

Założmy, że mamy takie dane:

$p = [2, 3, 4, 2]$ (długości poszczególnych zadań)

$d = [1, 2, 3, 1]$ (zadane czasy zakończenia)

$r = [0, 0, 1, 1]$ (momenty przybycia zadań)

$m = 3$ (liczba maszyn, procesorów.....)

możemy sprawdzić jakie jest ograniczenie na L . Warunkiem jest, że dla każdego zadania:

moment przybycia + czas wykonania \leq zadany czas zakończenia + L

$r_i + p_i \leq d_i + L$

(sprawdzamy to dla każdego zadania)

$2 + 0 \leq 1 + L$ czyli stąd wynika, że: $L \geq 1$

$3 + 0 \leq 2 + L \implies L \geq 1$

$4 + 1 \leq 3 + L \implies L \geq 2$

$2 + 1 \leq 1 + L \implies L \geq 2$

iloczyn warunków: $L \geq 2$. Czyli teoretycznie może istnieć rozwiązanie dla $L=2$ ale nie mamy żadnej pewności. Teraz to sprawdzimy: czy istnieje uszeregowanie zadań, tak by $L_{\max} = L = 2$?

obliczamy wektor c , poszczególne wartości mówią nam, kiedy zadanie może się najpóźniej zakończyć przy akceptowaniu spóźnienia L .

czyli:

$c_i = d_i + L$

$c = [3, 4, 5, 3]$

teraz wyznaczamy wszystkie momenty, w których przybywa albo kończy się jakieś zadanie. U nas jest:

$e_1 = 0$ (bo przybywa zadanie 1 i 2)

$e_2 = 1$ (bo przybywa zadanie 3 i 4)

$e_3 = 3$ (bo musi się skończyć zadanie 1 i 4)

$e_4 = 4$ (bo musi się skończyć zadanie 2)

$e_5 = 5$ (bo musi się skończyć zadanie 3)

Wyznaczone momenty tworzą nam przedziały:

$[0, 1]$ $[1, 3]$ $[3, 4]$ i $[4, 5]$

Grafy rysujemy w taki sposób:

mamy źródło s i ujście t .

