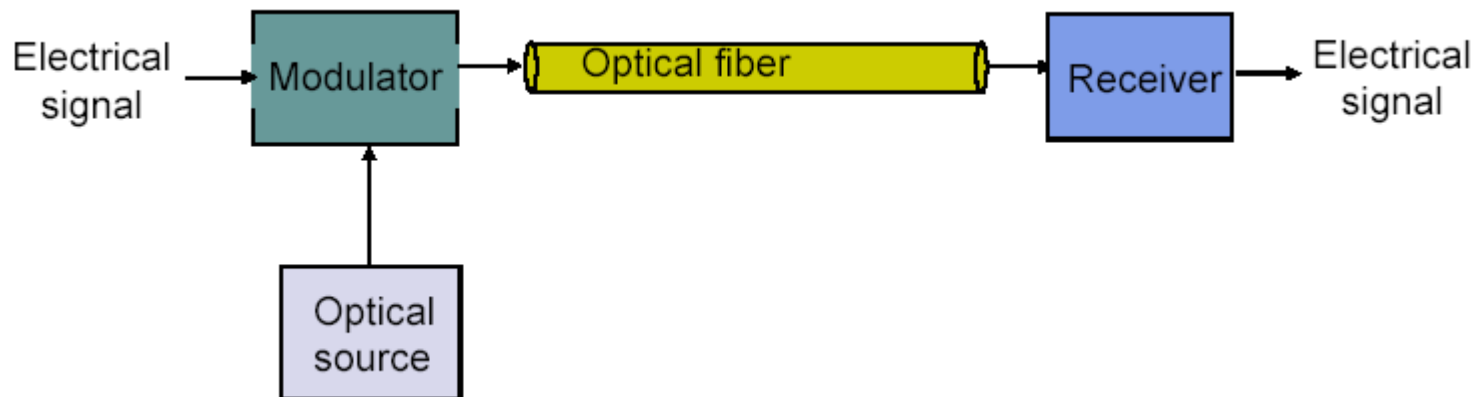


(b) Single-mode fiber: only direct path propagates in fiber



# optyczny system transmisji

- w nadajniku binarna sekwencja informacji jest odwzorowana na sekwencję impulsów świetlnych
- w odbiorniku detektor optyczny przekształca sygnał optyczny w elektryczny



# szerokość pasma optycznego

- zwykle wyrażona w nanometrach, chcemy ją przeliczyć na częstotliwości
- $f_1$  odpowiada długości fali  $\lambda_1$ ,  $f_2$  odpowiada  $\lambda_1 + \Delta\lambda$ ,  $\Delta\lambda$  jest znacznie mniejsza niż  $\lambda_1$
- ponieważ  $\lambda = v/f_0$ , szerokość pasma w Hz jest wyrażona wzorem:

$$B = f_1 - f_2 = \frac{v}{\lambda_1} - \frac{v}{\lambda_1 + \Delta\lambda} = \frac{v}{\lambda_1} \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda_1}} \right) = \frac{v}{\lambda_1} \left( \frac{\frac{\Delta\lambda}{\lambda_1}}{1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda_1}} \right) \approx \frac{v \Delta\lambda}{\lambda_1^2}$$

- region 1300nm zawiera pasmo o tłumieniu  $< 0,5\text{dB/km}$ ,  $\Delta\lambda$  to ok. 100nm, co daje szerokość pasma 12 THz (TeraHz= $10^{12}\text{Hz} = 10^6 \text{ MHz}$ )
- region 1550nm zawiera pasmo o tłumieniu 0,2dB/km, co daje szerokość pasma 15THz

# multipleksacja z podziałem długości fali

## WDM

- w WDM wiele długości fali przenosi jednocześnie kilka strumieni informacji na tym samym światłowodzie
- wczesne WDM obsługiwały 16 długości fal, z których każda nadaje 2,5Gb/s, co daje 40Gb/s na światłowód
- typy WDM: CWDM i DWDM
- **coarse WDM**: 4-8 długości fali, szerokie odstępy
- **dense WDM**: 80-160 długości fali, małe odstępy, każda fala od 10Gb/s do 40Gb/s, np. ITU Grid: odstęp 0,8nm i 10Gb/s dla fali, nowsze: odstęp 0.4nm i 2.5Gb/s dla fali
- tłumienie w światłowodzie ogranicza zakres sygnału do dziesiątek kilometrów, przy braku wzmacniaczy optycznych sygnał jest przetwarzany na elektryczny, regenerowany elektronicznie, i ta sekwencja steruje kolejnym laserem, itd...



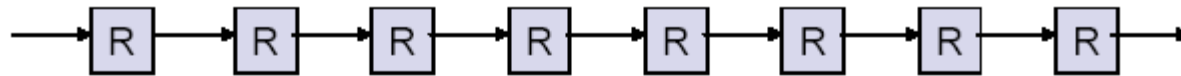
# multipleksacja z podziałem długości fali

## WDM

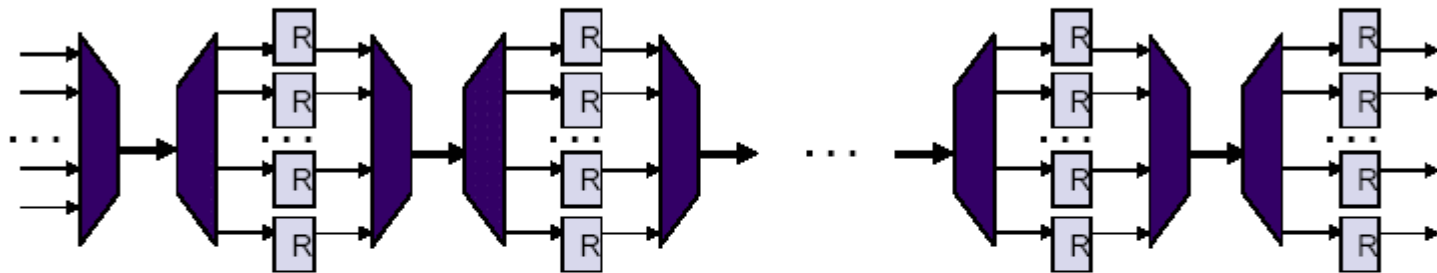
- przy obecności wzmacniaczy optycznych, EDFA (Erbium-Doped Fiber Amplifier - lakierowany erbem)
- kombinacja przychodzącego sygnału optycznego z lokalnie generowanym mocnym sygnałem optycznym, na odcinku światłowodu lakierowanym erbem
- atomy erbu generują fotony o tej samej fazie i kierunku co przychodzący sygnał optyczny
- w paśmie od 1530 do 1620nm
- obecność EDFA eliminuje regeneratory elektroniczne

# optyczne systemy transmisji

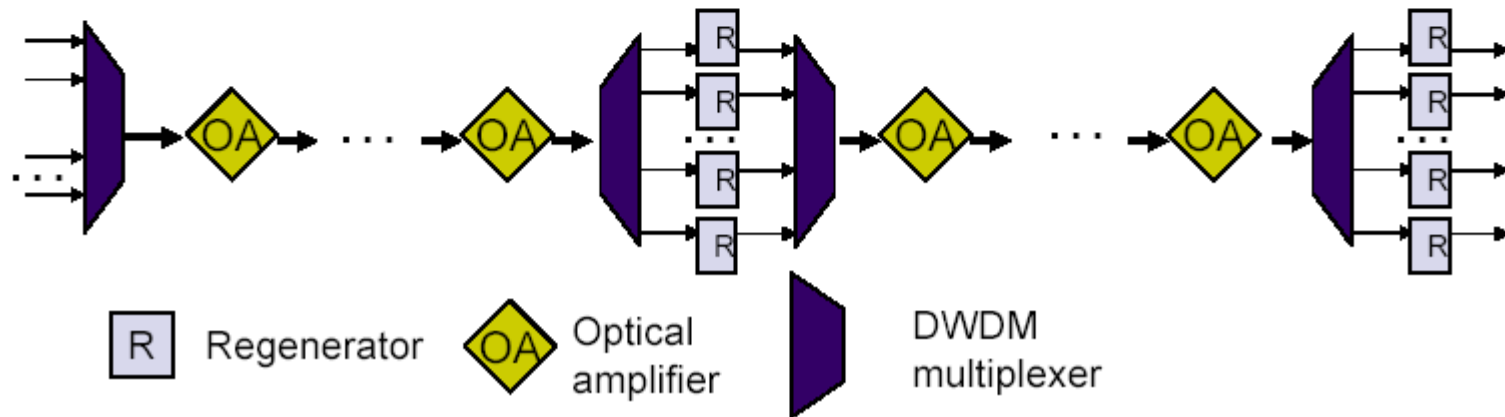
(a) Single signal per fiber with 1 regenerator per span



(b) DWDM composite signal per fiber with 1 regenerator per span



(c) DWDM composite signal with optical amplifiers



# światłowód w sieciach szkieletowych i dostępowych

- w sieciach szkieletowych od 45Mb/s do 10Gb/s stosując transmisję dla jednej fali i od 40Gb/s do 1600 Gb/s stosując WDM
- telefonia i transmisja danych na długie dystanse
- systemy bez regeneratorów dla telefonii między centralami
- systemy światłowód do biurka nieopłacalne
- ew. „światłowód do krawędzi” – jak najbliżej abonenta

# światłowód w sieciach lokalnych

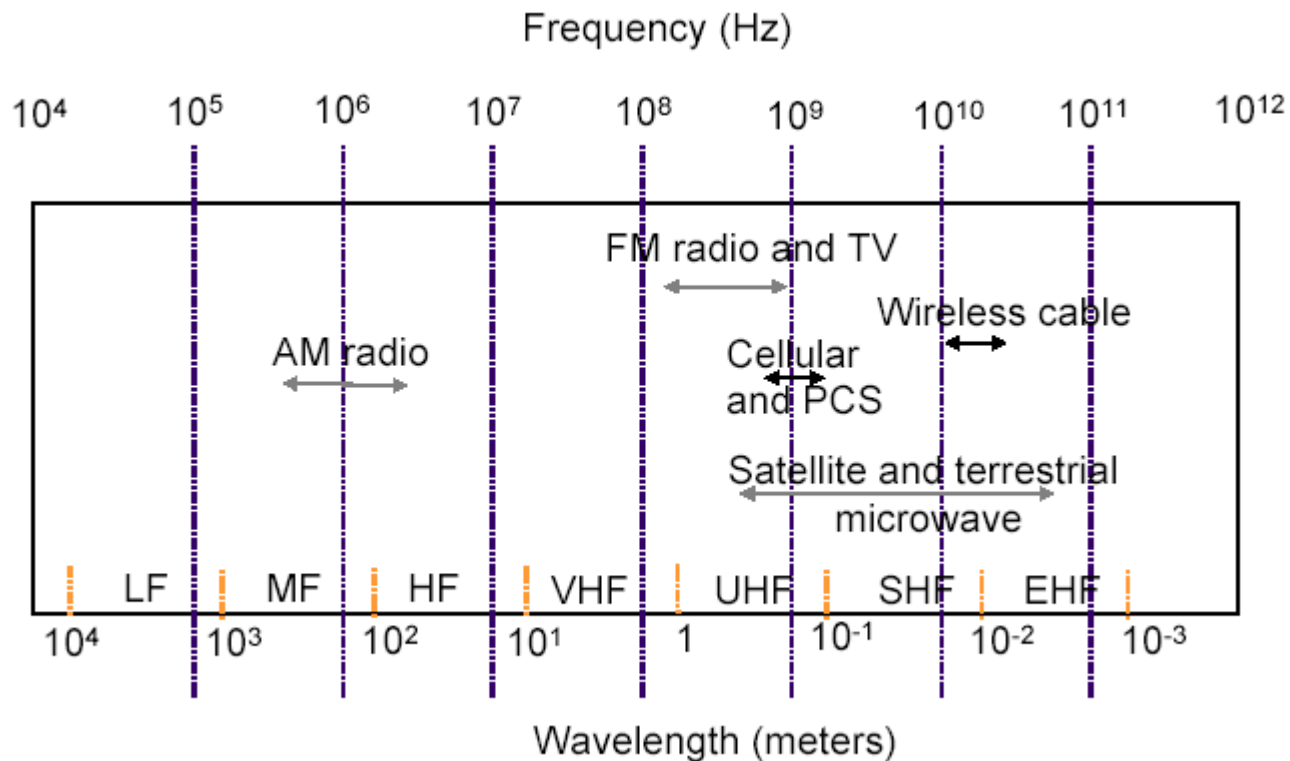
- warstwa fizyczna Ethernetu: 10Base-FP, światłowód 850nm, kodowanie manczesterskie, modulacja intensywności światła, do 2km
- FDDI – 100Mb/s, diody LED, 1300nm ze wzmacniakiem co 2km, 4B5B + NRZI
- 100Base-FX Fast Ethernet: dwa światłowody, jeden do nadawania, drugi do odbioru, do 100m
- preferowane medium dla Gigabit Ethernet: 1000Base-X, szybkość transmisji impulsów: 1,25 Gigaimpuls/s, 8B10B, 1Gb/s, odmiany:
  - 1000Base-SX - źródło 850nm, wielomodowy, (s od shortwave)
  - 1000base-LX – źródło 1300nm, jednomodowy (5km) albo wielomodowy (550m), l od „longwave”

# światłowód w sieciach lokalnych

- sieci 10 Gigabit Ethernet
- dla LAN i WAN
- wielomodowy interfejs dla sieci lokalnych: 850nm do 65m, 1310nm do 300m
- jednomodowy interfejs dla sieci rozległych: 1310nm do 10km i 1550nm do 40km

