



Politechnika Poznańska

Wydział Informatyki i Zarządzania
Instytut Sterowania i Inżynierii Systemów



LABORATORIUM OBWODÓW ELEKTRYCZNYCH I ELEKTRONICZNYCH

A.Handkiewicz, M. Kropidłowski, M. Szulc

Wydział Informatyki i Zarządzania

POLITECHNIKA POZNAŃSKA

<http://bursztyn.cse.put.poznan.pl/infos/>

e-mail: Andrzej.Handkiewicz@put.poznan.pl

Wydane przez:

LABORATORIUM OBWODÓW VLSI

Instytut Sterowania i Inżynierii Systemów

Contents

1	WSTĘP	1
1.1	PRZEZNACZENIE ĆWICZEŃ	1
1.2	WSKAZÓWKI DYDAKTYCZNE	1
2	Ćwiczenie wprowadzające	5
2.1	Cel ćwiczenia	5
2.2	Przyrządy, oprogramowanie i sprzęt laboratoryjny	5
2.2.1	Uniwersalne zestawy laboratoryjne typu MS-9150, MS-9160 firmy METEX	5
2.2.2	Multimetr cyfrowy MXD-4660A	5
2.2.3	Krótkie omówienie stosowanego oprogramowania	6
2.2.4	Płyta prototypowa	6
2.3	Przebieg ćwiczenia	6
2.3.1	Przyrządy pomiarowe	6
2.3.2	Badanie charakterystyk częstotliwościowych obwodu	6
2.3.3	Analiza procesu ładowania i rozładowania kondensatora	8
2.4	Zadanie	9
3	Superpozycja i wzajemność w obwodach elektrycznych	11
3.1	Obwody liniowe	11
3.2	Cel ćwiczenia	15
3.3	Przebieg ćwiczenia	15
3.3.1	Badanie zasady superpozycji	15
3.3.2	Badanie zasady wzajemności	15
3.4	Sprawozdanie	17
4	Źródło rzeczywiste; dopasowanie na maksimum mocy	19
4.1	Źródła rzeczywiste	19
4.2	Cel ćwiczenia	21
4.3	Przebieg ćwiczenia	21

4.3.1	Wyznaczenie charakterystyki zewnętrznej $U = f(I)$ źródła rzeczywistego	21
4.3.2	Wyznaczenie charakterystyki $\frac{P_u}{P_{u_{max}}}$, U , I w funkcji parametru a , dla źródła rzeczywistego	23
4.3.3	Wyznaczenie charakterystyk: U , I , $\frac{P_u}{P_{u_{maks}}}$ oraz η w funkcji parametru a dla schematu zastępczego prądowego źródła rzeczywistego	23
4.3.4	Wyznaczenie charakterystyk: U , I , $\frac{P_u}{P_{u_{max}}}$ oraz η w funkcji parametru a dla schematu zastępczego napięciowego źródła rzeczywistego	24
4.4	Sprawozdanie	24
5	Elementy RLC w obwodach prądu zmiennego	27
5.1	Obwody prądu zmiennego	27
5.2	Cel ćwiczenia	30
5.3	Przebieg ćwiczenia	30
5.3.1	Elementy RLC w połączeniu szeregowym	30
5.3.2	Elementy RLC w połączeniu szeregowo-równoległym	31
5.4	Zagadnienia do opracowania	31
6	Obwód rezonansowy szeregowy	33
6.1	Cewka i kondensator w obwodzie rezonansowym	33
6.2	Cel ćwiczenia	36
6.3	Przebieg ćwiczenia	37
6.3.1	Pomiar charakterystyk częstotliwościowych	37
6.4	Zagadnienia do opracowania	37
7	Obwód rezonansowy równoległy	39
7.1	Połączenie równoległe cewki i kondensatora	39
7.2	Cel ćwiczenia	41
7.3	Przebieg ćwiczenia	41
7.3.1	Pomiar charakterystyk częstotliwościowych	41
7.4	Zagadnienia do opracowania	42
8	Poprawianie współczynnika mocy	43
8.1	Moce w obwodach prądu zmiennego	43
8.2	Przebieg ćwiczenia	44
8.3	Obliczenia	44
9	Parametry czwórników	45
9.1	Czwórnik pasywny i aktywny	45
9.2	Przebieg ćwiczenia	47
9.2.1	Symulacja obwodu	47
9.2.2	Pomiary	47
9.2.3	Obliczenia wykonane na podstawie pomiarów	48
10	Stany nieustalone w obwodach RLC	51
10.1	Analiza obwodów w stanie nieustalonym	51
10.2	Cel ćwiczenia	55
10.3	Przebieg ćwiczenia	55
10.3.1	Stan nieustalony w szeregowym obwodzie RC	55
10.3.2	Stan nieustalony w szeregowym obwodzie RLC	56