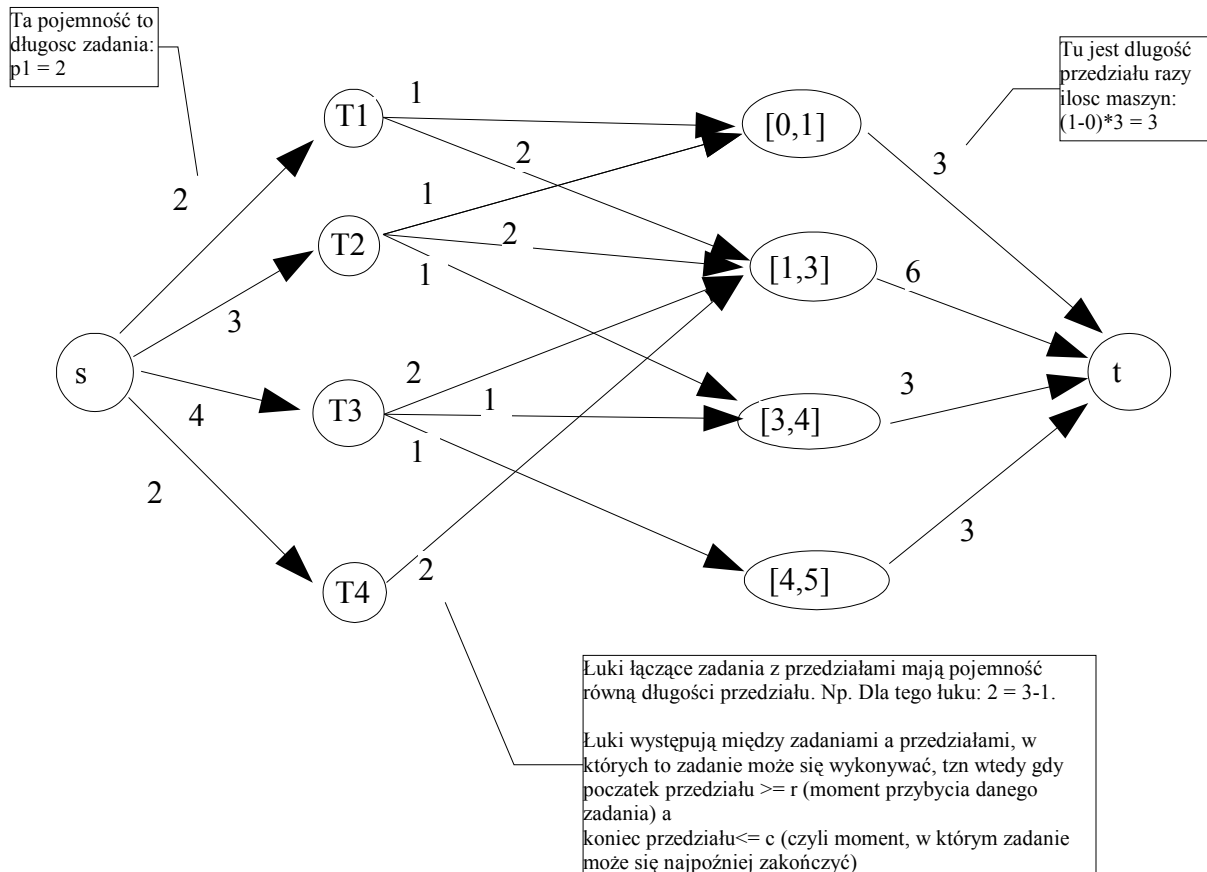
Zadania to wierzchołki $T_1 - T_4$,

przedziały to też odpowiednie wierzchołki

łączymy s z wszystkimi zadaniami.

Łączymy wszystkie przedziały z ujściem t .

Łączymy zadanie z przedziałem jeśli to zadanie może wykonywać się w tym przedziale. (tzn. w tym przedziale czasu zadanie już przybyło, ale jeszcze się nie musiało skończyć).



Mając ten graf maksymalizujemy przepływ. Jeśli uda nam się nasycić wszystkie łuki wychodzące z s to znaczy, że istnieje uszeregowanie z opóźnieniem L . (czyli to o co się pytamy).

Znajdujemy ścieżki powiększające przepływ (nie będę nanosił tych przepływów na graf bo już nie ma miejsca)

$s \rightarrow T1 \rightarrow [0,1] \rightarrow t$: $\Delta = 1$

$s \rightarrow T2 \rightarrow [1,3] \rightarrow t$: $\Delta = 1$

$s \rightarrow T2 \rightarrow [0,1] \rightarrow t$: $\Delta = 1$

$s \rightarrow T2 \rightarrow [1,3] \rightarrow t$: $\Delta = 2$

$s \rightarrow T3 \rightarrow [1,3] \rightarrow t$: $\Delta = 2$

$s \rightarrow T3 \rightarrow [3,4] \rightarrow t$: $\Delta = 1$

$s \rightarrow T3 \rightarrow [4,5] \rightarrow t$: $\Delta = 1$

$s \rightarrow T4 \rightarrow [1,3] \rightarrow t$: $\Delta = 1$

$s \rightarrow T4 \rightarrow [1,3] \rightarrow T2 \rightarrow [3,4] \rightarrow t$: $\Delta = 1$ (możemy tak zrobić bo w łuku pomiędzy $T2$ i $[3,4]$ już coś płynie, czyli teraz zmniejszymy o 1)

Na rysunku wszystko by ładnie wyglądało. Natomiast co istotne udało się nasycić wszystkie łuki wychodzące z s , a to oznacza, że istnieje uszeregowanie dla $L=2$.

Jak ono wygląda? (nie wiem, czy to nas też interesuje...)

Analizujemy przepływy pomiędzy T_i a przedziałami:

Jeśli np. W łuku pomiędzy $T1$ a $[0,1]$ przepływa 1 jednostka, to znaczy, że zadanie $T1$ w tym przedziale wykonuje się przez jedną jednostkę czasu. Na podstawie tego możemy narysować wykres.

I to chyba wszystko.