# transmisja radiowa

- radio obejmuje spektrum elektromagnetyczne w zakresie od 3kHz do 300GHz

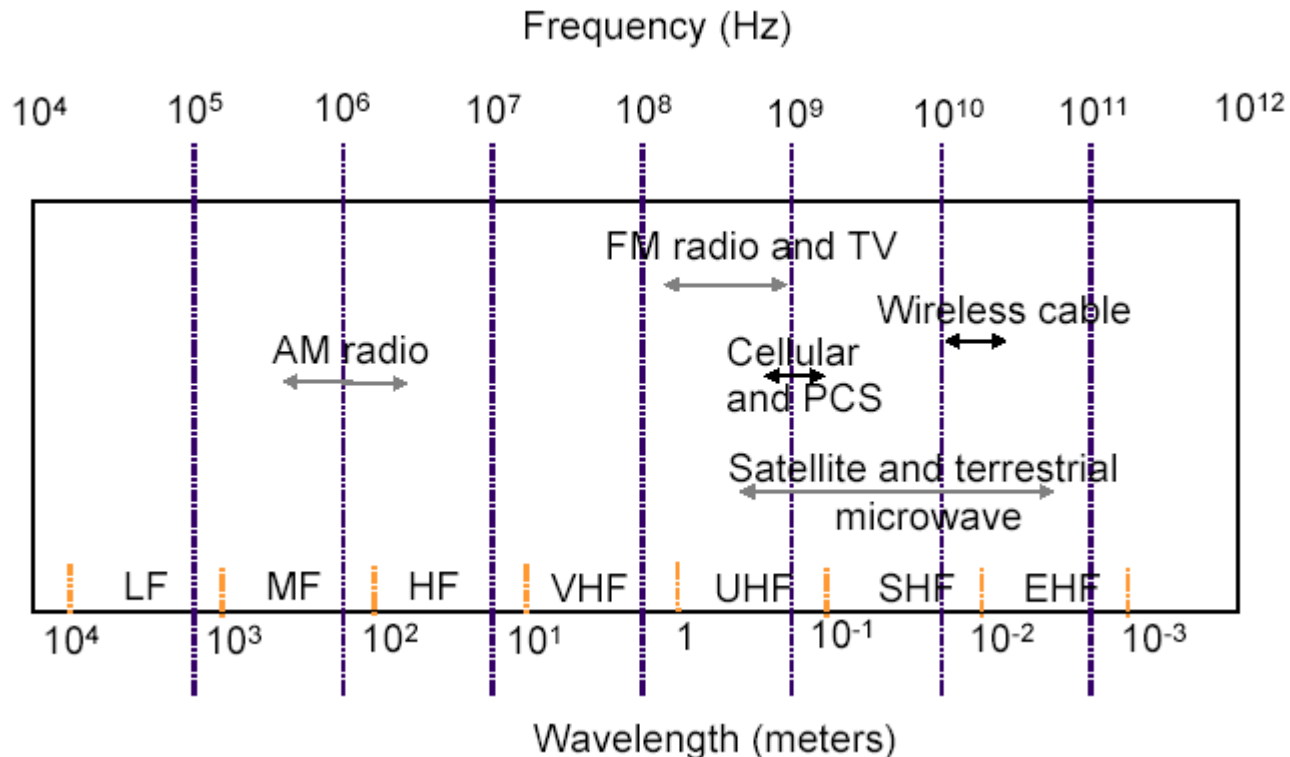


# transmisja radiowa

- tłumienie rośnie logarytmicznie z odległością
- tłumienie rośnie podczas deszczu
- zanik sygnału od wielu ścieżek (ten sam sygnał powielony z opóźnieniem), duże fluktuacje amplitudy i fazy
- interferencje – energia od innych źródeł niż nadajnik

# transmisja radiowa

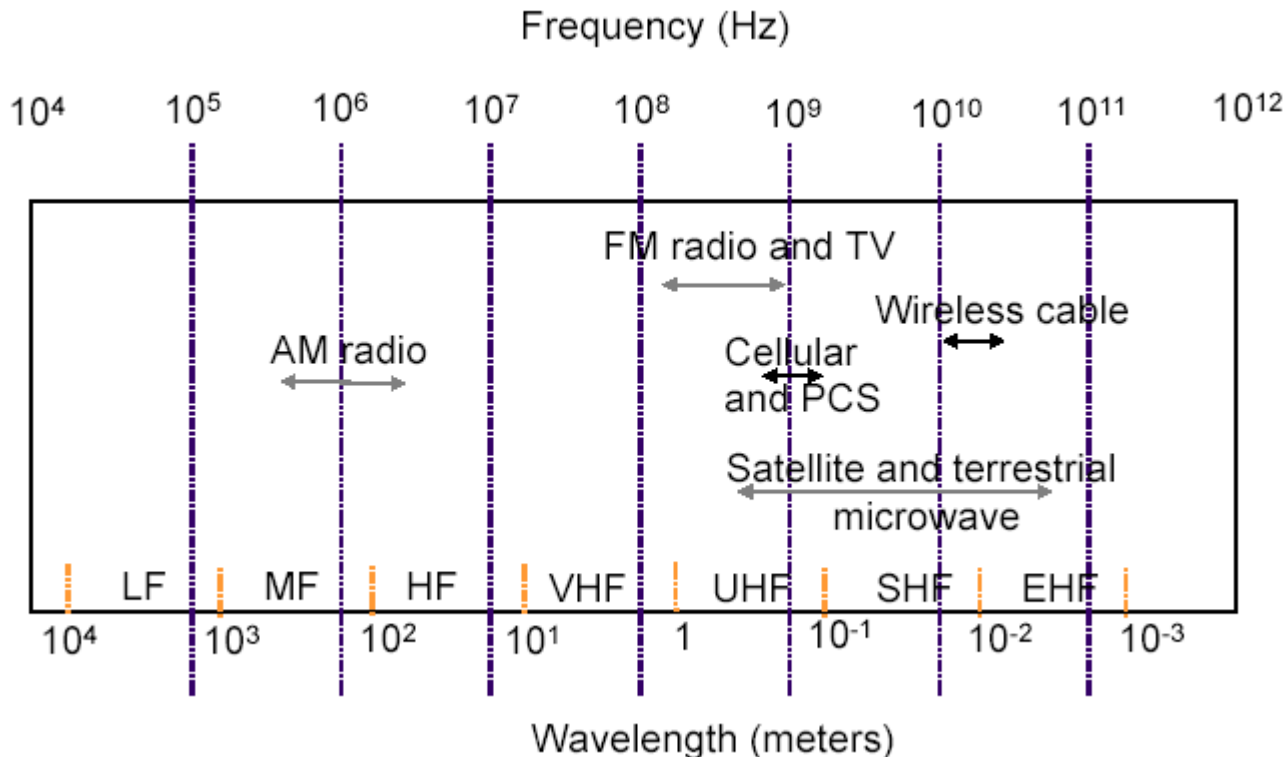
- niskie częstotliwości LF: od 30KHz do 300kHz, długość fali od 1km do 10km
- bardzo wysokie częstotliwości EHF: od 30 do 300GHz, długość fali od 1mm do 1cm





# transmisja radiowa

- progresja pasm częstotliwości w logarytmicznej skali częstotliwości ma coraz większe szerokości pasma, np. pasmo od  $10^{11}$  do  $10^{12}$  Hz ma szerokość pasma  $0,9 \times 10^{12}$  Hz, a pasmo od  $10^5$  do  $10^6$  Hz ma szerokość pasma  $0,9 \times 10^6$  Hz



# transmisja radiowa

- cechy propagacji fali radiowej zależą od częstotliwości – VLF, LF, MF po powierzchni ziemi, VLF do 1000km
- częstotliwości poniżej 1GHz dla aplikacji dookólnych, wielokierunkowych, np. system przywoławczy (paging system, beepers), 930 do 932MHz

# transmisja radiowa

system	opis	odległość
system przywoławczy	krótki komunikat	10-tki km
telefon bezprzewodowy	głos analogowy/cyfrowy	10-tki m
telefon komórkowy	głos analogowy/cyfrowy i dane	kilometry
usługi komunikacji personalnej	głos cyfrowy i dane	setki metrów
sieci bezprzewodowe	szybkie dane	100 m

# wykrywanie i korekcja błędów

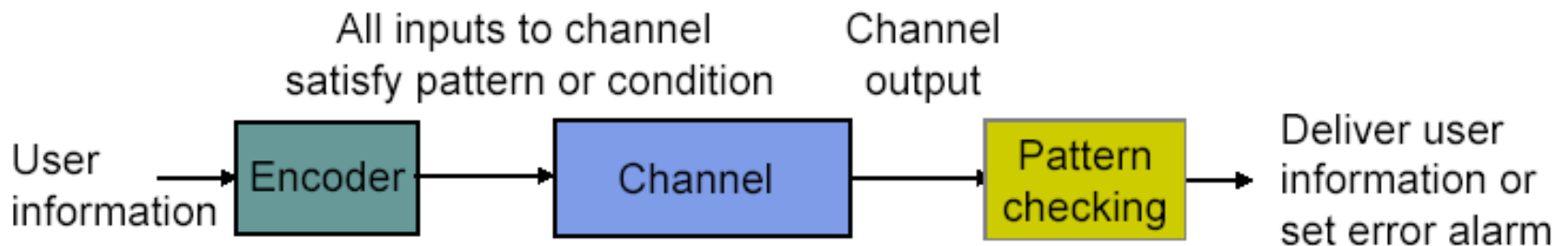
- w kanale komunikacyjnym pewien stopień błędów jest nieunikniony
- typowa stopa błędów dla:
  - łączy miedzianych  $10^{-6}$
  - łączy światłowodowych  $10^{-9}$
  - transmisji bezprzewodowej  $10^{-3}$
- akceptowalność stopy błędów zależy od aplikacji
  - niektóre cyfrowe transmisje głosu tolerancyjne na błędy
  - przelewy bankowe nietolerancyjne

# kontrola błędów

- wykrywanie błędów i automatyczne żądanie retransmisji (ARQ) po wykryciu błędów
  - zakłada obecność kanału zwrotnego
  - stosowane w telefonii i Internecie
  - strata szerokości pasma
- korekcja błędów w przód (FEC)
  - wykrywanie błędów połączone z przetwarzaniem odebranej informacji w celu poprawienia błędów
  - brak kanału zwrotnego
  - zbyt dużo danych dla efektywnej retransmisji
  - stosowane w łączności satelitarnej i kosmicznej
  - nadmiarowość informacji i złożoność przetwarzania

# wykrywanie błędów

- pomysł wykrywania błędów: informacja jest kodowana, tak że strumień, który jest wejściem do kanału spełnia pewien wzorzec albo warunek
- odbiornik sprawdza docierający strumień, czy spełnia on wzorzec
- jeżeli nie spełnia, odbiornik jest pewny, że wystąpił błąd i ostrzega użytkownika
- system wykrywania błędów:

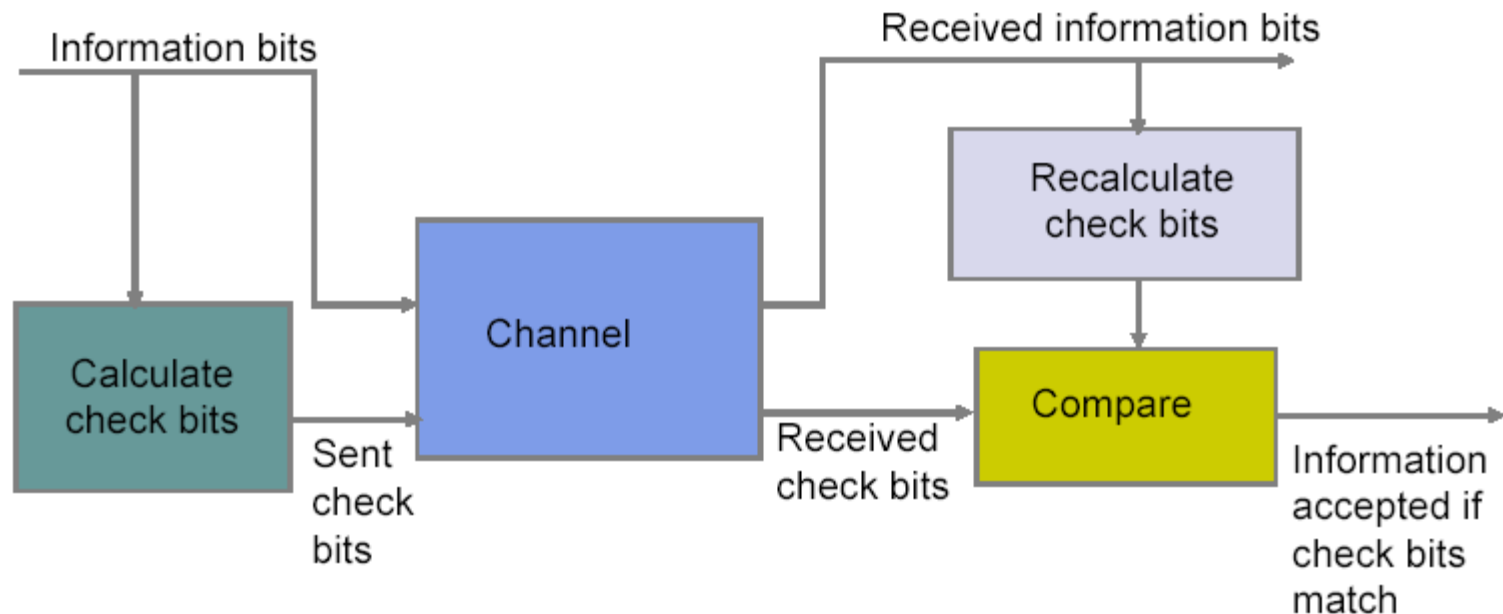


# wykrywanie błędów

- najprostszy jest pojedynczy kod sprawdzania parzystości, pobiera  $k$  bitów i dołącza jeden bit parzystości, który zapewnia, że słowo kodu ma parzystą (albo nieparzystą) liczbę jedynek
- zastosowanie: kod ASCII (7 bitów + bit parzystości) - kod liniowy – bit parzystości jest sumą modulo 2 bitów informacyjnych (arytmetyka modulo 2 = XOR)
- wykrywalność metody: połowa wszystkich błędów (nie wykrywa parzystej liczby błędów)

