Description logics

Logiki

Logika jest językiem formalnym służącym do reprezentacji wiedzy w sposób pozwalający na wyprowadzanie konkluzji.

Syntaktyka definiuje zdania języka.

Semantyka definiuje znaczenie zdań, czyli określa, które zdania są prawdziwe w opisywanym świecie.

Przykład - język arytmetyki

$x + 2 \geq y$	jest zdaniem;
x2 + y >	nie jest zdaniem;
$x + 2 \geq y$	jest zdaniem prawdziwym wtw gdy x + 2 jest nie mniejszą liczbą niż y;
$x + 2 \geq y$	jest zdaniem prawdziwym w świecie gdzie $x = 7$ i $y = 1$;
$x + 2 \geq y$	jest zdaniem fałszywym w świecie gdzie $x = 0$ i $y = 6$;
$x + 2 \geq x + 1$	jest zdaniem prawdziwym w każdym świecie.

Czy jest tylko jedna logika?

- Logiki wyższych rzędów
  - logiki modalne
  - epistemiczne
  - temporalne
  - . . .
- Logika deskryptywna
- Logika niemonotoniczna
- Logika intuicyjna
- . . .

Ale: Istnieją podejścia standardowe w postaci rachunku zdań i rachunku predykatów pierwszego rzędu.

Typy logik

Logiki charakteryzuje ich zbiór obiektów elementarnych (*primitives*).

Aspekt ontologiczny: co istnieje - fakty? obiekty? czas? przekonanie?

Ontologia (gr: *ontos – byt, logos - słowo*) dział filozofii zajmujący się teorią bytu.

Typy logik

Logiki charakteryzuje ich zbiór obiektów elementarnych (*primitives*).

Aspekt ontologiczny: co istnieje - fakty? obiekty? czas? przekonanie?

Aspekt epistemologiczny: jakie są stany wiedzy?

Epistemologia(gr: *episteme – wiedza, logos - słowo*) dział filozofii inaczej teoria poznania.

Typy logik

Klasyczne logiki bazują na pojęciu PRAWDY

Logiki charakteryzuje ich zbiór obiektów elementarnych (*primitives*).

Aspekt ontologiczny: co istnieje - fakty? obiekty? czas? przekonanie?

Aspekt epistemologiczny: jakie są stany wiedzy?

Język	aspekt ontologiczny (co istnieje w świecie)	aspekt epistemologiczny (co agent wie o faktach)
Rachunek predykatów	fakty	prawda/fałsz/nie wiadomo
Rachunek zdań	fakty,obiekty,relacje	prawda/fałsz/nie wiadomo
Logika temporalna	fakty,obiekty,relacje,czas	prawda/fałsz/nie wiadomo
Rachunek prawdopodobieństwa	fakty	poziom wiarygodności 0…1
Logika rozmyta	stopień prawdziwości	poziom wiarygodności 0…1

Implikacja. Logiczna konsekwencja.

$\boxed{KB \models \alpha}$

Baza wiedzy *KB* *implikuje* zdanie α wtedy i tylko wtedy gdy α jest prawdziwe we wszystkich światach (interpretacjach), gdzie KB jest prawdziwe.

Na przykład

Baza wiedzy *KB* zawierająca zdania:

FC Liverpool wygrał.

AC Milan wygrał.

Implikuje zdanie: FC Liverpool wygrał lub AC Milan wygrał.

To zdanie jest logiczną konsekwencją KB

Modele

Modelem nazywamy formalnie zdefiniowany świat, w którym można określić prawdziwość zdań jakiejś logiki.

Mówimy, że *m* jest modelem zdania α, gdy α jest prawdziwe w *m*.

M(α) jest zbiorem wszystkich modeli α.

Zatem *KB* $\models \alpha$ wtw gdy M(*KB*) $\subseteq$ M(α)

Przykład:
KB = Liverpool wygrał i Milan wygrał
α = Liverpool wygrał
lub
α = Milan wygrał
lub
α = albo Liverpool albo Milan wygrał

Wynikanie – dedukcja - wnioskowanie

$KB \vdash_i \alpha$

$KB \vdash_i \alpha$ zdanie α może być wywiedzione z KB za pomocą procedury wnioskowania *i.*

Soundness: *i* jest poprawna jeżeli zachodzi:
jeżeli $KB \vdash_i \alpha$, to również KB $\models \alpha$

Zupełność: *i* jest zupełna jeżeli zachodzi:
KB $\models \alpha$, to również $KB \vdash_i \alpha$

Przykładem logiki która jest wystarczająco ekspresyjna aby wyrazić prawie wszystko, co nas interesuje i dla której istnieje poprawna i zupełna procedura wnioskowania jest rachunek zdań.