10.4	<i>Zagadnienia do opracowania</i>	56
11	<i>Filtry reaktancyjne</i>	57
11.1	<i>Strategia projektowania filtrów o małej wrażliwości</i>	57
11.2	<i>Przebieg ćwiczenia</i>	60
11.2.1	<i>Symulacja obwodu</i>	60
11.2.2	<i>Pomiary</i>	61
11.2.3	<i>Obliczenia</i>	61
12	<i>Obwody ze wzmacniaczami operacyjnymi</i>	63
12.1	<i>Wzmacniacz operacyjny jako element obwodu</i>	63
12.1.1	<i>Parametry wzmacniacza operacyjnego</i>	63
12.1.2	<i>Analiza obwodów z idealnymi wzmacniaczami operacyjnymi</i>	66
12.2	<i>Przebieg ćwiczenia</i>	68
12.2.1	<i>Stan nasycenia we wzmacniaczu odwracającym</i>	68
12.2.2	<i>Wzmacniacz nieodwracający</i>	68
12.2.3	<i>Pomiar szybkości zmian napięcia wyjściowego</i>	68
12.2.4	<i>Układ całkujący</i>	68
12.2.5	<i>Układ różniczkujący</i>	69
12.2.6	<i>Wyznaczanie częstotliwości wzmocnienia jednostkowego</i>	69
12.3	<i>Obliczenia</i>	69
13	<i>Przetworniki A/C i C/A</i>	71
13.1	<i>Zastosowania i właściwości przetworników</i>	71
13.1.1	<i>Zastosowanie przetworników</i>	71
13.1.2	<i>Podstawowe cechy przetworników A/C</i>	71
13.1.3	<i>Podstawowe cechy przetworników C/A</i>	75
13.2	<i>Cel ćwiczenia</i>	77
13.3	<i>Przebieg ćwiczenia</i>	77
13.3.1	<i>Badanie komparatorowego przetwornika analogowo-cyfrowego</i>	77
13.3.2	<i>Badanie przetwornika C/A z rezystorami wagowymi</i>	78
13.4	<i>Zagadnienia do opracowania</i>	79
13.5	<i>Literatura</i>	80

1

WSTĘP

1.1 PRZEZNACZENIE ĆWICZEŃ

Skrypt zawiera ćwiczenia zaznajamiające studentów z podstawowymi prawami i właściwościami obwodów elektrycznych, stanowiące równocześnie wstęp do elektroniki. Jest przeznaczony dla studentów dwóch kierunków na Wydziale Informatyki i Zarządzania: Automatyka i Zarządzanie oraz Informatyka, dla zajęć prowadzonych w różnych trybach (dzienne, zaoczne, inżynierskie, magisterskie uzupełniające, itp.). Z tego względu studenci wykonujący ćwiczenia mogą się znacznie różnić poziomem przygotowania, w związku z czym każde ćwiczenie zostało poprzedzone obszernym wstępem przedstawiającym podstawy teoretyczne danego ćwiczenia. Podstawy te są opisane w sposób skondensowany i powinny być przez studentów traktowane jako podsumowanie wykładów lub obszerniejszego materiału z podręczników teorii obwodów i podstaw elektroniki.

Z punktu widzenia teorii obwodów i podstaw elektroniki ćwiczenia mają charakter elementarny. Każde stanowisko, na którym jest wykonywane ćwiczenie jest wyposażone w komputer oraz wyłącznie cyfrowe przyrządy pomiarowe: mierniki, generatory, przystawki oscyloskopowe. W ćwiczeniach, w których jest to tylko możliwe, oprócz pomiarów, w celach porównawczych, wykonywane są również symulacje komputerowe. Na komputerach są także zainstalowane odpowiednie programy, umożliwiające automatyzację procesu pomiarowego. Wszystkie układy będące przedmiotem ćwiczeń są przez studentów łączone osobiście. W większości ćwiczeń są wykorzystane płytki montażowe, używane przy budowaniu nowoczesnych prototypowych układów elektronicznych.

1.2 WSKAZÓWKI DYDAKTYCZNE

Ćwiczenie wprowadzające (ćwiczenie 2) ma na celu wyłącznie zapoznanie studentów z przyrządami pomiarowymi i oprogramowaniem wykorzystywanymi w laboratorium. Jeżeli do wykonywania ćwiczeń przystępują studenci, z których wielu dotychczas z takimi przyrządami nie miało do czynienia, wskazane jest aby ćwiczenie było prowadzone przez dwa tygodnie. W pierwszym tygodniu ćwiczenie ma charakter demonstracji wykonywanej przez prowadzącego, w drugim tygodniu każdy student wykonuje je samodzielnie. Ze względu na koszt aparatury jest niezwykle istotne, aby temu ćwiczeniu poświęcić dużo uwagi. Z pozostałych ćwiczeń wykonanie niektórych (np. ćwiczenie 12) może także być wykonywane przez dwa tygodnie, lub niektóre z punktów mogą być opuszczone.

Zakres wstępu teoretycznego do większości ćwiczeń jest szerszy niż minimum konieczne do przeprowadzenia ćwiczenia. Prowadzący ćwiczenia powinien więc wskazać studentom jaki zakres ze wstępu teoretycznego ich obowiązuje, biorąc pod uwagę ich poziom przygotowania. Zakres wiadomości teoretycznych przedstawionych w poszczególnych ćwiczeniach jest następujący:

- W ćwiczeniu 3:
 1. zasada superpozycji,
 2. prawa Kirchhoffa, prawo Ohma,

3. graf obwodu, macierze strukturalne,
 4. metoda oczkowa i metoda potencjałów węzłowych,
 5. twierdzenie Tellegena,
 6. zasada wzajemności.
- W ćwiczeniu 4:
 1. źródła rzeczywiste napięciowe i prądowe,
 2. praca źródła w warunkach dopasowania,
 3. twierdzenia Thevenina i Nortona.
 - W ćwiczeniu 5:
 1. definicja obwodu prądu zmiennego,
 2. definicja sygnału zespolonego,
 3. wykres wskazowy (wektorowy),
 4. operator obrotu, wartości chwilowe sygnałów,
 5. zależności między napięciami i prądami w postaci zespolonej dla elementów reaktancyjnych,
 6. definicje reaktancji, susceptancji, impedancji, admitancji,
 7. szereg Fouriera, analiza harmoniczna, składowa stała i wartość skuteczna,
 8. szereg Fouriera w postaci zespolonej.
 - W ćwiczeniu 6:
 1. definicja zjawiska rezonansu,
 2. schematy zastępcze cewki i kondensatora,
 3. definicje dobroci cewki i kondensatora,
 4. szeregowy obwód rezonansowy,
 5. definicje rezonansu amplitudy prądu i rezonansu fazowego,
 6. definicje dobroci, rozstrojenia, szerokości pasma i selektywności,
 7. zjawisko przepięcia.
 - W ćwiczeniu 7:
 1. równoległy obwód rezonansowy,
 2. definicje rezonansu amplitudy napięcia i rezonansu fazowego,
 3. definicje dobroci, rozstrojenia, szerokości pasma i selektywności,
 4. zjawisko przetężenia.
 - W ćwiczeniu 8:
 1. moc chwilowa,
 2. definicje mocy czynnej, biernej, pozornej i zespolonej,
 3. moc odkształcenia,
 4. kompensacja mocy biernej, poprawa $\cos\varphi$.
 - W ćwiczeniu 9:
 1. definicja czwórnika,
 2. macierze opisujące czwórniki,
 3. parametry falowe,
 4. czwórniki bezstratne, konwerter, inwerter,
 5. transformator, żyrator, źródła sterowane, nullor.

- W ćwiczeniu 10:
 1. analiza obwodów liniowych o stałych parametrach,
 2. definicja stałej czasowej,
 3. pierwiastki równania charakterystycznego,
 4. składowe tłumione periodyczne i aperiodyczne,
 5. składowe swobodna i wymuszona,
 6. metoda operatorowa,
 7. transformaty podstawowych funkcji,
 8. transformata pochodnej,
 9. modele indukcyjności i pojemności w dziedzinie operatorowej,
 10. bieguny funkcji wymiernej, rozkład na ułamki proste.
- W ćwiczeniu 11:
 1. czwórnik bezstratny w warunkach dopasowania,
 2. równanie Feldtkellera,
 3. model syntezy Darlingtona,
 4. zerowa wrażliwość filtra w zerach tłumienia.
- W ćwiczeniu 12:
 1. definicja wzmacniacza operacyjnego i jego makromodel,
 2. wzmocnienie stałoprądowe i częstotliwość wzmocnienia jednostkowego,
 3. efekt Millera,
 4. margines fazy, czas narastania napięcia wyjściowego, czas ustalania, współczynnik tłumienia wpływu zasilania, współczynnik tłumienia sygnału wspólnego,
 5. wzmacniacze: odwracający i nieodwracający.
- W ćwiczeniu 13:
 1. dyskretyzacja, kwantyzacja, twierdzenie Shannona,
 2. sposoby kodowania, parametry przetwornika,
 3. typy przetworników A/C, C/A,
 4. działanie komparatorowego przetwornika A/C,
 5. działanie przetwornika z rezystorami ważonymi.

Autorzy dziękują kolegom za wszelką pomoc w opracowaniu ćwiczeń i przygotowaniu zestawów laboratoryjnych, w szczególności drowi hab. inż. Andrzejowi Rybarczykowi, a także pragną nadmienić, że w przygotowaniu ćwiczeń i opisu jako wzór przyjęli skrypt "Laboratorium Podstaw Elektrotechniki", z którego przez długi czas korzystali prowadząc zajęcia na Wydziale Elektrycznym.

2

Ćwiczenie wprowadzające

2.1 CEL ĆWICZENIA

Zapoznanie się z urządzeniami pomiarowymi i technikami pomiarów stosowanymi w laboratorium obwodów elektrycznych i elektronicznych.

2.2 PRZYRZĄDY, OPROGRAMOWANIE I SPRZĘT LABORATORYJNY

2.2.1 Uniwersalne zestawy laboratoryjne typu MS-9150, MS-9160 firmy METEX

- połączenie w jednej obudowie generatora funkcyjnego, częstotłomierza, zasilacza stabilizowanego i multimetru
- generator funkcyjny - możliwość generacji siedmiu rodzajów przebiegów (sinusoida, sinusoida ukośna, trójkąt, piła, prostokąt, impuls, impulsy TTL) o częstotliwości 0,2Hz do 2MHz (MS-9150) lub 1Hz do 10MHz (MS-9160) w siedmiu podzakresach
- wielofunkcyjny licznik częstotliwości - pomiar w zakresie od 5Hz do 1.3GHz
- zasilacz prądu stałego z wyświetlaczem aktualnego natężenia lub napięcia - wyjścia: regulowane w zakresie 0V do 30V (0.2A w wersji 9150 i 0.3A w wersji 9160) oraz stałe o wartościach 5V/2A i 15V/1A
- izolowany elektrycznie od reszty zestawu multimetr cyfrowy - pomiary napięcia i prądu, rezystancji, pojemności, indukcyjności (tylko MS-9160), test stanów logicznych, test diod i ciągłości, pomiar względny
- wyświetlacz z podwójnym odczytem DUAL DISPLAY
- współpraca z komputerem PC poprzez złącze szeregowe RS232C