# system wykrywania błędów stosujący bity kontrolne

- w nadajniku oblicza się sumę kontrolną z bitów informacyjnych i nadaje razem z nimi
- w odbiorniku, suma kontrolna jest ponownie przeliczona, na podstawie odebranej informacji
- obie sumy są porównane w odbiorniku





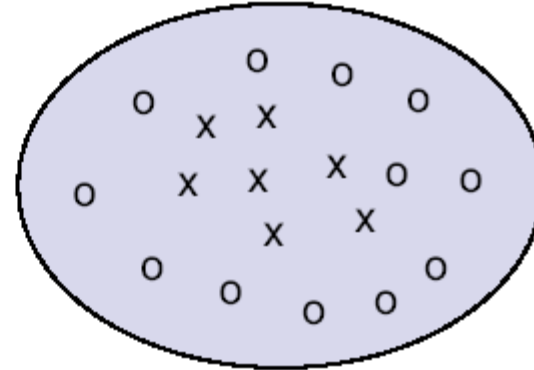
# wykrywanie błędów - obserwacje

- wykrywanie błędów wymaga nadmiarowości
  - dla pojedynczej kontroli parzystości, ułamek  $1/(k + 1)$  nadawanych bitów jest nadmiarowy
- każda metoda wykrywania błędów nie jest w stanie wykryć pewnych błędów
  - kiedy w transmisji poprawne słowa kodu zmienione są na inne poprawne słowa
- minimalizacja prawdopodobieństwa nie wykrycia błędu
  - wybór słów kodu w odpowiedniej odległości, powinny być jak najdalej od siebie

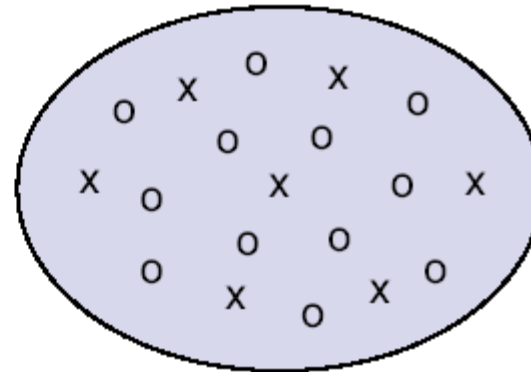
# minimalizacja prawdopodobieństwa nie wykrycia błędu

- słowa kodu powinny być jak najdalej od siebie w przestrzeni bloków binarnych

(a) A code with poor distance properties



(b) A code with good distance properties



**x = codewords**

**o = noncodewords**

# efektywność kodów korekcji błędów

- efektywność kodu jest mierzona prawdopodobieństwem, że systemowi nie uda się wykryć błędu
- prawdopodobieństwa te zależą od cech kanału komunikacyjnego
- modele kanału:
  - model z losowym wektorem błędu,
  - model z losowym bitem błędu,
  - model z błędami występującym porcjami

# model z losowym wektorem błędu

- założmy, że słowo kodu ma  $n$  bitów
- zdefiniujemy wektor błędu:
- $\underline{e} = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ , gdzie  $e_i = 1$ , jeżeli błąd występuje na  $i$ -tym transmitowanym bicie,  $e_i = 0$  w przeciwnym razie
- w skrajnym przypadku, wszystkie  $2^n$  możliwych wektorów błędu jest równie prawdopodobne
- w tym modelu, prawdopodobieństwo wystąpienia wektora błędu  $\underline{e}$  nie zależy od liczby błędów w wektorze
- wektory  $(1, 0, \dots, 0)$  i  $(1, 1, \dots, 1)$  mają takie samo prawdopodobieństwo wystąpienia
- pojedyncza kontrola parzystości zawodzi, kiedy wektor błędu  $\underline{e}$  ma parzystą liczbę jedynek, stąd prawdopodobieństwo nie wykrycia błędu wynosi  $1/2$

# model z losowym bitem błędu

- błędy bitu występują niezależnie od siebie
- przykład: kanały satelitarne
- niech  $p$  będzie prawdopodobieństwem błędu jednego bitu
- prawdopodobieństwo wektora błędu, który ma  $j$  błędów wynosi jest  $p^j(1 - p)^{n-j}$ , ponieważ każdy z  $j$  błędów występuje z prawdopodobieństwem  $p$ , a każda z  $n - j$  poprawnych transmisji z prawdopodobieństwem  $1 - p$
- stąd mamy:

$$p[\underline{e}] = (1 - p)^{n-w(\underline{e})} p^{w(\underline{e})} = (1 - p)^n (p / (1 - p))^{w(\underline{e})}$$

gdzie waga  $w(\underline{e})$  jest liczbą jedynek w  $\underline{e}$

- prawdopodobieństwo  $\underline{e}$  maleje z wagą  $w(\underline{e})$ , tzn. kiedy liczba błędów w wektorze wrasta

# model z losowym bitem błędu

- przy założeniu, że prawdopodobieństwo pojedynczego błędu jest znacznie mniejsze od 1
- wtedy te wzory się upraszczają, n.p. przy pojedynczej kontroli parzystości, dla  $n = 32$  i  $p=10^{-4}$ , prawdopodobieństwo nie wykrycia błędu jest  $5 \times 10^{-6}$

# model z błędami występującym porcjami

- łączy oba poprzednie modele, błędy występują porcjami
- na przemian okresy z błędami pojedynczymi i z grupami błędów, dla których stosujemy odpowiednio model z losowym bitem błędu i model z losowym wektorem błędu
- prawdopodobieństwo nie wykrycia błędu dla kontroli parzystości pojedynczej pomiędzy poprzednio wyliczonymi wartościami skrajnymi

# dwuwymiarowa kontrola parzystości

- bit parzystości i bajt parzystości
- kod liniowy - możliwości korekcji identyfikowane wizualnie
- niektóre błędy na 4 bitach niewykrywalne

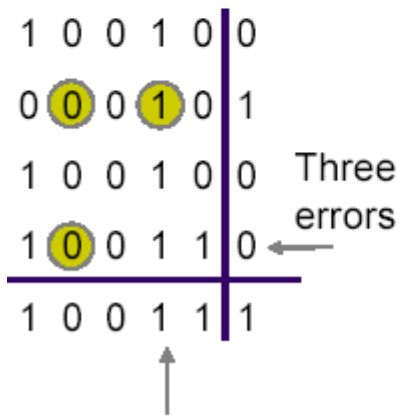
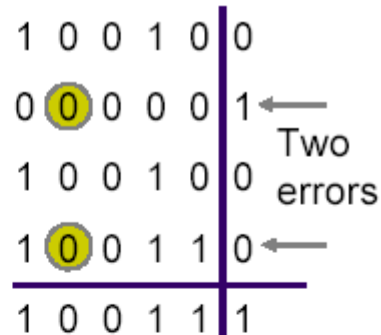
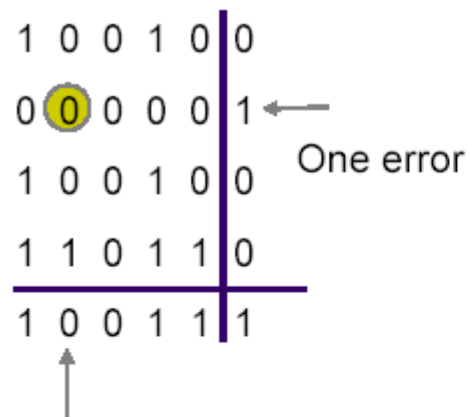
1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0
1	0	0	1	1	1

Last column consists  
of check bits for each  
row

Bottom row consists of  
check bit for each column



# wzory błędów wykrywalne i niewykrywalne dwuwymiarową kontrolą parzystości



Arrows indicate failed check bits

# suma kontrolna w Internecie

- protokoły IP, TCP,UDP w Internecie stosują bity kontrolne
- w protokole IP suma kontrolna jest wyliczana dla zawartości nagłówka i umieszczona w specjalnym polu
- suma kontrolna jest przeliczana w każdym routerze
- algorytm wyliczenia sumy kontrolnej tak dobrany, aby ułatwić jego implementację w oprogramowaniu, a nie zapewnić wyjątkową moc wykrywania błędów
- algorytm zakłada, że nagłówek składa się z pewnej liczby  $L$  16 bitowych słów:  $\mathbf{b}_0$ ,  $\mathbf{b}_1$ ,  $\mathbf{b}_{L-1}$  i sumy kontrolnej  $\mathbf{b}_L$
- te  $L$  słów odpowiada „informacji”,  $\mathbf{b}_L$  odpowiada bitom parzystości

# wyliczenie sumy kontrolnej

1. każde słowo 16 bitowe jest traktowane jako liczba całkowita i dodawane modulo  $2^{16} - 1$

$$\mathbf{x} = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 + \dots + \mathbf{b}_{L-1} \text{ modulo } 2^{16} - 1$$

2. sumę kontrolną stanowi ujemna wartość  $\mathbf{x}$

$$\mathbf{b}_L = -\mathbf{x}$$

3. sumę kontrolną  $\mathbf{b}_L$  umieszczamy w wyznaczonym polu nagłówka

- zawartość nagłówka, z polem sumy kontrolnej włącznie, spełnia wzór:

$$\mathbf{0} = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 + \dots + \mathbf{b}_{L-1} + \mathbf{b}_L \text{ modulo } 2^{16} - 1$$

- każdy ruter sprawdza błędy, obliczając to równanie dla każdego odebranego nagłówka

# wyliczenie sumy kontrolnej - przykład

- założmy, że stosujemy słowa 4-bitowe, stosując arytmetykę modulo  $2^4 - 1 = 15$
- suma słów 1100 i 1010 jest wtedy  $12 + 10 = 22$
- 22 w arytmetyce modulo 15 wynosi 7
- addytywną odwrotnością 7 w arytmetyka modulo 15 jest 8
- stąd sumą kontrolną dla 1100 i 1010 jest 1000

# wyliczenie sumy kontrolnej - przykład

- przeliczmy to ponownie, stosując zwykłe binarne dodawanie
- $1100 + 1010 = 10110$
- jednakowoż 10000 odpowiada  $16 (2^4)$ , która jest w arytmetyce modulo równa 1
- dlatego, za każdym razem, gdy jest przeniesienie na najstarszym bicie (tutaj czwartym bicie), zwracamy bit przeniesienia na bit najmłodszy
- stąd w arytmetyce modulo  $2^4 - 1 = 15$ , uzyskujemy  $1100 + 1010 = 0111$ , co wynosi 7, jak oczekiwano
- dopełnieniem 0111 do samych jedynek jest 1000, czyli 8

# suma kontrolna w Internecie

- algorytm wyliczania sumy kontrolnej w Internecie jest opisany w arytmetyce dopełnienia do jedynek
- w tej arytmetyce, dodawanie liczb całkowitych odpowiada dodawaniu modulo  $2^{16} - 1$
- ujemna wartość liczby całkowitej odpowiadającej 16-bitowemu słowu **b**, jest wyliczona jako dopełnienie do jedynek, każde 0 jest zamienione na 1 i odwrotnie
- to prowadzi do dwóch reprezentacji **0**, to znaczy  $(0, \dots, 0)$  i  $(1, \dots, 1)$ , co daje korzystną nadmiarowość
- krok 1: zwykłe dodawanie 16 bitowych liczb całkowitych (32 bitowe dodawanie), 16 najstarszych bitów zawracane i dodawane do sumy
- krok 2: liczba ujemna jako uzupełnienie do 1

# funkcja w języku C obliczająca sumę kontrolną w Internecie

```
unsigned short cksum(unsigned short *addr, int count)
{
    /*Compute Internet Checksum for "count" bytes
     * beginning at location "addr".
     */
    register long sum = 0;
    while ( count > 1 ) {
        /* This is the inner loop*/
        sum += *addr++;
        count-=2;
    }

    /* Add left-over byte, if any */
    if ( count > 0 )
        sum += *addr;

    /* Fold 32-bit sum to 16 bits */
    while (sum >>16)
        sum = (sum & 0xffff) + (sum >> 16) ;

    return ~sum;
}
```

# kody wielomianowe

- stosowane w wykrywaniu i korekcji błędów
- łatwo implementowane za pomocą rejestrów przesuwnych
- generacja bitów kontrolnych w postaci cyklicznej kontroli nadmiarowej – kody CRC
- w kodach wielomianowych symbole informacyjne, kody i wektory błędów są wyrażone przez wielomiany ze współczynnikami binarnymi
- $k$  bitów informacyjnych  $(i_{k-1}, i_{k-2}, \dots, i_1, i_0)$  służy do utworzenia wielomianu informacyjnego stopnia  $k-1$ :
$$i(x) = i_{k-1}x^{k-1} + i_{k-2}x^{k-2} + \dots + i_1x + i_0$$
- proces kodowania pobiera  $i(x)$  i wytwarza wielomian kodu  $b(x)$ , zawierający bity informacji i bity kontrolne, spełniający pewien wzorzec
- aby wykryć błędy, odbiornik sprawdza, czy wzorzec jest spełniony