Interesują nas następujące kwestie:

Kiedy zdanie jest logiczną konsekwencją zbioru zdań, czyli: $\Theta \models \phi$?

Czy można zdefiniować dedukcję tak, aby dedukcja i implikacja były zgodne?

Syntaktyka rachunku zdań

Przeliczalny alfabet Σ formuł atomowych: a, b, c, ...

Zdania rachunku zdań:

$\phi, \psi \to \alpha$	*formuła atomowa*
$\perp$	*fałsz*
T	*prawda*
$\neg\phi$	*negacja*
$\phi \wedge \psi$	*koniunkcja*
$\phi \vee \psi$	*dysjunkcja*
$\phi \to \psi$	*implikacja*
$\phi \leftrightarrow \psi$	*równoważność*

Atom (term): formuła atomowa

Literał: (zanegowana) formuła atomowa

Klauzula: dysjunkcja literałów

Semantyka – wersja intuicyjna

Formuły atomowe mogą być *prawdziwe* T lub *fałszywe* F.

Wartość logiczna formuł zależy od wartości logicznej atomów. (*przypisanie wartości atomom* albo *interpretacja*).

Przykład: $(a \vee b) \wedge c$

Jeżeli *a* and *b* są fałszywe a *c* jest prawdziwe, to formuła jest fałszywa.

Zatem *logiczną konsekwencję* można zdefiniować następująco:

ϕ wynika (jest logiczną konsekwencją) Θ jeżeli ϕ jest prawdziwe we wszystkich „stanach świata", w których Θ jest prawdziwe.

Semantyka - formalnie

Przypisaniem wartości logicznych (wartościowaniem lub interpretacją) atomów w Σ nazywamy funkcję $\mathcal{I}$:

$$\mathcal{I}: \Sigma \rightarrow \{T, F\}$$

Zamiast $\mathcal{I}(a)$ *piszemy często* $a^{\mathcal{I}}$.

Formuła a jest spełniona w interpretacji $\mathcal{I}$ (lub prawdziwa w interpretacji $\mathcal{I}$), gdy:

$\mathcal{I} \models T$

$\mathcal{I} \not\models \bot$

$\mathcal{I} \models a$ *wtw* $a^{\mathcal{I}} = T$

$\mathcal{I} \models \neg\phi$ *wtw* $\mathcal{I} \not\models \phi$

$\mathcal{I} \models \phi \wedge \psi$ *wtw* $\mathcal{I} \models \phi$ i $\mathcal{I} \models \psi$

$\mathcal{I} \models \phi \vee \psi$ *wtw* $\mathcal{I} \models \phi$ lub $\mathcal{I} \models \psi$

$\mathcal{I} \models \phi \rightarrow \psi$ *wtw* $\mathcal{I} \models \phi$ to $\mathcal{I} \models \psi$

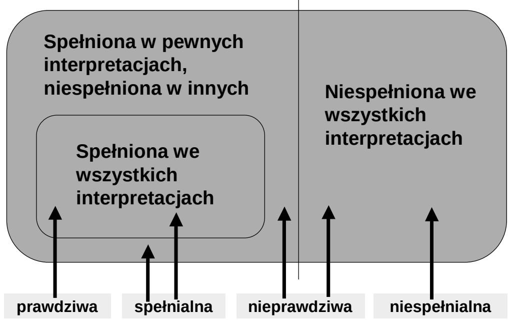
$\mathcal{I} \models \phi \leftrightarrow \psi$ *wtw* $\mathcal{I} \models \phi$ wtedy i tylko wtedy gdy $\mathcal{I} \models \psi$

Przykład

$$\mathcal{I} = \begin{cases} a \rightarrow T \\ b \rightarrow F \\ c \rightarrow F \\ d \rightarrow T \\ \ldots\ldots \end{cases}$$

$$\underbrace{(\underbrace{(\underbrace{(a \vee b)}_{T} \leftrightarrow \underbrace{(c \vee d)}_{T})}_{T} \wedge \underbrace{(\underbrace{\neg\underbrace{(a \wedge b)}_{F}}_{T} \vee \underbrace{(c \wedge \neg d)}_{F})}_{T})}_{T}$$

Spełnialność i prawdziwość



Spełnialność i prawdziwość

Formuła ϕ jest:

spełnialna jeżeli istnieje interpretacja, w której ϕ jest prawdziwa,

niespełnialna jeżeli nie istnieje interpretacja, w której ϕ jest prawdziwa,

zaprzeczalna (nieprawdziwa) jeżeli istnieje interpretacja, w której ϕ nie jest prawdziwa,

prawdziwa (tj. jest tautologią), gdy każda interpretacja jest modelem ϕ.