2.2.2 Multimetr cyfrowy MXD-4660A

- wielofunkcyjny wyświetlacz LCD z podświetleniem (3 dodatkowe pola odczytowe)
- 4 1/2 cyfrowy odczyt (max. 19999)
- współpraca z komputerem PC poprzez złącze szeregowe RS232C
- zasilanie 110/120V lub 220/240V, 50/60Hz
- przetwornik wartości skutecznej - True RMS

- pamięć (Data-Hold) wartości: bieżącej, minimalnej, maksymalnej i średniej
- pamięć do 10 odczytów
- pomiar względny (w jednostkach i w %)

2.2.3 Krótkie omówienie stosowanego oprogramowania

2.2.3.1 Oprogramowanie do akwizycji danych pomiarowych

- MultiView (MXD-4660)
- ScopeView (MS-9160)

2.2.3.2 Oprogramowanie wspomagające obliczenia i analizę danych

- AIMspice, mikroSim (Pspice)
- FNGraph
- Datascape
- Perl

W celu zapoznania się z technikami stosowanymi w laboratorium wykonane zostaną dwie proste sekwencje pomiarowe związane z analizą obwodów pasywnych RLC.

2.2.4 Płyta prototypowa

Badane układy są montowane na płytach prototypowych. Pojedyncza płytka posiada otwory, ułożone w czterech kolumnach, w każdej jest wiersz składający się z pięciu otworów. Na brzegach płytki i w jej części środkowej są rozmieszczone dodatkowe otwory. Otwory są przeznaczone na mocowanie w nich nóżek elementów elektronicznych. Połączenia poszczególnych elementów na płytce są realizowane za pomocą przeznaczonych specjalnie do tego celu przewodów montażowych. Przewody, w kilku kolorach, przechowywane są w oddzielnych pojemnikach. Obudowy trzech gniazd BNC, umieszczone w prawej, górnej części płyty, połączone są z gniazdem po lewej stronie oznaczonym symbolem masy oraz z jedną z linii otworów w środkowej części płyty.

2.3 PRZEBIEG ĆWICZENIA

2.3.1 Przyrządy pomiarowe

Zapoznać się z urządzeniami pomiarowymi znajdującymi się w laboratorium wykorzystując do tego celu instrukcje obsługi.

2.3.2 Badanie charakterystyk częstotliwościowych obwodu

2.3.2.1 Modelowanie zjawisk zachodzących w obwodzie Do modelowania zachowania się obwodu przy wymuszeniu zmiennym można wykorzystać symulator Pspice:

- uruchomić edytor schematów μ Sim DesignLab
- otworzyć plik *.sch (lub *.cir dla AIMspice) odpowiadający obwodowi na rys.2.2
- wykonać analizę AC
- przeanalizować wyniki symulacji za pomocą postprocesora, zanotować wartości częstotliwości odpowiadające maksimum