# arytmetyka wielomianowa

- ponieważ  $x_j + x_j = (1 + 1)x_j = 0$
- stąd, w przykładzie dodawania mamy:  
$$x^7 + x^6 + 1 + x^6 + x^5 = x^7 + x^6 + x^6 + x^5 + 1 = x^7 + x^5 + 1$$
- a w przykładzie mnożenia mamy:  
$$(x + 1)(x^2 + x + 1) = x(x^2 + x + 1) + 1(x^2 + x + 1) =$$
$$= x^3 + x^2 + x + x^2 + x + 1 = x^3 + 1$$
- w przykładzie dzielenia, dzielimy wielomian  $p(x)$  przez  $g(x)$ , a naszym celem jest znalezienie ilorazu  $q(x)$  i reszty  $r(x)$ , tak że spełnione jest:

$$p(x) = q(x)g(x) + r(x)$$

# dzielenie wielomianu $x^6 + x^5$ przez wielomian $x^3 + x + 1$

- pierwszy składnik ilorazu jest tak dobrany, aby po jego pomnożeniu przez dzielnik  $x^3 + x + 1$ , najwyższa potęga wielomianu była najwyższą potęgą dzielnej  $x^6 + x^5$ , czyli tym składnikiem jest  $x^3$
- mnożymy składnik  $x^3$  przez dzielnik, co daje  $x^3(x^3 + x + 1) = x^6 + x^4 + x^3$ , i odejmujemy wynik od dzielnej, w arytmetyce modulo dwa odejmowanie to to samo co dodawanie, stąd dodajemy  $x^6 + x^4 + x^3$  do dzielnej  $x^6 + x^5$ , i uzyskujemy wielomian tymczasowej reszty  $x^5 + x^4 + x^3$

# dzielenie wielomianu $x^6 + x^5$ przez wielomian $x^3 + x + 1$

- kiedy najwyższa potęga wielomianu tymczasowej reszty jest równa albo większa od najwyższej potęgi dzielnika, wtedy oba powyższe kroki są powtarzane, biorąc wielomian tymczasowej reszty jako nową dzielną
- wyliczony zostaje nowy element ilorazu, z nowym wielomianem tymczasowej reszty
- algorytm się zatrzymuje, kiedy wielomian reszty ma mniejszy stopień, niż wielomian dzielnik

# arytmetyka wielomianowa

Addition:  $(x^7 + x^6 + 1) + (x^6 + x^5) = x^7 + (1+1)x^6 + x^5 + 1$   
 $= x^7 + x^5 + 1$

Multiplication:  $(x+1)(x^2 + x + 1) = x^3 + x^2 + x + x^2 + x + 1 = x^3 + 1$

Division:  $x^3 + x + 1 \mid x^6 + x^5$

divisor  $\swarrow$   $\nwarrow$  dividend

$$\begin{array}{r}
 \text{divisor: } x^3 + x + 1 \quad \text{dividend: } x^6 + x^5 \\
 \hline
 x^6 + \phantom{x^5} x^4 + x^3 \\
 \hline
 x^5 + x^4 + x^3 \\
 x^5 + \phantom{x^4} x^3 + x^2 \\
 \hline
 x^4 + \phantom{x^3} x^2 \\
 x^4 + \phantom{x^3} x^2 + x \\
 \hline
 x
 \end{array}$$

$x^3 + x^2 + x = q(x)$  quotient

$x = r(x)$  remainder

35 ) 122  
 105  
 17

# procedura kodowania

- kod wielomianowy jest określony przez *wielomian generatora  $g(x)$*
- zakładamy, że słowo kodu ma  $n$  bitów, z czego  $k$  jest bitów informacyjnych, a  $n-k$  bitów kontrolnych
- taki kod nazywamy kodem  $(n, k)$
- wielomian generatora ma stopień  $n-k$  i postać:

$$g(x) = x^{n-k} + g_{n-k-1}x^{n-k-1} + \dots + g_1x + 1$$

gdzie  $g_{n-k-1}, g_{n-k-2}, \dots, g_1$  to liczby binarne

- przykład kodowania CRC: kod  $(7, 4)$  i wielomian generatora  $g(x) = x^3 + x + 1$  ( $\rightarrow$ slajd 208)

# procedura kodowania (obliczenie bitów CRC)

1. pomnóż wielomian informacyjny  $i(x)$  przez  $x^{n-k}$  (umieść zera na  $n-k$  młodszych pozycjach):

$$x^{n-k}i(x) = i_{k-1}x^{n-1} + i_{k-2}x^{n-2} + \dots + i_1x^{n-k+1} + i_0x^{n-k}$$

kiedy  $k$  bitów informacji jest na  $k$  młodszych pozycjach, w rejestrze o długości  $n$ , wtedy najstarszy składnik w  $i(x)$  ma stopień  $k-1$

- w przykładzie, wielomian  $i(x) = x^3 + x^2$ , stąd  $x^3i(x) = x^6 + x^5$ , po trzech przesunięciach w lewo, rejestr ma postać: (1,1,0,0,0,0,0)

## procedura kodowania (obliczenie bitów CRC)

2. podziel  $x^{n-k}i(x)$  przez  $g(x)$  w celu otrzymania  $r(x)$ :

$$x^{n-k}i(x) = g(x)q(x) + r(x)$$

wielomian reszty  $r(x)$  zapewnia CRC

- w przykładzie,  $x^6 + x^5 = g(x)(x^3 + x^2 + x) + x$ , gdzie wielomian generatora  $g(x) = x^3 + x + 1$ , a reszta  $r(x) = x$

3. wylicz binarne słowo kodowe  $b(x)$  przez odjęcie reszty  $r(x)$  od  $x^{n-k}i(x)$  (realizowane operacją dodawania):

$$b(x) = x^{n-k}i(x) + r(x) = g(x)q(x) + r(x) + r(x) = g(x)q(x)$$

gdyż w arytmetyce modulo 2,  $r(x) + r(x) = 0$ ,

stąd wszystkie słowa kodowe są wielokrotnością  $g(x)$

# procedura kodowania (obliczenie bitów CRC)

- ponieważ dzielnik  $g(x)$  jest stopnia  $n-k$ , reszta  $r(x)$  jest maksymalnie stopnia  $n-k-1$ , albo niższego
- stąd  $r(x)$  ma co najwyżej  $n-k$  składników
- wtedy  $r(x)$  zajmuje młodsze  $n-k$  pozycje w rejestrze o długości  $n$ , starsze  $k$  pozycje zajmują bity informacyjne
- czyli starsze  $k$  pozycje zajmują bity informacyjne, a młodsze  $n-k$  pozycje zajmują bity kontrolne CRC
- w przykładzie podzielenie  $x^3i(x)$  przez  $g(x)$  daje resztę  $r(x) = x$ , wielomian słowa kodowego to  $x^6 + x^5 + x$ , co odpowiada kodowi (1,1,0,0,0,1,0) – starsze cztery bity to oryginalne cztery bity informacji, a młodsze trzy to bity CRC



# procedura kodowania

## Steps:

1. Multiply  $i(x)$  by  $x^{n-k}$  (puts zeros in  $(n-k)$  low order positions)

$$x^{n-k}i(x) = g(x) \overset{\text{Quotient}}{\underset{\nearrow}{q(x)}} + \overset{\text{Remainder}}{\underset{\nwarrow}{r(x)}}$$

2. Divide  $x^{n-k} i(x)$  by  $g(x)$

$$b(x) = x^{n-k}i(x) + r(x) \longleftarrow \text{Transmitted codeword}$$

3. Add remainder  $r(x)$  to  $x^{n-k} i(x)$   
(puts check bits in the  $n-k$  low order positions):

# przykład kodowania CRC

Generator polynomial:  $g(x) = x^3 + x + 1$

Information:  $(1,1,0,0) \longrightarrow i(x) = x^3 + x^2$

Encoding:  $x^3 i(x) = x^6 + x^5$

$$\begin{array}{r}
 x^3 + x^2 + x \\
 \hline
 x^3 + x + 1 \ ) \ x^6 + x^5 \\
 \underline{x^6 + \quad x^4 + x^3} \phantom{00} \\
 x^5 + x^4 + x^3 \phantom{00} \\
 \underline{x^5 + \quad x^3 + x^2} \phantom{00} \\
 x^4 + \quad x^2 \phantom{00} \\
 \underline{x^4 + \quad x^2 + x} \phantom{00} \\
 x
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1110 \\
 \hline
 1011 \ ) \ 1100000 \\
 \underline{1011} \phantom{000} \\
 1110 \phantom{00} \\
 \underline{1011} \phantom{00} \\
 1010 \phantom{00} \\
 \underline{1011} \phantom{00} \\
 010
 \end{array}$$

Transmitted codeword:

$$b(x) = x^6 + x^5 + x$$

$$\longrightarrow \underline{b} = (1,1,0,0,0,1,0)$$

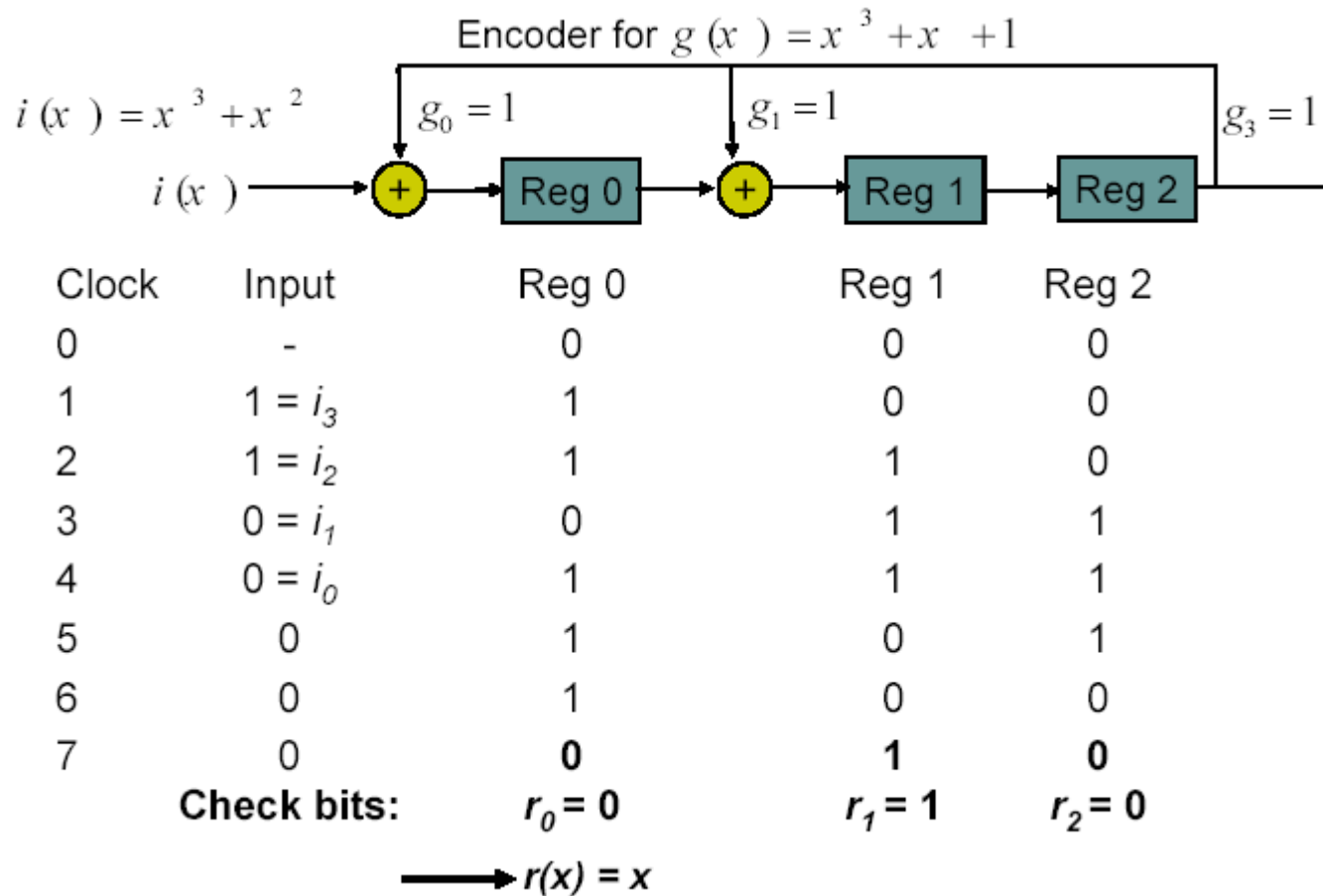
# algorytm dzielenia Euklidesowego implementowany na rejestrach ze sprzężeniem zwrotnym

- obwód wykonujący dzielenie przez  $g(x) = x^3 + x + 1$
- sekwencja wejściowa 1100000, w drugiej kolumnie, odpowiada dzielnej  $x^6 + x^5$
- kolejne trzy kolumny pokazują stany rejestrów
- zawartość rejestru odpowiada współczynnikom najwyższych składników wielomianu dzielnej, dla danego kroku algorytmu dzielenia

# algorytm dzielenia Euklidesowego implementowany na rejestrach ze sprzężeniem zwrotnym

- rejestr 2 zawiera współczynniki przy składniku o najwyższej potędze, kiedy jest to 1, wzorzec  $g(x)$  jest podawany wstecz w rejestrze przesuwным, wtedy iloczyn nowego składnika ilorazu i dzielnika jest odejmowany od aktualnej dzielnej, n.p. dla kroku zegara 3, wyliczany jest składnik ilorazu  $x^3$
- po tym, jak 7 bitów wejściowych jest umieszczonych w obwodzie, ostateczna reszta 010 pozostaje w rejestrze, stąd  $r(x) = x$
- ten sam obwód, co jest stosowany w nadajniku przez koder, jest stosowany w odbiorniku, dla sprawdzenia ważności wielomianu kodu