Dwie formuły są **logicznie równoważne** ($\phi \equiv \psi$), gdy dla każdej interpretacji $\mathcal{I}$: $\mathcal{I} \models \phi$ wtw $\mathcal{I} \models \psi$.

Przykładowe zadanie na kolokwium

Znajdź interpretację i formułę prawdziwą w tej interpretacji (interpretację spełniającą formułę).

Znajdź interpretację i formułę, która nie jest prawdziwa w tej interpretacji (interpretację, która nie spełnia formuły).

Znajdź formułę, która nie może być prawdziwa w żadnej interpretacji (formuła niespełnialna).

Twierdzenie

ϕ jest tautologią wtw $\neg\phi$ jest niespełnialna

ϕ jest niespełnialna wtw $\neg\phi$ jest tautologią.

Twierdzenie

$\phi \equiv \psi$ wtw $\phi \leftrightarrow \psi$ *jest tautologią.*

Twierdzenie

Jeżeli ϕ i ψ są równoważne i χ' powstaje przez zastąpienie ϕ w χ przez ψ, to χ i χ' są równoważne.

Logiczna konsekwencja

Pojęcie logicznej konsekwencji można rozszerzyć na zbiory formuł:

$\mathcal{I} \models \Theta$ wtw $\mathcal{I} \models \phi$ for all $\phi \in \Theta$.

Uwaga:

Formuła ϕ jest logiczną konsekwencją zbioru Θ gdy jest prawdziwa we wszystkich modelach Θ ($\Theta \models \phi$):

$\Theta \models \phi$ wtw $\mathcal{I} \models \phi$ dla wszystkich modeli $\mathcal{I}$ zbioru Θ.

Własności logicznej konsekwencji

$\Theta \cup \{\phi\} \models \psi$ wtw $\Theta \models \phi \rightarrow \psi$

(Twierdzenie o dedukcji)

$\Theta \cup \{\phi\} \models \neg\psi$ wtw $\Theta \cup \{\psi\} \models \neg \phi$

(Twierdzenie o traspozycji)

$\Theta \cup \{\phi\}$ jest niespełnialne wtw $\Theta \models \neg \phi$

(Twierdzenie o sprzeczności)

Description logics

- Jest formalizmem uogólniającym reprezentację wiedzy:
  - Systemy ram
  - Sieci semantyczne
  - Reprezentacje obiektowe
  - Modele semantyczne
  - Języki ontologii

  : : :
- Jest ustrukturalizowanym fragmentem rachunku zdań
- Jest teorią pozwalającą reprezentować ustrukturalizowaną informację i dostęp oraz wnioskowanie w tej wiedzy.

Ustrukturalizowana logika

Każda logika deskryptywna jest fragmentem rachunku zdań.

Reprezentacja na poziomie predykatów: nie ma zmiennych w tym formaliźmie.

Teoria logiki deskryptywnej składa się z dwóch elementów:

- Definicji predykatów (*TBox*)
- Zbioru stwierdzeń na stałych (*ABox*)

  Każda (podstawowa) logika deskryptywna jest podzbiorem *L3*, czyli rachunku zdań bez funkcji z co najwyżej trzema nazwami zmiennych.

Ustrukturalizowane sieci hierarchiczne

Ustrukturalizowane opisy

- Odpowiedają złożonej relacyjnej strukturze obiektów
- Są zbudowane ze zbioru epistemologicznie odpowiednich obiektów

Rozróżnienie między wiedzą konceptualną (terminologiczną) a instancyjną (asercyjną).

Centralną rolę w określaniu przynależności do zbioru (zawierania zbiorów) odgrywa automatyczna klasyfikacja – uniwersalna implikacja.

Wnioskowanie bez wartości domyślnych.

Typy języków dla TBox

Pojęcia – oznaczają *obiekty*

(predykaty jednoargumentowe, klasy)

Przykład:

Student

{x | Student(x)}

Żonaty

{x | Married(x)}

Role – oznaczają własności

(predykaty dwuargumentowe, relacje)

Przykład:

FRIEND

{<x; y> | FRIEND(x; y)}

LOVES

{<x; y> | LOVES(x; y)}

Wyrażenia

Logiki deskryptywne organizują informację w klasach (pojęciach) budując zbiory instancji o wspólnych własnościach.