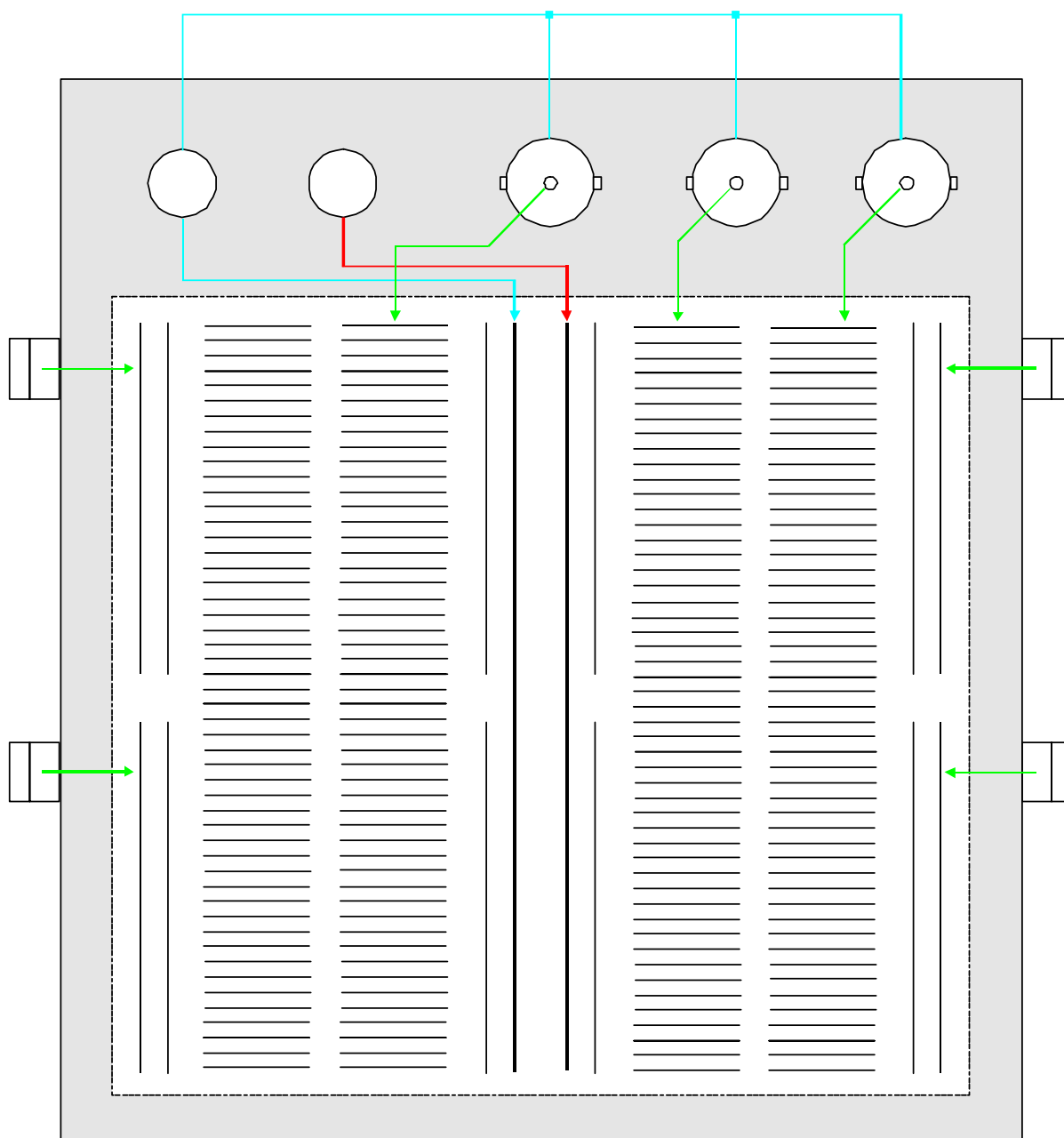


Fig. 2.1 Rozmieszczenie połączeń na płycie prototypowej

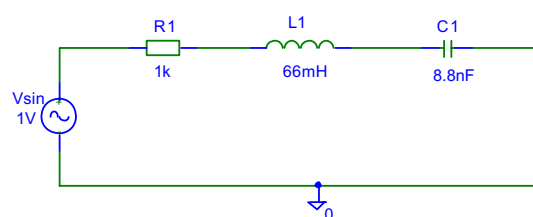


Fig. 2.2 Schemat połączeń dla badania charakterystyk częstotliwościowych obwodu

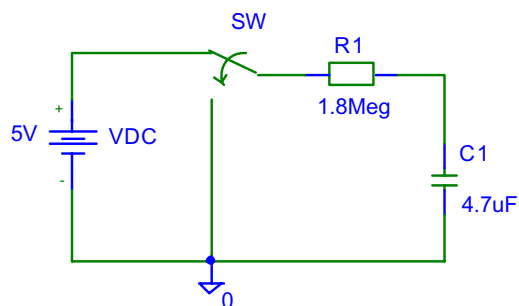


Fig. 2.3 Schemat połączeń dla analizy stanu nieustalonego w obwodzie RC

2.3.2.2 Akwizycja danych pomiarowych

- połączyć obwód pomiarowy według schematu z rys.2.2, jako wymuszenie zastosować generator MS-9160 z przebiegiem sinusoidalnym o wartości skutecznej 1V i częstotliwości w zakresie 0 - 10kHz.
- dokonać pomiarów napięcia na pojemności przy pomocy multimetru MXD-4660 i oprogramowania MultiView, wyniki zapisać w pliku *uc1v.txt*

Uwaga:

pomiary zapisywać w *C : \Lab \ Pomiar *
nie zmieniać zakresu miernika podczas pomiaru

2.3.2.3 Prezentacja danych

- przejrzeć zawartość pliku wyjściowego z programu MultiView
- dokonać konwersji danych do postaci akceptowanej przez program Datascope używając w tym celu skryptu Perl'a *converter.pl*
- wykreślić wyniki pomiarów w programie Datascope
- porównać wyniki pomiarów z wynikami symulacji

Składnia linii poleceń skryptu Perl'a jest następująca: *perl converter.pl uc1v.txt wynik*. Wynikiem działania skryptu są dwa pliki tekstowe o nazwach:

- pierwszy kanał pomiarowy z wynikami w kolejności odpowiadającej czasowi pomiaru - *wynik_ ch1time.txt*
- drugi kanał pomiarowy z wynikami posortowanymi w zależności od częstotliwości - *wynik_ ch2sort.txt*

2.3.3 Analiza procesu ładowania i rozładowania kondensatora

2.3.3.1 Modelowanie zjawisk zachodzących w obwodzie Do modelowania zachowania się obwodu przy wymuszeniu zmiennym można wykorzystać symulator Pspice:

- uruchomić edytor schematów μ Sim DesignLab
- otworzyć plik *.sch (lub *.cir dla AIMspice) odpowiadający obwodowi na rys.2.3
- wykonać analizę TR (transient)
- przeanalizować wyniki symulacji za pomocą postprocesora, zanotować wartość stałej czasowej obwodu RC

2.3.3.2 Akwizycja danych pomiarowych

- połączyć obwód pomiarowy według schematu z rys.2.3, jako wymuszenie zastosować zasilacz MS-9160 z nastawionym napięciem 5V
- dokonać pomiarów napięcia na pojemności przy pomocy multimetru MXD-4660 i oprogramowania MultiView, wyniki zapisać w pliku *rc5v.txt*

Uwaga:

pomiary zapisywać w *C : \Lab \ Pomiary*
nie zmieniać zakresu miernika podczas pomiaru

2.3.3.3 Prezentacja danych

- przejrzeć zawartość pliku wyjściowego z programu MultiView
- dokonać konwersji danych do postaci akceptowanej przez program Datascope używając w tym celu skryptu Perl'a *converter.pl* w sposób opisany w poprzednim ćwiczeniu
- wykreślić wyniki pomiarów w programie Datascope
- porównać wyniki pomiarów z wynikami symulacji

2.4 ZADANIE

Czym spowodowane są różnice między wynikami pomiarów i symulacji? Pomierzyć wartości elementów w układzie z rys.2.2 i powtórzyć symulacje dla tego obwodu uwzględniając zmierzone wartości oraz schemat zastępczy cewki rzeczywistej.