# algorytm dzielenia Euklidesowego implementowany na rejestrach ze sprzężeniem zwrotnym

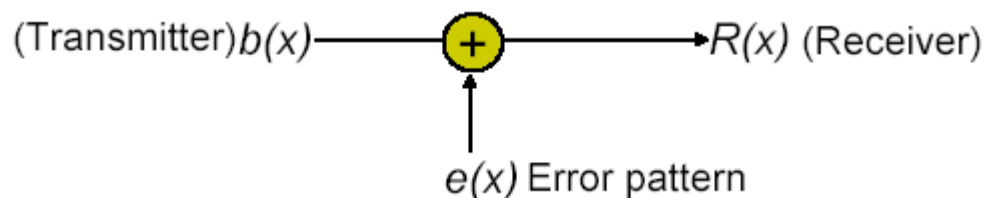


# standardowe kody wielomianowe

nazwa	wielomian	zastosowanie
CRC-8	$x^8 + x^2 + x + 1$	nagłówek ATM
CRC-10	$x^{10} + x^9 + x^5 + x^4 + x + 1$	ATM AAL CRC
CRC-12	$x^{12} + x^{11} + x^3 + x^2 + x + 1 =$ $= (x + 1) (x^{11} + x^2 + 1)$	Bisync
CRC-16	$x^{16} + x^{15} + x^2 + 1 =$ $= (x + 1) (x^{15} + x + 1)$	Bisync
CCITT-16	$x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$	HDLC, Xmodem, V.41
CCITT-32	$x^{32} + x^{26} + x^{23} + x^{22} + x^{16} + x^{12} + x^{11}$ $+ x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$	IEEE 802, DoD, V.42, AAL5

# zdolność wykrywania błędu przez kod wielomianowy

- określimy zbiór błędów, których kody wielomianowe nie wykrywają
- addytywny model błędu dla kodu wielomianowego:

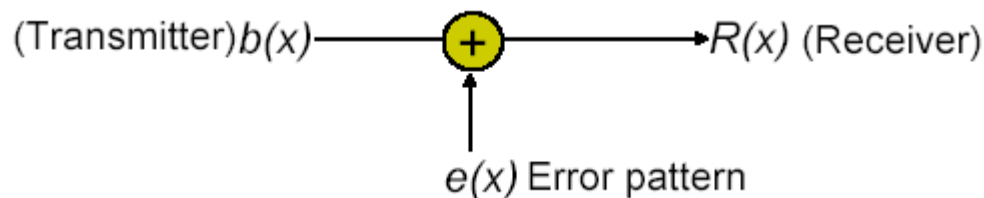


- dodanie, w arytmetyce modulo 2, wielomianu błędu  $e(x)$  do słowa kodu na wejściu  $b(x)$ , w celu otrzymania wielomianu odbieranego  $R(x)$ :

$$R(x) = b(x) + e(x)$$

# zdolność wykrywania błędu przez kod wielomianowy

- w odbiorniku,  $R(x)$  jest dzielone przez  $g(x)$ , w celu uzyskania reszty, nazwanej *wielomianem syndromu*  $s(x)$ . Jeżeli  $s(x) = 0$ , wtedy  $R(x)$  jest ważnym słowem kodowym, dostarczonym do użytkownika, jeżeli nie, użytkownik jest informowany o wykryciu błędu
- ponieważ  $R(x) = b(x) + e(x) = g(x)q(x) + e(x)$ , widzimy, że jeżeli  $e(x)$  jest podzielne przez  $g(x)$ , wtedy *błąd jest niewykrywalny*





# zdolność wykrywania błędu przez kod wielomianowy

- projektowanie kodu wielomianowego do wykrywania błędów polega na identyfikacji wielomianów błędu  $e(x)$ , które chcemy wykryć, i na syntezie wielomianu generatora  $g(x)$ , przez który nie dzielą się bez reszty zidentyfikowane wielomiany błędu
- określimy warunki, jakie powinien spełniać  $g(x)$ , aby wykrywał dane klasy wielomianów błędu  $e(x)$ :
  - błędy pojedyncze
  - błędy podwójne
  - wszystkie błędy nieparzyste

# wykrywanie pojedynczych błędów

- wielomian błędu jest w postaci  $e(x) = x^i$   
gdzie  $0 \leq i \leq n - 1$
- ponieważ  $g(x)$  ma co najmniej dwa składniki niezerowe, łatwo pokazać, że po pomnożeniu go przez dowolny wielomian ilorazu  $q(x)$ , iloczyn będzie miał również co najmniej dwa składniki niezerowe
- czyli pojedyncze błędy nie mogą być wyrażone jako wielokrotność  $g(x)$ , stąd wszystkie pojedyncze błędy są wykrywalne

# wykrywanie podwójnych błędów

- wielomian błędu z błędami podwójnymi ma postać:

$$e(x) = x^i + x^j = x^i(1 + x^{j-i}), \text{ gdzie } j > i$$

- $x^i$  nie dzieli się przez  $g(x)$ , stąd  $e(x)$  jest podzielne przez  $g(x)$  tylko wtedy, gdy  $g(x)$  dzieli się przez  $(1 + x^{j-i})$
- ponieważ  $i$  przyjmuje wartości od 0 do  $n-2$ , chcemy aby  $1 + x^m$  nie było podzielne przez  $g(x)$ , dla  $m$  przyjmującego wartości od 1 do maksymalnej długości słowa kodu, dla której zostanie ten wielomian zastosowany
- dla wielomianu prymitywnego stopnia  $N$ , najmniejsza wartość  $m$ , dla której  $1 + x^m$  jest podzielny przez ten wielomian to  $2^N - 1$

# wykrywanie podwójnych błędów

- jeżeli  $g(x)$  jest stopnia  $N=n-k$ , to wykrywa wszystkie podwójne błędy, jeżeli słowo kodowe nie przekracza długości  $2^{n-k} - 1$

- wielomiany generatora są w postaci:

$$g(x) = (1 + x)p(x)$$

gdzie  $p(x)$  jest wielomianem prymitywnym

- n.p. wielomian CRC-16 to  $x^{16} + x^{15} + x^2 + 1$ , czyli

$$g(x) = (1 + x)(x^{15} + x + 1)$$

gdzie  $(x^{15} + x + 1)$  jest wielomianem prymitywnym

- CRC-16 wykrywa wszystkie podwójne błędy, tak długo, jak słowo kodu nie przekracza długości

$$2^{15} - 1 = 32767$$

# wykrywanie wszystkich błędów nieparzystych

- gdy przyjmiemy, że wszystkie wielomiany kodu mają parzystą liczbę jedynek, wtedy uzyskamy zdolność wykrycia błędów
- gdy obliczymy wielomian kodu  $b(x)$  dla  $x=1$ , wtedy uzyskamy sumę binarnych współczynników  $b(x)$
- kiedy  $b(1)=0$  dla wszystkich wielomianów kodu, wtedy  $x+1$  musi być elementem wszystkich  $b(x)$  i stąd  $g(x)$  musi zawierać  $x+1$  jako mnożnik
- dlatego  $g(x)$  zwykle zawiera  $x+1$  jako mnożnik

# zdolność wykrywania błędu przez kod wielomianowy

1. Single errors:  $e(x) = x^i \quad 0 \leq i \leq n-1$

If  $g(x)$  has more than 1 term, it cannot divide  $e(x)$

2. Double errors:  $e(x) = x^i + x^j \quad 0 \leq i < j \leq n-1$   
 $= x^i (1 + x^{j-i})$

If  $g(x)$  is primitive, it will not divide  $(1 + x^{j-i})$  for  $j-i \leq 2^{n-k}-1$

3. Odd number of errors:  $e(1) = 1$  if number of errors is odd.

If  $g(x)$  has  $(x+1)$  as a factor, then  $g(1) = 0$  and all codewords have an even number of 1s.

## wykrywanie wszystkich błędów występujących porcjami o długości $L$

- rozważmy wykrywanie wszystkich błędów, występujących porcjami o długości  $L$
- wielomian błędu ma postać  $x^L d(x)$  – jeżeli porcja błędu zawiera  $L$  kolejnych bitów, wtedy  $d(x)$  jest stopnia  $L-1$
- wnioskując jak poprzednio,  $e(x)$  jest wielokrotnością  $g(x)$ , jeżeli  $d(x)$  jest podzielne przez  $g(x)$  – jest to możliwe, gdy stopień  $d(x)$  jest  $\geq$  stopień  $g(x)$
- jeżeli  $g(x)$  jest stopnia  $n-k$ , to błędy występujące porcjami o długości  $n-k$ , albo mniejszej, są wykrywalne

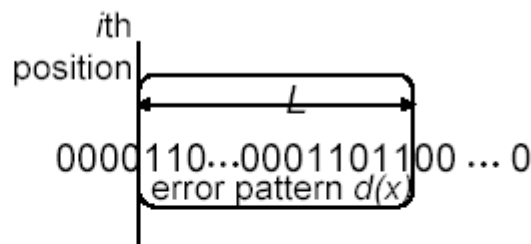
## wykrywanie wszystkich błędów występujących porcjami o długości $L$

- jeżeli błąd występujący porcjami ma długość  $L=n-k+1$ , wtedy stopień  $g(x)$  = stopień  $d(x)$ , a  $d(x)$  jest podzielny przez  $g(x)$  wtedy, i tylko wtedy, gdy  $d(x)=g(x)$
- w przykładzie (następny slajd),  $d(x)$  musi mieć jedynki na najstarszym i najmłodszym składniku, aby pasować do  $g(x)$ , aby  $d(x)$  było równe  $g(x)$  muszą pasować również  $n-k-1$  współczynników między tymi składnikami
- tylko jeden z  $2^{n-k-1}$  wzorów pasuje do  $g(x)$ , stąd porcja niewykrywalnych błędów wynosi  $1/2^{n-k-1}$
- dla  $L>n-k+1$ , ułamek niewykrywalnych porcji błędów wynosi  $1/2^{n-k}$



# zdolność wykrywania błędu przez kod wielomianowy

4. Error bursts of length b:



$$e(x) = x^i d(x) \quad \text{where } \deg(d(x)) = L-1$$

$g(x)$  has degree  $n-k$ ;

$g(x)$  cannot divide  $d(x)$  if  $\deg(g(x)) > \deg(d(x))$

- $L = (n-k)$  or less: all will be detected
- $L = (n-k+1)$ :  $\deg(d(x)) = \deg(g(x))$   
i.e.  $d(x) = g(x)$  is the only undetectable error pattern,  
fraction of bursts which are undetectable =  $1/2^{L-2}$
- $L > (n-k+1)$ : fraction of bursts which are undetectable =  $1/2^{n-k}$

# kody liniowe

- klasa kodów szeroko stosowana do wykrywania i korekcji błędów
- binarny kod liniowy określają dwa parametry:  $k$  i  $n$
- kod liniowy pobiera grupy  $k$  bitów informacji  $b_1, b_2, \dots, b_k$  i wytwarza binarne słowo kodu  $\underline{b}$ ,  $n$ -bitowe:  $b_1, b_2, \dots, b_n$
- przykładem jest kod Hamminga
- n.p. słowo kodowe  $\underline{b}$  zawiera 4 bity informacyjne  $b_1, b_2, b_3$  i  $b_4$ , a następnie 3 bity kontrolne  $b_5, b_6$  i  $b_7$ :

$$b_5 = b_1 + \quad + b_3 + b_4$$

$$b_6 = b_1 + b_2 + \quad + b_4$$

$$b_7 = \quad b_2 + b_3 + b_4$$

- co oznacza, że dla bitów informacyjnych (0,1,1,0), słowo kodowe jest następujące:

$$(0,1,1,0, 0+1+0, 0+1+0, 1+1+0) = (0,1,1,0,1,1,0)$$

# kody liniowe

- w ogólności,  $n-k$  bitów kontrolnych kodu liniowego  $b_{k+1}, \dots, b_n$  jest określone przez  $n-k$  równań liniowych:

$$b_{k+1} = a_{11}b_1 + a_{12}b_2 + \dots + a_{1k}b_k$$

$$b_{k+2} = a_{21}b_1 + a_{22}b_2 + \dots + a_{2k}b_k$$

...

$$b_n = a_{(n-k)1}b_1 + a_{(n-k)2}b_2 + \dots + a_{(n-k)k}b_k$$

- współczynniki są liczbami binarnymi, dodawanie modulo 2
- $b_{k+j}$  kontroluje bit informacyjny  $b_i$ , jeżeli  $a_{ji}$  wynosi 1
- stąd,  $b_{k+j}$  jest sumą modulo 2 bitów informacyjnych, które kontroluje
- stąd nadmiarowość kodu liniowego jest określona przez sumy kontroli parzystości na zbiorach bitów informacyjnych
- kiedy wszystkie bity informacyjne są 0, to wszystkie bity kontrolne też

# kody liniowe

- wiele kodów liniowych można zdefiniować wybierając różne współczynniki  $[a_{ji}]$
- nadmiarowość jest zapewniona przez  $n-k$  bitów kontrolnych – kiedy kanał transmisyjny ma szybkość  $R$  b/s, a  $k$  z  $n$  nadawanych bitów to bity informacji, wtedy informacja użytkowa jest przekazywana z szybkością  $R_{info} = (k/n)R$  b/s

# metoda wykrywania błędów w kodach liniowych - przykład

- założmy, że do obu stron równania pierwszego (slajd 226) dodamy  $b_5$ , do obu stron równania drugiego dodamy  $b_6$ , a do do obu stron równania trzeciego dodamy  $b_7$

$$0 = b_5 + b_5 = b_1 + \quad + b_3 + b_4 + b_5$$

$$0 = b_6 + b_6 = b_1 + b_2 + \quad + b_4 \quad + b_6$$

$$0 = b_7 + b_7 = \quad b_2 + b_3 + b_4 \quad + b_7$$

stosując regułę, że w arytmetyce modulo 2, dowolna liczba dodana do siebie daje 0

- równania te stanowią warunki, jakie powinny być spełnione przez każde słowo kodowe, stąd jeżeli wyjściem kanału transmisyjnego jest  $\underline{r} = (r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7)$ , to  $\underline{r}$  jest słowem kodu, tylko wtedy jeżeli jego składniki spełniają te warunki

# metoda wykrywania błędów w kodach liniowych - przykład

- zapisując to równanie w formie macierzowej:

$$\begin{array}{c}
 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1011100 \\ 1101010 \\ 0111001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \underline{b}' = \underline{0}
 \end{array}$$

- $\underline{b}'$  jest słowem kodowym w postaci wektora kolumnowego
- stosując tę procedurę, znajdujemy wzór, który wszystkie słowa kodowe powinny spełniać:  $\mathbf{H} \underline{b}' = \underline{0}$