Symbol języka DL

Example:

Student ⊓ ∃FRIEND:Married

{x|Student(x)∧∃y. FRIEND(x;y) ∧ Married(y)}

Interpretacja

(Student ⊓ ∃ FRIEND:Married)$^{\mathcal{I}}$

=

(Student)$^{\mathcal{I}}$ ∩ (∃ FRIEND:Married)$^{\mathcal{I}}$

=

{x | Student(x)} ∩

{x | ∃y. FRIEND(x; y) ∧ Married(y)}

=

{x | Student(x) ∧

∃y. FRIEND(x; y) ∧ Married(y)}

Obiekty: klasy

Student
Osoba
nazwisko: [String] adres: [String] zarejestrowany: [Specjalność]

{x | Student(x)} = {x | Osoba(x) ∧

(∃y. NAZWISKO(x; y) ∧ String(y)) ∧

(∃z. ADRES(x; z) ∧ String(z)) ∧

(∃w. ZAPISANY(x; w) ∧ Specjalność(w))}

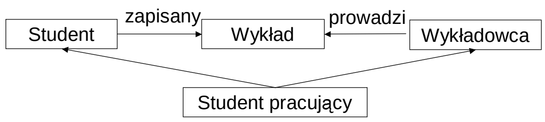
Student := Osoba ⊓ ∃NAZWISKO:String ⊓ ∃ADRES:String ⊓ ∃ZAPISANY:Specjalność

Obiekty: instancje

s1: Student
nazwisko: „Nowak” adres: „Jana Pawła II ...” zapisany: SIZ

Student(s1) ∧ NAME(s1; „Nowak”) ∧ String(„Nowak”) ∧ ADRES(s1; „Jana Pawła II”) ∧ String(„Jana Pawła II”) ∧ ZAPISANY(s1; SIZ) ∧ Specjalność(SIZ)

Sieci semantyczne



∀x. Student(x) → ∃y. ZAPISANY(x; y) ∧ Wykład(y)

Student ⊑ ∃ZAPISANY: Wykład

∀x. Wykładowca(x) → ∃y. PROWADZI(x; y) ∧ Wykład(y)

Wykładowca ⊑ ∃PROWADZI: Wykład

∀x. Student_pracujacy(x) → Student(x) ∧ Wykładowca(x)

Student_pracujacy ⊑ Student

Student_pracujacy ⊑ Wykładowca

Kwantyfikacja

żaba —ma_**kolor**→ **zielony**

Żaba ⊑ ∃ MA_KOLOR.Zielony

Każda żaba ma również kolor zielony.

Żaba ⊑ ∀ MA_KOLOR.Zielony

Każda żaba ma kolor wyłącznie zielony.

Żaba ⊑ ∀ MA_KOLOR.Zielony

Żaba(x); MA_KOLOR(x; y)

Istnieje żaba, która ma kolor tylko zielony.

Kwantyfikacja (egzystencjalna)

żaba —ma_**kolor**→ **zielony**

Każda żaba jest również zielona.

Żaba ⊑ ∃MA_KOLOR:Zielony

∀x.Frog(x) → ∃y.(MA_KOLOR(x; y) ∧ Zielony(y))

Ćwiczenie: Czy to jest model?

Żaba(*oscar*), Zielony(*zielony*),

MA_KOLOR(*oscar*,*zielony*),

Czerwony(*czerwony*),

MA_KOLOR(*oscar*,*czerwony*).

Kwantyfikacja (uniwersalna)

żaba —ma_**kolor**→ **zielony**

Każda żaba jest również zielona.

Żaba ⊑ ∀ MA_KOLOR:Zielony

∀x.Frog(x) → ∀y.(MA_KOLOR(x; y) ∧ Zielony(y))

Ćwiczenie: Czy to jest model?

Żaba(*oscar*), Zielony(*zielony*),

MA_KOLOR(*oscar*,*zielony*),

Czerwony(*czerwony*),

MA_KOLOR(*oscar*,*czerwony*).

Wnioskowanie analityczne - intuicja

(Osoba z ≥ 2 dzieci)

jest podzbiorem (subsumes)

(Osoba z ≥ 3 synami)

(Osoba z ≥ 3 dzieci)

rozłączne

(Osoba z ≤ 2 dzieci)

Najprostsze logika FL^-

C, D → A | C ⊓ D | ∀ R.C | ∃R

A ∈ *pojęcie atomowe*

R ∈ *rola atomowa*

C, D ∈ *pojęcie*

Pojęcie ::= < *pojęcie atomowe* > |

< *pojęcie*> ⊓ < *pojęcie*> |

∃ <*rola atomowa*>|

∀ <*rola atomowa*>.<*pojęcie*>

Intuicyjna semantyka

Pojęcia reprezentują klasy, czyli zbiory obiektów.