3

Superpozycja i wzajemność w obwodach elektrycznych

3.1 OBWODY LINIOWE

Superpozycja w systemie fizycznym lub technicznym oznacza, że *reakcja na kombinację liniową pobudzeń jest kombinacją liniową reakcji na każde z pobudzeń działających z osobna*. Zasada superpozycji jest więc matematyczną konsekwencją opisu dowolnego systemu za pomocą *równań liniowych*. W obwodach elektrycznych zarówno pobudzenia jak i reakcje są sygnałami (funkcjami czasu) napięciowymi lub prądowymi. Możemy więc powiedzieć, że w obwodach elektrycznych, zbudowanych ze źródeł, stanowiących pobudzenia (wymuszenia), i elementów będących odbiornikami, *napięcie na odbiorniku lub prąd przez niego płynący jest sumą napięć lub prądów dla każdego ze źródeł działających z osobna*. Obliczając więc szukany sygnał w obwodzie z zastosowaniem zasady superpozycji należy obwód analizować dla kolejnych źródeł, zastępując pozostałe ich impedancjami (admitancjami) wewnętrznymi. W szczególnym przypadku, gdy występują *idealne, autonomiczne źródła napięciowe (prądowe)*, to *zastępujemy je zwarciami (przerwami)*.

W dalszej części stosować będziemy rachunek macierzowy, aby uwypuklić *liniowość obwodów elektrycznych* czyli ich opis za pomocą równań liniowych, a dla przedstawienia sieci połączeń elementów stosować będziemy grafy. Krawędzie grafu są zorientowane (zwroty zgodne z kierunkami prądów w obwodzie). Przykład obwodu i jego graf jest pokazany na rys.3.1. W przypadku ogólnym każda krawędź k grafu może oznaczać w obwodzie elektrycznym źródło prądowe J_k połączone równolegle z admitancją Y_k lub źródło napięciowe E_k połączone szeregowo z impedancją Z_k , zgodnie z oznaczeniami na rys.3.2. Zwróćmy uwagę, że zgodnie ze schematem ogólnym krawędzi grafu, napięcia i prądy w źródłach strzałkujemy zgodnie, natomiast w impedancjach lub admitancjach przeciwnie.

Wykorzystując *prawo napięciowe Kirchhoffa* (suma algebraiczna spadków napięć w oczku jest równa sumie algebraicznej sił elektromotorycznych działających w oczku), otrzymujemy równanie macierzowe

$$U_g = -E_g + Z_g I_g, \quad (3.1)$$

natomiast *prawo prądowe Kirchhoffa* (suma algebraiczna prądów wypływających z węzła jest równa zeru) równanie

$$I_g = -J_g + Y_g U_g, \quad (3.2)$$

gdzie $U_g = [U_1, \dots, U_k, \dots, U_n]^T$, $I_g = [I_1, \dots, I_k, \dots, I_n]^T$, $E_g = [E_1, \dots, E_k, \dots, E_n]^T$, $J_g = [J_1, \dots, J_k, \dots, J_n]^T$ są macierzami kolumnowymi (symbol T oznacza transpozycję macierzy) odpowiednich napięć lub prądów w obwodzie. Macierze Z_g (Y_g) są macierzami kwadratowymi rozmiaru $n \times n$ zawierającymi na głównej przekątnej kolejne impedancje (admitancje) obwodu, a poza główną przekątną zera (ewentualnie impedancje lub admitancje wzajemne jeśli takie w obwodzie występują). W równaniach (3.1) i (3.2) spadki napięć na impedancjach i admitancjach zostały, zgodnie z *prawem Ohma* (proporcjonalność między napięciem i prądem, ze współczynnikiem proporcjonalności odpowiednio Z_k lub Y_k) zastąpione wyrażeniami $Z_g I_g$ i $Y_g U_g$. Macierze w równaniu (3.1) mają na przykład, dla obwodu na rys.3.1, postać: $U_g = [U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6]^T$, $I_g = [I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6]^T$,