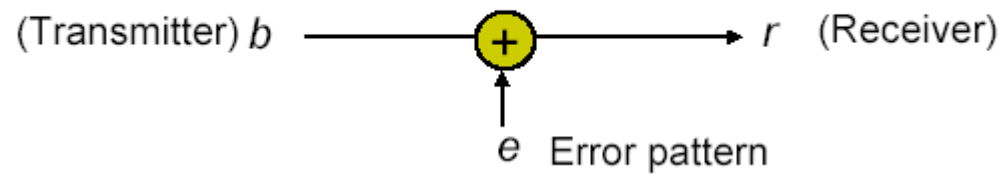
# metoda wykrywania błędów w kodach liniowych - przykład

- gdzie  $\underline{0}$  jest wektorem kolumnowym,  $n-k$  elementowym, składający się z samych zer
- $\underline{b'}$  jest słowem kodowym, w postaci wektora kolumnowego
- a macierz kontrolna  $\mathbf{H}$  ma rozmiar  $n-k \times n$  :

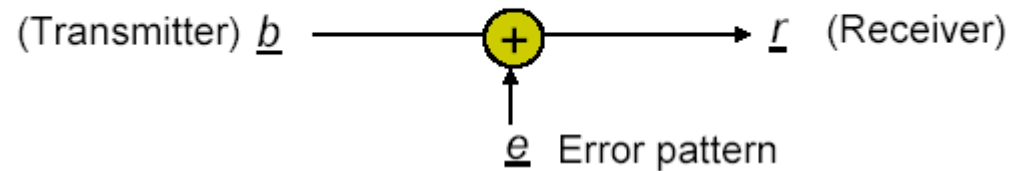
$$\begin{array}{cccccc} \lceil & a_{11} & a_{12}b_2 & \dots & a_{1k} & 10\dots 0 \rceil \\ | & a_{21} & a_{22}b_2 & \dots & a_{2k} & 01\dots 0 | \\ & & & \dots & & \\ \lfloor & a_{(n-k)1} & a_{(n-k)2} & \dots & a_{(n-k)k} & 01\dots 0 \rfloor \end{array}$$

# kanał z błędem addytywnym

(a) Single bit input



(b) Vector input





# kanał z błędem addytywnym

- wyjście kanału binarnego jest to suma modulo 2 bitu błędu  $e$  i binarnego wejścia  $b$
- kiedy bit błędu jest 0, wtedy wyjście kanału odpowiada wejściu, i nie ma błędu transmisji
- kiedy bit błędu jest 1, wtedy wyjście kanału różni się od wejścia, i występuje błąd transmisji
- rozważmy wpływ kanału binarnego na nadawane słowo kodowe – kanał ma wektor na wejściu składający się z  $n$  bitów odpowiadających słowu kodu, wyjście z kanału  $\underline{r}$  jest sumą modulo 2 słowa kodu  $\underline{b}$  i wektora błędu  $\underline{e}$ , który ma 1 na pozycji, gdzie jest błąd, a 0 na pozycji, gdzie go nie ma:

$$\underline{r} = \underline{b} + \underline{e}$$

# wyliczenie syndromu

- system wykrywania błędu, stosujący kod liniowy, sprawdza wyjście kanału binarnego  $\underline{r}$ , aby stwierdzić, czy  $\underline{r}$  jest ważnym kodem – system sprawdza, czy  $\underline{r}$  spełnia równanie ze slajdu 230
- wynikiem tego obliczenia jest wektor kolumnowy, zwany *syndromem*:

$$\underline{s} = H\underline{r}$$

- jeżeli  $\underline{s} = \underline{0}$ , wtedy  $\underline{r}$  jest ważnym słowem kodowym, a jeżeli  $\underline{s} \neq \underline{0}$ , wtedy nie jest, a system wskazuje błąd transmisji i powoduje retransmisję w systemie ARQ albo naprawę błędu w systemie FEC

# kiedy system wykrywania zawodzi?

- kiedy  $\underline{s}=0$ , a mimo to wyjście kanału nie jest identyczne z wejściem, czyli  $\underline{e}$  nie jest zerem, czyli:

$$\underline{0} = \underline{s} = H\underline{r} = H(\underline{b} + \underline{e}) = H\underline{b} + H\underline{e} = \underline{0} + H\underline{e} = H\underline{e}$$

- równanie  $H\underline{e} = \underline{0}$  implikuje, że kiedy  $\underline{s} = \underline{0}$ , wtedy wzór błędu  $\underline{e}$  spełnia  $H\underline{b} = \underline{0}$ , i stąd  $\underline{e}$  musi być słowem kodu
- to implikuje, że wykrywanie błędów za pomocą kodu liniowego zawodzi, gdy wektor błędu jest słowem kodu, które przekształca słowo kodu na wejściu  $\underline{b}$  na inne słowo kodu  $\underline{r} = \underline{b} + \underline{e}$
- stąd zbiór niewykrywalnych wektorów błędu to zbiór wszystkich słów niezerowych

# wyliczenie syndromu za pomocą kodu Hamminga (7,4) dla wektorów błędu

- ... zawierających pojedyncze, podwójne i potrójne błędy
- kiedy pojedynczy błąd wystąpi na  $j$ -tej pozycji, to syndrom będzie równy  $j$ -tej kolumnie w macierzy  $\mathbf{H}$
- ponieważ wszystkie kolumny w  $\mathbf{H}$  są niezerowe, to syndrom zawsze będzie niezerowy, kiedy wektor błędu zawiera błąd pojedynczy – stąd wszystkie błędy pojedyncze są wykrywalne
- kiedy wektor błędu zawiera błąd na pozycjach  $i$  oraz  $j$ , wtedy syndrom jest równy sumie kolumn  $i$  oraz  $j$  w  $\mathbf{H}$
- dla kodu Hamminga (7,4) wszystkie kolumny są odmienne, stąd syndrom jest niezerowy, a wszystkie wektory błędu z dwoma błędami są wykrywalne
- dla wektora błędu, zawierającego trzy błędy, jeżeli wyliczony syndrom jest zerem, oznacza to, że taki wektor błędu jest niewykrywalny

# wyliczenie syndromu

$$\begin{array}{l}
 \underline{s} = \underline{H} \underline{e} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{Single error detected} \\
 \\
 \underline{s} = \underline{H} \underline{e} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{Double error detected} \\
 \\
 \underline{s} = \underline{H} \underline{e} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \underline{0} \quad \text{Triple error not detected}
 \end{array}$$

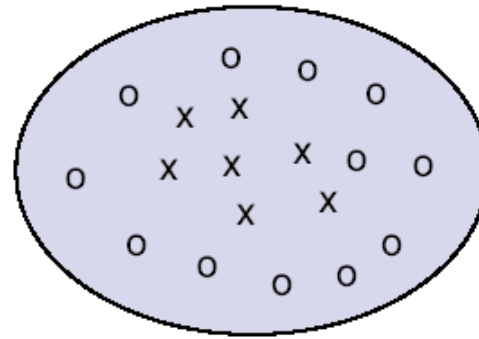
# klasa ogólna kodów Hamminga

- kod Hamminga (7,4) ma  $2^3-1$  niezerowych binarnych trójek, z których każda pojawia się tylko raz
- to pozwala wykryć wszystkie błędy pojedyncze i podwójne
- uogólniając, niech  $m$  będzie liczbą całkowitą  $\geq 2$
- konstruujemy macierz  $\mathbf{H}$ , która ma  $2^m - 1$  kolumn, zawierających binarne niezerowe  $m$ -ki
- macierz  $\mathbf{H}$  odpowiada kodowi liniowemu, o słowach kodu długości  $n=2^m-1$  i  $n-k = m$  bitach kontrolnych
- wszystkie kody o takiej macierzy  $\mathbf{H}$  to kody Hamminga, zdolne do wykrycia wszystkich błędów pojedynczych i podwójnych
- w przykładzie mamy kod Hamminga o  $m=3$

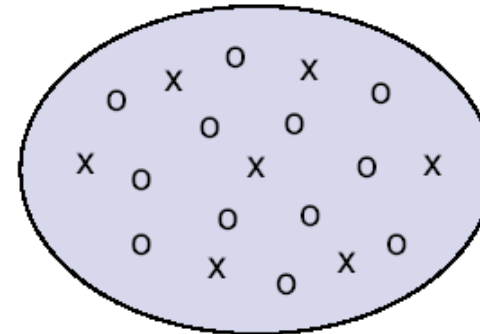
# wydajność kodów liniowych

- minimalizacja prawdopodobieństwa nie wykrycia błędu
- słowa kodu powinny być jak najdalej od siebie w przestrzeni bloków binarnych

(a) A code with poor distance properties



(b) A code with good distance properties



x = codewords

o = noncodewords

# wydajność kodów liniowych

- małe prawdopodobieństwo konwersji słowa kodu w inne słowo kodu
- wydajność wykrywania błędów jest funkcją odległości między słowami kodu
- odległość Hamminga  $d(\underline{b}_1, \underline{b}_2)$  między wektorami binarnymi  $\underline{b}_1$  i  $\underline{b}_2$  jest określona przez liczbę elementów, którymi się one różnią
- odległość Hamminga między dwoma wektorami wzrasta, gdy liczba bitów je różniących wzrasta
- rozważmy sumę modulo 2 wektorów  $\underline{b}_1 + \underline{b}_2$ . Element sumy jest równy 1, kiedy odpowiadające sobie bity się różnią, a 0 w przeciwnym razie. Odległość jest wtedy równa liczbie jedynek w sumie  $\underline{b}_1 + \underline{b}_2$ :

$$d(\underline{b}_1, \underline{b}_2) = w(\underline{b}_1 + \underline{b}_2)$$

gdzie  $w$  jest funkcją wagi



# wydajność kodów liniowych

- zasięg, przy którym wektory błędu z kilkoma błędami są bardziej prawdopodobne niż wektory z wieloma błędami sugeruje, aby projektować kody liniowe mające słowa kodu odległe w sensie odległości Hamminga
- minimalna odległość kodu  $d_{min}$  to odległość między dwoma najbliższymi odmiennymi słowami kodu
- ponieważ takie słowa są najbardziej podatne na błąd transmisji, to  $d_{min}$  jest miarą najgorszego przypadku
- jeżeli  $\underline{b}_1$  i  $\underline{b}_2$  są słowami kodu, to  $\underline{b}_1 + \underline{b}_2$  też jest
- aby znaleźć  $d_{min}$ , wystarczy znaleźć niezerowe słowo kodu o najmniejszej wadze (najmniejszej liczbie 1)

# wydajność kodów liniowych

- kod Hamminga (7,4)

bity informacji	słowo kodu	waga
0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0	0
0 0 0 1	0 0 0 1 1 1 1	4
0 0 1 0	0 0 1 0 1 0 1	3
...	...	...
1 1 1 0	1 1 1 0 0 0 0	3
1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	7

- kod Hamminga (7,4) ma  $d_{min} = 3$
- kiedy zmieniamy bity słowa kodu, to musimy zmienić ich co najmniej  $d_{min}$ , aby uzyskać inne słowo kodu
- stąd wszystkie wektory błędu o liczbie błędów  $d_{min} - 1$  są wykrywalne
- kod wykrywa  $t$  błędów, jeżeli  $d_{min} \geq t + 1$

# wydajność kodów liniowych

- rozważmy prawdopodobieństwo nie wykrycia błędu dla kodów liniowych w ogólności
- dla modelu kanału o losowym wektorze błędów, wszystkie  $2^n$  możliwe wzorce błędu są równie prawdopodobne, stąd kod liniowy  $(n,k)$  nie wykrywa  $2^k - 1$  wektorów błędu, odpowiadających niezerowym słowom kodu
- prawdopodobieństwo nie wykrycia błędu  $(2^k - 1)/2^n \approx 1/2^{n-k}$
- zwiększamy prawdopodobieństwo, zwiększając liczbę bitów parzystości  $n - k$
- dla kodu Hamminga  $(7,4)$ , dla modelu kanału o losowym wektorze błędów, prawdopodobieństwo nie wykrycia błędu wynosi  $1/2^3 = 1/8$

# wydajność kodów liniowych

- dla modelu kanału o losowym błędzie bitu, prawdopodobieństwo  $P$  nie wykrycia błędu =  $P[\underline{e}$  jest niezerowym słowem błędu]  $\approx N_{dmin} p^{d_{min}}$ , dla  $p \ll 1$
- $p$  jest prawdopodobieństwem błędu na jednym bicie
- dla kodu Hamminga (7,4), dla modelu kanału o losowym błędzie bitu, prawdopodobieństwo nie wykrycia błędu wynosi  $7p^3$ , ponieważ  $d_{min}=3$ , a 7 słów kodu ma tę wagę
- jeżeli  $p=10^{-4}$ , wtedy prawdopodobieństwo nie wykrycia błędu wynosi  $7 \times 10^{-12}$
- jest to wynik znacznie lepszy w porównaniu z kodem pojedynczej parzystości (n.p.  $5 \times 10^{-6}$ )

# korekcja błędów

- w FEC (*forward error correction*) po wykryciu błędu występuje faza lokalizacji błędów
- założmy, że wykryto błąd, stąd  $\underline{s} \neq 0$ 
$$\underline{s} = H\underline{r} = H(\underline{b} + \underline{e}) = H\underline{b} + H\underline{e} = 0 + H\underline{e} = H\underline{e}$$
- odbiornik stosuje to równanie, aby obliczyć syndrom, a następnie zdiagnozować najbardziej prawdopodobny wzorzec błędu
- gdyby macierz  $\mathbf{H}$  była odwracalna, to  $\underline{e} = \mathbf{H}^{-1}\underline{s}$ , ale nie jest
- powyższe równanie ma  $n-k$  równań o  $n$  niewiadomych,  $e_1, e_2, \dots, e_n$  - ponieważ mamy mniej równań niż niewiadomych, równanie ma więcej rozwiązań niż jedno, dokładnie  $2^k$  binarnych  $n$ -tek tworzących dany  $\underline{s}$
- system korekcji błędów korzysta z prawdopodobieństwa występowania różnych wzorców, w celu znalezienia błędów