Role reprezentują relacje między parami obiektów.

Pojęcia atomowe są nazwami elementarnych (niedefiniowanych) pojęć, a konstrukcje reprezentują obiekty złożone (: and Dorosły Mężczyzna Osoba)

Dzięki temu można użyć kilku własności (tzn. pojęć nadrzędnych lub ograniczeń atrybutów) równocześnie w definicji pojęcia.

Kwantyfikatory

Wprowadzenie do sztucznej inteligencji

Konstruktor :*dla_każdego* nakłada ograniczenie na wartości atrybutu (x jest (:dla_każdego R.C) wtedy i tylko wtedy gdy każde R od x jest C). Np. `(:dla_każdego DZIECKO Lekarz)` określa zbiór obiektów, których każde dziecko jest lekarzem. Jest to sposób na ograniczenie wartości szczeliny w ramie.

Operator :*istnieje* gwarantuje, że istnieje co najmniej jedna wartość dla danej nazwy atrybutu (x jest (:istnieje R) wteedy i tylko wtedy, gdy x ma co najmniej jedno R.) Np. `(:and Osoba (:istnieje DZIECKO))` reprezentuje obiekt rodzica. W ten sposób w ramie wprowadzamy szczelinę.

Semantyka - formalnie

Wprowadzenie do sztucznej inteligencji

Interpretacja $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}; \bullet^{\mathcal{I}})$ składa się z:

- niepustego zbioru $\Delta^{\mathcal{I}}$ (*dziedziny*)
- funkcji $\bullet^{\mathcal{I}}$ (*funkcji interpretacji*)

odwzorowującej

- każde pojęcie na podzbiór $\Delta^{\mathcal{I}}$
- każdą rolę na podzbiór $\Delta^{\mathcal{I}}$ x $\Delta^{\mathcal{I}}$

Rozszerzenie pojęcia

Wprowadzenie do sztucznej inteligencji

Funkcja interpretacji jest funkcją rozszerzającą gdy:

$(C \sqcap D)^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}}$

$(\forall R.C)^{\mathcal{I}} = \{x \in \Delta \mid \forall y.\ (x; y) \in R^{\mathcal{I}}) \rightarrow y \in C^{\mathcal{I}}\}$

$(\exists R)^{\mathcal{I}} = \{x \in \Delta \mid \exists y.\ (x; y) \in R^{\mathcal{I}}\}$

Pamiętamy, że $C^{\mathcal{I}}$ jest zbiorem wszystkich obiektów w rozszerzeniu C: zatem $x \in C^{\mathcal{I}}$ jest równoważne C(x). Analogicznie $(x; y) \in R^{\mathcal{I}}$ jest równoważne R(x; y).

Problem zawierania

Wprowadzenie do sztucznej inteligencji

$C \sqsubseteq D$

C *jest zawarte w* D wtedy i tylko wtedy gdy dla dowolnej dziedziny $\Delta^{\mathcal{I}}$ i dowolnej funkcji rozszerzającej $\bullet^{\mathcal{I}}$ nad $\Delta^{\mathcal{I}}$ zachodzi:

$C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$

czyli

$\forall x.\ C(x) \rightarrow D(x)$

Złożoność obliczeniowa

Wprowadzenie do sztucznej inteligencji

Zawieranie w $\mathcal{FL}^-$ jest:

- *rozstrzygalna*
- *należy do P*

Algorytm obliczania zawierania opiera się na porównaniu struktur wyrażeń opisujących pojęcia.

Algorytm SUBS

Wprowadzenie do sztucznej inteligencji

Niech $C = C_1 \sqcap \ldots \sqcap C_n$ and $D = D_1 \sqcap \ldots \sqcap D_m$ (postać normalna).

Wtedy SUBS?[C,D] kończy się wynikiem TRUE wtedy i tylko wtedy gdy dla wszystkich C_i:

1. Jeżeli C_i pojęciem atomowym lub pojęciem postaci $\exists R$, to istnieje D_j takie, że $C_i = D_j$;

2. Jeżeli C_i jest pojęciem postaci $\forall R.C'$, to istnieje D_j postaci $\forall R.D'$ (ta sama rola atomowa R) takie, że SUBS?[C',D'].