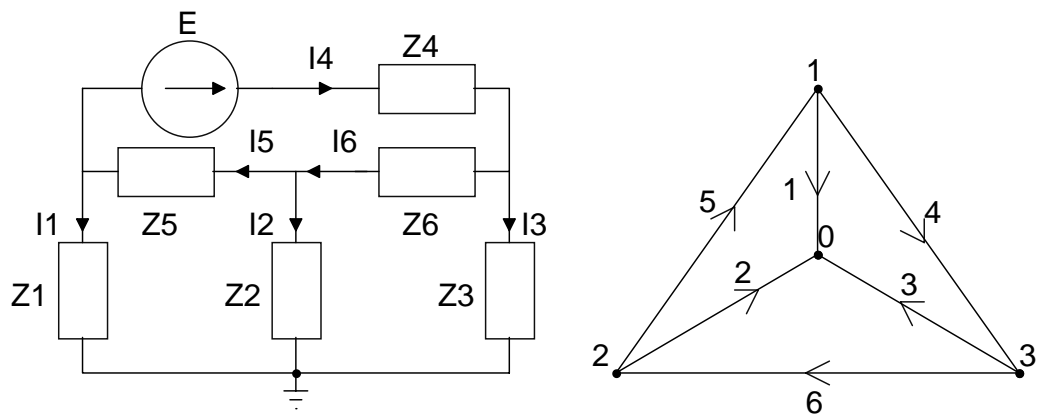


Fig. 3.1 Przykład obwodu elektrycznego i jego grafu

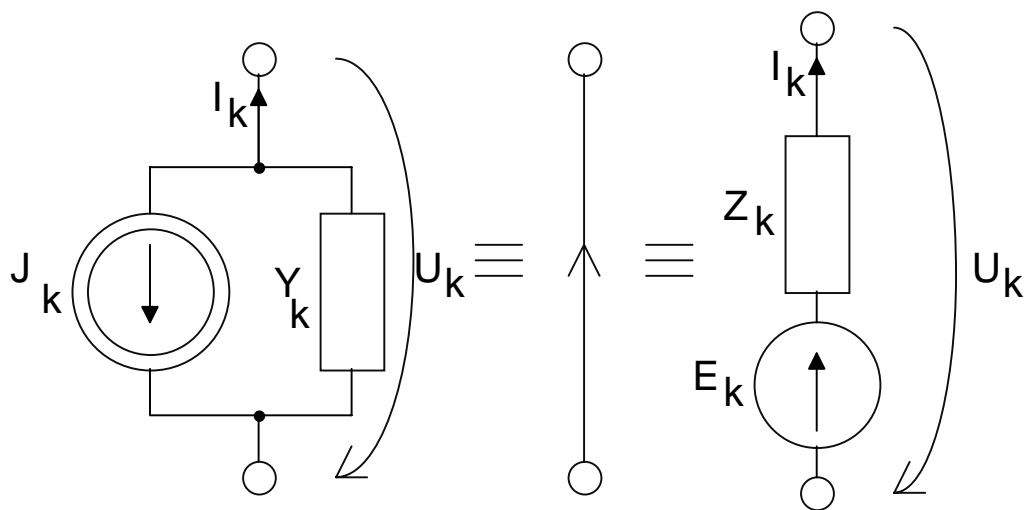


Fig. 3.2 Ogólny schemat zastępczy krawędzi grafu

$E_g = [0, 0, 0, E, 0, 0]^T$ oraz

$$Z_g = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_6 \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Ważną rolę w tworzeniu równań obwodu odgrywają *macierze strukturalne*: oczkowa α i węzłowa β . Elementami obu macierzy są 0 oraz ± 1 . Kolumny obu macierzy odpowiadają kolejnym krawędziom grafu obwodu, natomiast wiersze macierzy α odpowiadają kolejnym oczkom (cyklom) liniowo niezależnym grafu a macierzy β wierzchołkom niezależnym. Tworząc daną macierz wpisujemy 0 jako wartość elementu, gdy krawędź grafu nie należy do oczka odpowiadającego wierszowi macierzy α lub gdy dana krawędź nie jest incydentna z wierzchołkiem odpowiadającym wierszowi macierzy β , w przeciwnym razie element macierzy jest 1 z odpowiednim znakiem. Znak przyjmujemy + gdy dana krawędź jest zorientowana względem danego oczka lub węzła dodatnio a – gdy orientacja jest ujemna. Macierze strukturalne utworzone dla grafu obwodu na rys.3.1 na podstawie tzw. *drzewa* grafu (drzewem nazywamy podgraf łączący wszystkie wierzchołki grafu i nie zawierający oczek) zbudowanego z krawędzi 1, 2, 3, nazywanych *gałęziami*, są następujące:

$$\alpha = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

i

$$\beta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Oczka liniowo niezależne zostały utworzone przez dołączanie kolejno do drzewa krawędzi 4, 5, 6 tworzących tzw. *cięciwy*. Dodatni kierunek obiegu oczka jest określany przez zwrot cięciwy.

Wiersze macierzy α odpowiadają oczkom liniowo niezależnym obwodu. Stąd równanie

$$\alpha U_g = 0, \quad (3.6)$$

jest zapisem macierzowym równań obwodu otrzymanych na podstawie prawa napięciowego Kirchhoffa. Natomiast macierz β ma wiersze odpowiadające węzłom obwodu, stąd

$$\beta I_g = 0, \quad (3.7)$$

jest zapisem macierzowym równań obwodu otrzymanych na podstawie prawa prądowego Kirchhoffa. Zauważmy ponadto, że tworząc macierze strukturalne na podstawie odpowiednio dobranego drzewa, którego wszystkie krawędzie mają jeden węzeł uziemiony, i przy zachowaniu odpowiedniej numeracji krawędzi grafu (najpierw numerujemy gałęzie a następnie cięciwy), każda z macierzy strukturalnych zawiera część będącą macierzą jednostkową. Stąd równanie

$$I_g = \alpha^T I, \quad (3.8)$$

definiuje macierz I prądów oczkowych będących po prostu prądami cięciw, a równanie

$$U_g = \beta^T V, \quad (3.9)$$

definiuje macierz V potencjałów węzłów równych, w przedstawionym przykładzie, napięciom odpowiadającym gałęziom.