# korekcja błędów - przykład

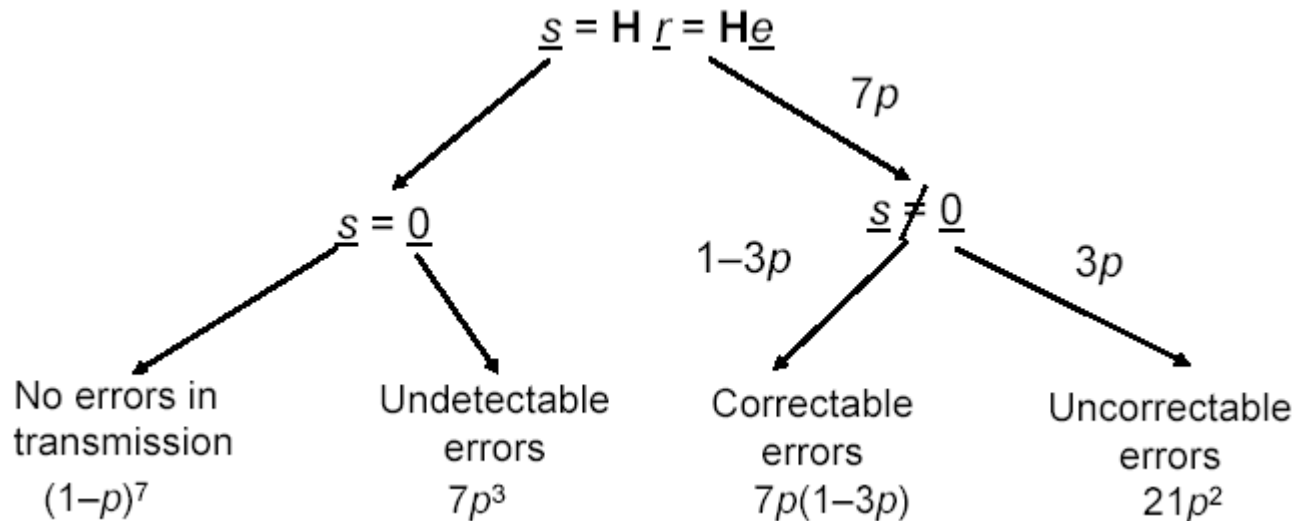
- stosujemy kod Hamminga (7,4)
- odbierany wektor to  $\underline{r} = (0,0,1,0,0,0,1)$
- obliczenie syndromu daje  $\underline{s} = (1,0,0)^t$
- ponieważ piąta kolumna w  $\mathbf{H}$  to  $(1,0,0)$ , jeden z wektorów błędu dających ten syndrom to  $(0,0,0,0,1,0,0)$
- kiedy dodamy słowo kodu do tego wektora błędu, otrzymamy kolejny wektor, dający syndrom  $(1,0,0)^t$
- dodając 16 słów kodu do  $(0,0,0,0,1,0,0)$ , otrzymamy  $2^k=16$  wektorów błędu (gdzie  $k=4$ )

# korekcja błędów - przykład

- system korekcji błędów wybiera wektor błędu z najmniejszą liczbą jedynek,  $\underline{e} = (0,0,0,0,1,0,0)$ , generuje słowo kodu  $\underline{r} + \underline{e} = (0,0,1,0,1,0,1)$ , z którego wyprowadza bity informacji 0010
- system korekcji błędów pomyślnie odzyska nadawane słowo kodu, jeżeli wektor błędu jest najbardziej prawdopodobnym wektorem błędu w zbiorze
- jeżeli tak nie jest, system korekcji dokona korekty w złym miejscu i wprowadzi jeszcze więcej błędów!
- prawdopodobieństwo, że system korekcji źle poprawi błąd wynosi, przy modelu losowego błędu bitu, wynosi  $\approx 3p$

# podsumowanie wyników procesów korekcji błędów

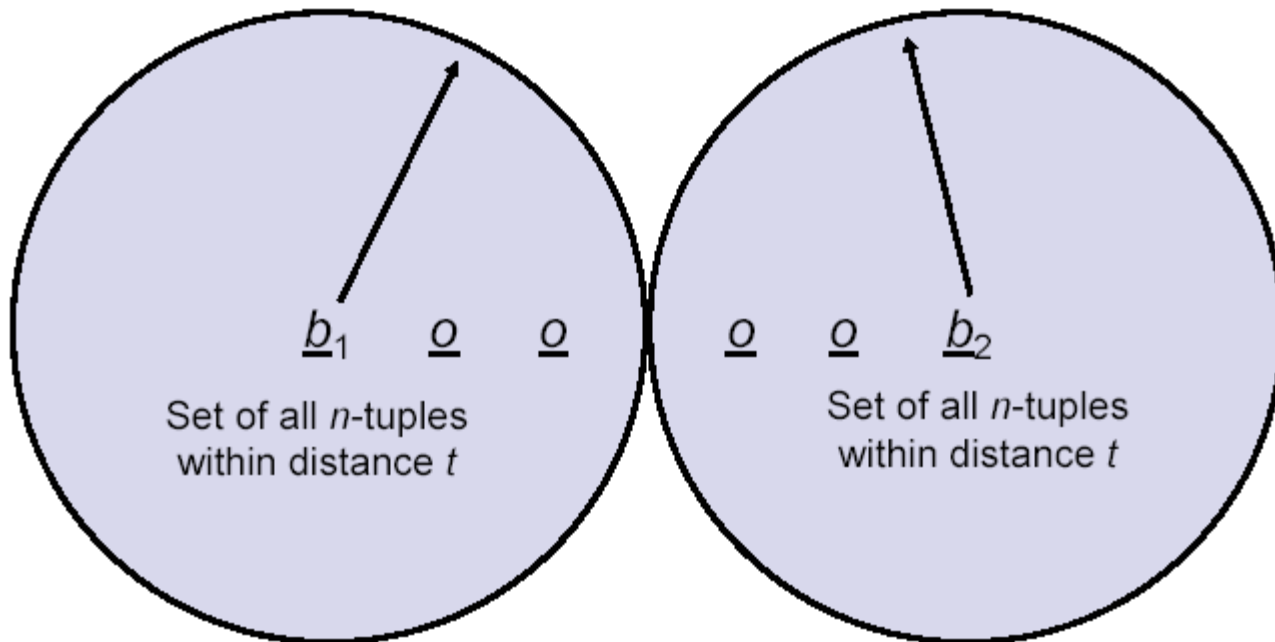
- $\underline{s} = \underline{0}$  – nie ma błędów w transmisji,  $P = (1 - p)^7$
- $\underline{s} = \underline{0}$  – wektor błędu jest niewykrywalny,  $P = 7p^3$
- $\underline{s} \neq \underline{0}$  – system próbuje wykonać korekcję, z  $P = 7p$
- $\underline{s} \neq \underline{0}$  – wektor błędu jest naprawialny,  $P = (1 - 3p)$
- $\underline{s} \neq \underline{0}$  – wektor błędu jest nienaprawialny,  $P = 21p^2$





# podział $n$ -tek pomiędzy oddzielne sfery

- kiedy  $d_{min} = 2t + 1$ , nienakładające się sfery o promieniu  $t$  mogą być wokół każdego słowa kodu
- kiedy wektor błędu ma 2 lub mniej błędów, to system wytworzy poprawne słowo kodu



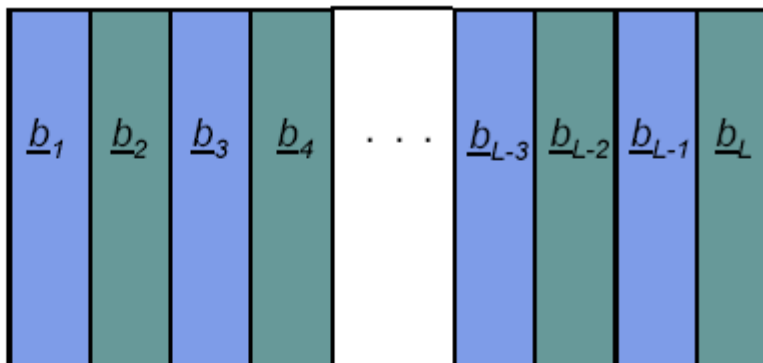
$t = 2$

warstwa fizyczna

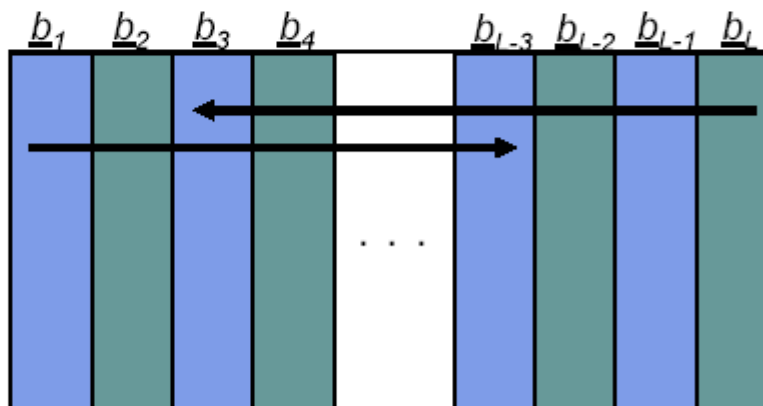
# przeplatanie

- błąd w formie porcji rozkłada się na wiele słów kodu

$L$  codewords  
written vertically  
in array; then  
transmitted row  
by row



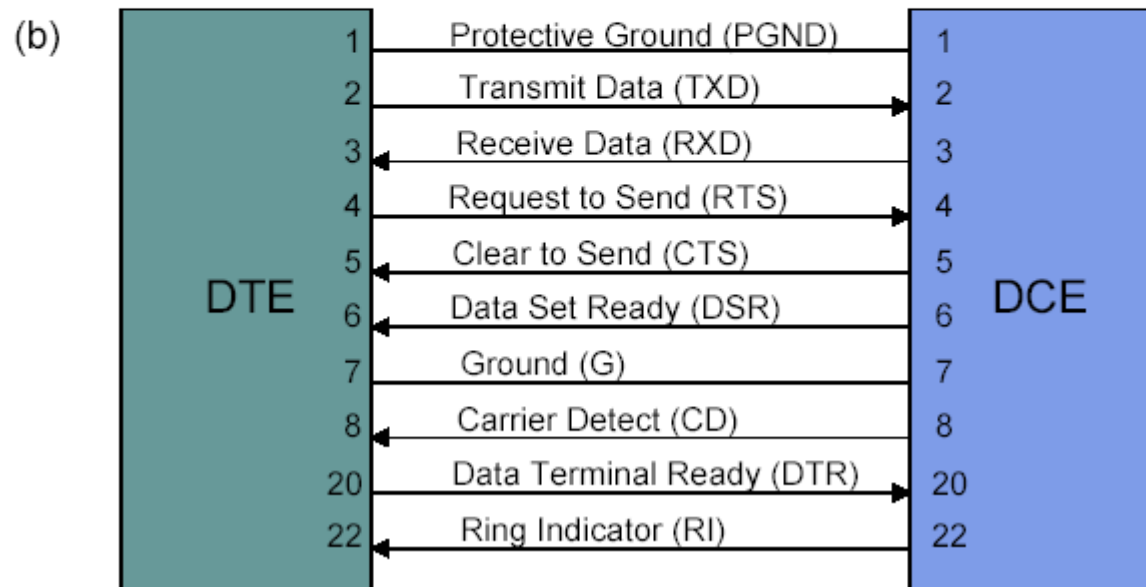
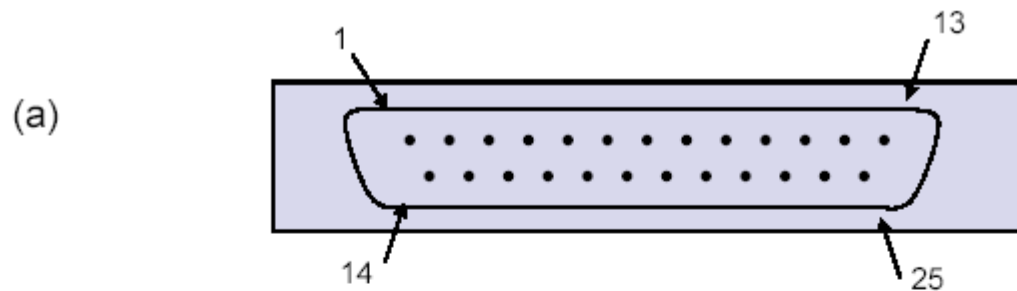
A long error  
burst produces  
errors in two  
adjacent rows



# asynchroniczna transmisja danych

- RS232 (Recommended Standard 232), zwany interfejsem szeregowym łączy, zwykle zapewnia kanał komunikacyjny między komputerem a modemem
- RS-232 jest normą EIA określającą interfejs między DTE a DCE, celem przesłania danych szeregowych
- DTE to komputer albo terminal, DCE to modem
- w CCITT norma V.24
- RS-232 definiuje wtyczki, sygnały elektryczne, procedury transmisji, wtyczki mają 9 albo 25 styków i mają nazwę DB-9 albo DB-25
- wtyczka typu D ma dwa rzędy styków – przy widoku od przodu wtyczki DB-25, górny rząd o ma numery od 1 do 13, dolny od 14 do 25

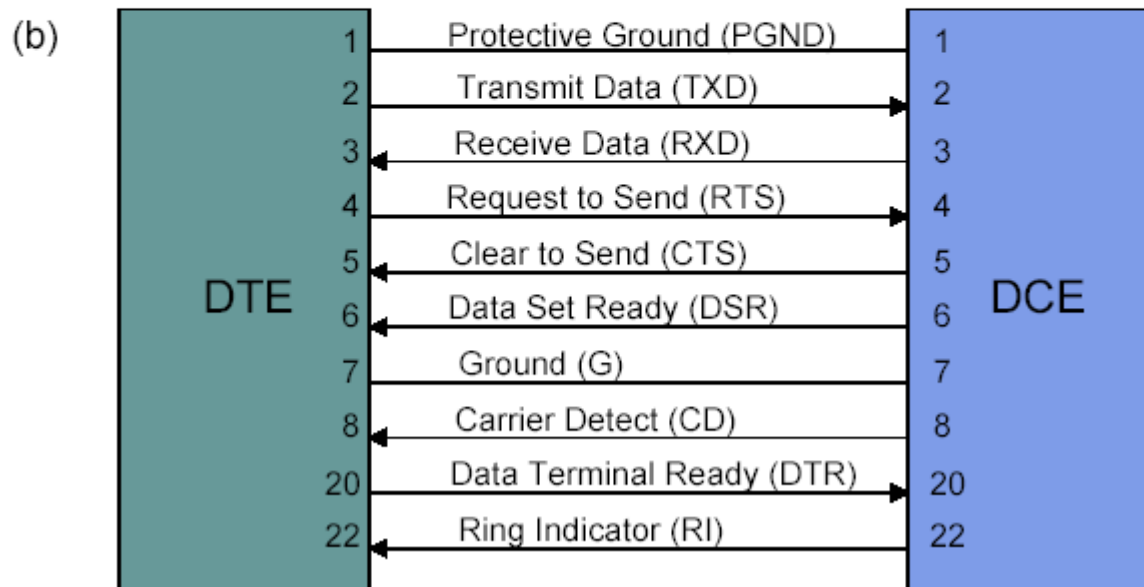
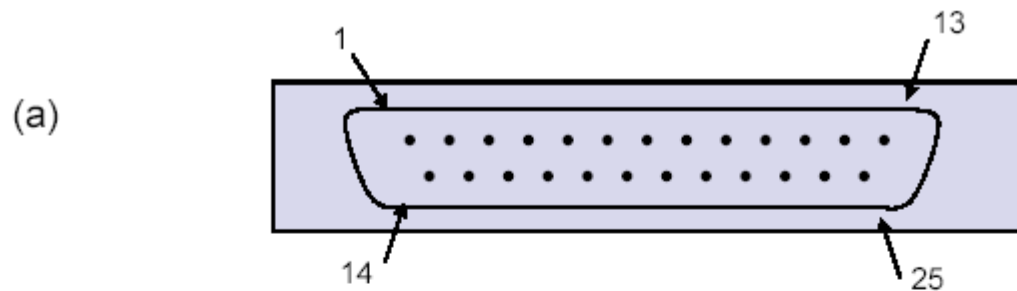
# wtyczka DB-25



# wtyczka DB-25

- specyfikacja elektryczna definiuje sygnały na stykach
- kodowanie biegunowe NRZ
- napięcie od +3 do +25V to binarne 0, od -3 do -25V to 1
- funkcjonalny opis sygnałów:
  - DTE informuje DCE za pomocą DTR, że jest włączone
  - DCE informuje DTE za pomocą DSR, że jest włączone
  - kiedy DCE wykrywa nośną, ustawia DC
  - jeżeli przychodzi wywołanie, DCE informuje o tym DTE za pomocą RI
  - kiedy DTE chce nadawać, ustawia RTS
  - kiedy DCE jest gotowe do odbioru, ustawia CTS
- tryb FDX: dane od DTE do DCE na linii TXD,  
dane od DCE do DTE na linii RXD

# wtyczka DB-25

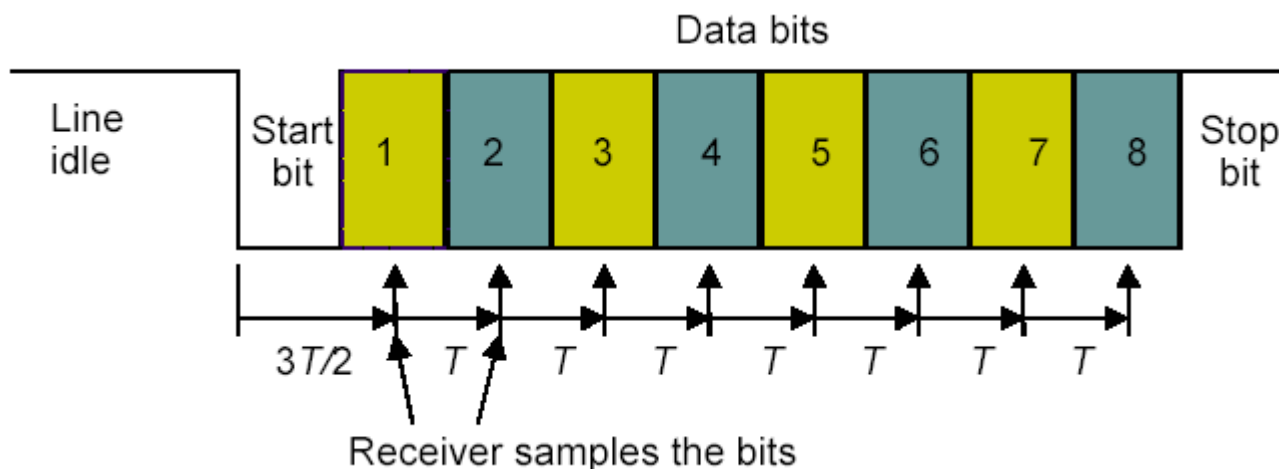


# RS-232

- w RS-232 transmisja danych jest *asynchroniczna*, ponieważ zegar odbiornika nie jest zsynchronizowany z zegarem nadajnika
- nawet gdy zegary nadajnika i odbiornika pracują na zbliżonych częstotliwościach – odbiornik może próbkować bity od nadajnika niepoprawnie, ze względu na *poślizg*
- rozwiązaniem jest nadawanie danych w niewielkich blokach, a każdy blok jest ograniczony przez bit startu na początku i bit stopu na końcu, wtedy poślizg nie zdaży wystąpić

# proces transmisji asynchronicznej

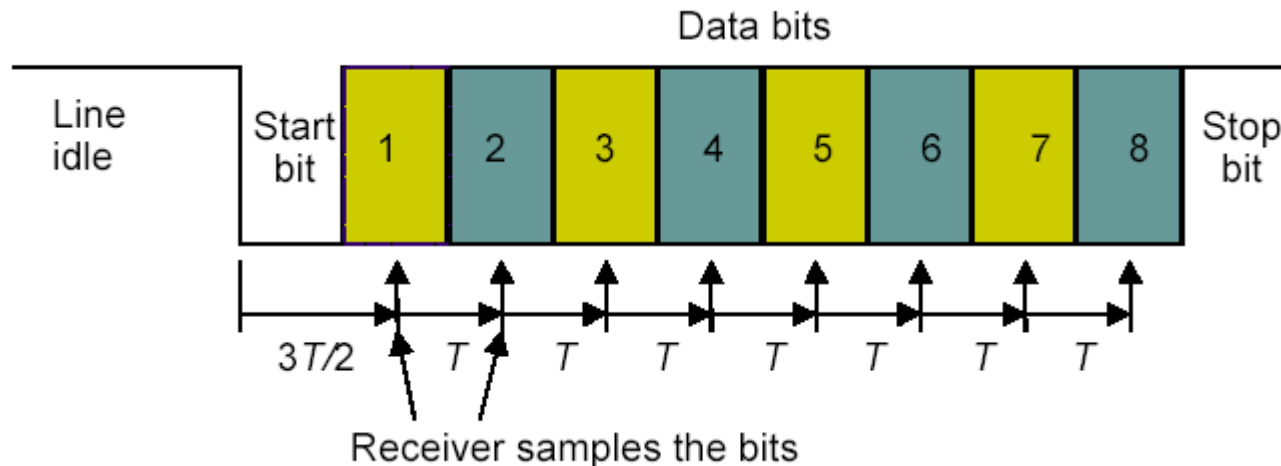
- kiedy odbiornik wykrywa przednią krawędź bitu startu, zaczyna próbkować bity danych po 1.5 okresu zegara odbiornika, aby próbkowanie zaczęło się blisko środka pierwszego bitu danych
- zwykle jest bit startu, 7-8 bitów danych, bit stopu oraz ewentualnie bit parzystości





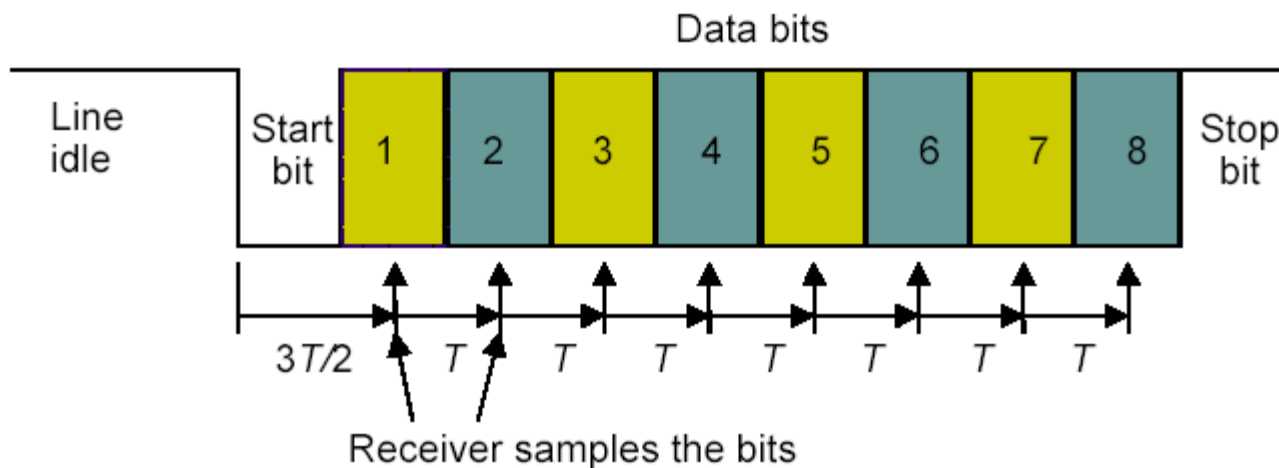
# proces transmisji asynchronicznej

- niech czas trwania impulsu w nadajniku to  $X$ , a czas trwania impulsu w odbiorniku to  $T$
- jeżeli zegar odbiornika jest wolniejszy od zegara nadajnika, a ostatnie próbkowanie musi wystąpić przed końcem bitu stopu, wtedy musi zachodzić  $9.5T < 10X$
- jeżeli zegar odbiornika jest szybszy od zegara nadajnika, a ostatnie próbkowanie musi wystąpić po początku bitu stopu, wtedy musi zachodzić  $9.5T > 9X$



# proces transmisji asynchronicznej

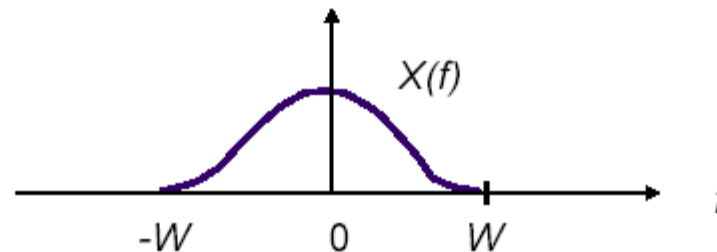
- te dwie nierówności są spełnione, jeżeli
$$|(T-X) / X| < 5.3\%$$
- innymi słowy, częstotliwość zegara odbiornika musi się znajdować w granicach 5.3% częstotliwości zegara nadajnika



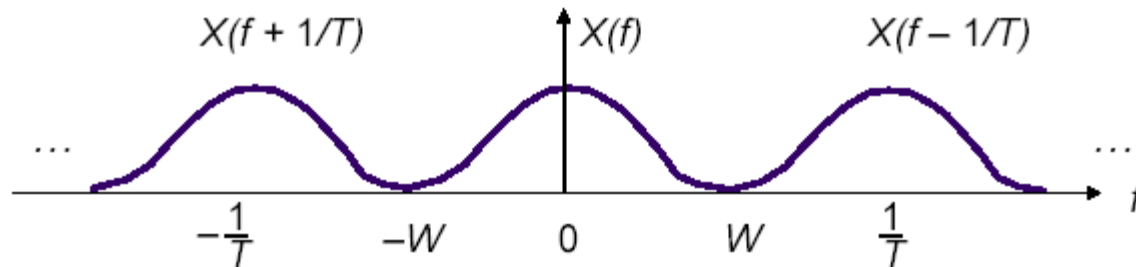
# twierdzenie o próbkowaniu

- spektrum próbkowanego sygnału: gdy szybkość próbkowania mniejsza niż  $2W$ , wtedy sygnał oryginalny nie może być odzyskany:

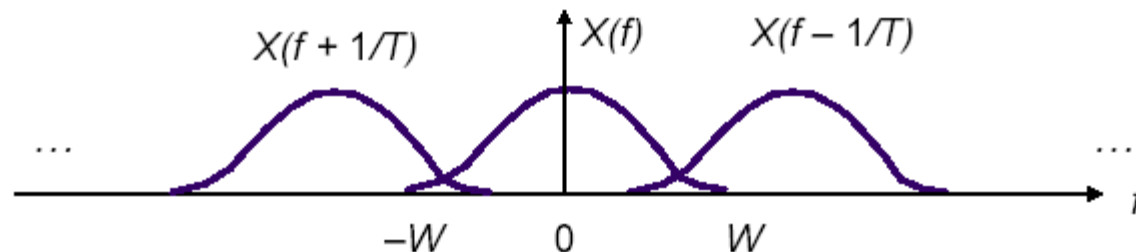
oryginał



$1/T > 2W$



$1/T < 2W$



warstwa fizyczna