Zapis macierzowy pozwala również łatwo uzyskać inne ważne zależności dotyczące obwodów elektrycznych. Na początek przedstawimy wyprowadzenie metod analizy: *oczkowej* i *potencjałów węzłowych*. Załóżmy, że obwód zawiera jedynie źródła napięciowe, czyli do jego opisu wystarcza równanie (3.1). Mnożąc lewostronnie równanie (3.1) przez α i wykorzystując (3.6) oraz (3.8) otrzymujemy

$$0 = -\alpha E_g + \alpha Z_g \alpha^T I. \quad (3.10)$$

Oznaczając przez $Z = \alpha Z_g \alpha^T$ macierz impedancyjną oczkową a przez $E = \alpha E_g$ macierz sił elektromotorycznych czynnych w oczkach, otrzymujemy w zapisie macierzowym równania metody prądów oczkowych

$$ZI = E. \quad (3.11)$$

Podobnie, zakładając że obwód zawiera jedynie źródła prądowe, czyli do jego opisu wystarczy równanie (3.2), mnożąc lewostronnie to równanie przez β i wykorzystując (3.7) oraz (3.9) otrzymujemy

$$0 = -\beta J_g + \beta Y_g \beta^T V. \quad (3.12)$$

Oznaczając przez $Y = \beta Y_g \beta^T$ macierz admitancyjną węzłową a przez $J = \beta J_g$ macierz prądów dopływających do węzłów, otrzymujemy w zapisie macierzowym równania metody potencjałów węzłowych

$$YV = J. \quad (3.13)$$

Ponieważ obwody elektroniczne mają z zasady wspólną masę, metoda potencjałów węzłowych jest preferowana do ich analizy.

Macierze strukturalne mają ciekawą właściwość, mianowicie

$$\alpha \beta^T = 0, \quad (3.14)$$

lub w postaci równoważnej $\beta \alpha^T = 0$. Równanie to jest spełnione nie tylko dla macierzy z rozważanego przykładu, ale jest prawdziwe dla macierzy strukturalnych dowolnego grafu.

Dowód równania (3.14). Równanie to można łatwo wykazać na gruncie topologii. Jak wiemy, każdy wiersz macierzy α odpowiada jakiemuś cyklowi grafu, natomiast wiersz macierzy β , czyli kolumna β^T krawędziom przeciętym przez kulę topologiczną otaczającą wierzchołek (w przypadku ogólnym jakąś część grafu). Mogą wobec tego zachodzić dwa przypadki: cykl (oczko) ma jakąś krawędź wchodzącą do kuli i drugą krawędź wychodzącą, lub cykl i kula są rozłączne. Druga sytuacja odpowiada przypadkowi mnożenia wiersza macierzy α przez kolumnę macierzy β^T , takich że jedynki nie występują równocześnie w obu czynnikach, co daje oczywiście wynik zerowy. Natomiast przypadek, gdy cykl i kula mają krawędź wspólną (wchodzącą do kuli) dający niezerowy wynik mnożenia, oznacza że dla krawędzi wychodzącej dostajemy w wyniku mnożenia jedynkę z przeciwnym znakiem, co po zredukowaniu daje również zero. Jedynki przeciwnych znaków wynikają stąd, że jeśli para krawędzi (wchodząca i wychodząca) są zorientowane jednakoimiennie (różnoimiennie) względem oczka, to są zorientowane różnoimiennie (jednakoimiennie) względem kuli.

Z zależności (3.14) wynika równanie

$$I_g^T U_g = 0, \quad (3.15)$$

nazywane *twierdzeniem Tellegena*.

Dowód twierdzenia Tellegena. Mnożąc równanie (3.14) lewostronnie przez I^T i prawostronnie przez V otrzymujemy równanie $I^T \alpha \beta^T V = 0$, z którego po wykorzystaniu zależności (3.8) i (3.9) wynika (3.15).

Równanie (3.15) dla wartości chwilowych napięć i prądów w obwodzie jest *równaniem bilansu mocy* (suma mocy chwilowych w obwodzie jest równa zero). Zauważmy jednak, że równanie (3.15) jest również słuszne dla prądów wziętych z jednego obwodu a napięć z drugiego, pod warunkiem że oba obwody mają identyczne grafy i tym samym identyczne macierze strukturalne. Spostrzeżenie to pozwala udowodnić twierdzenie nazywane *zasadą wzajemności*: jeżeli dwa obwody elektryczne, posiadające takie same grafy, różnią się jedynie elementami odpowiadającymi dwom tym samym krawędziom grafu, to

$$U_1^I I_1^{II} + U_2^I I_2^{II} = U_1^{II} I_1^I + U_2^{II} I_2^I, \quad (3.16)$$

gdzie $U_1^I, I_1^I, U_2^I, I_2^I$ są odpowiednio napięciami i prądami pierwszej i drugiej krawędzi pierwszego obwodu, a $U_1^{II}, I_1^{II}, U_2^{II}, I_2^{II}$ drugiego.

Dowód zasady wzajemności. Z twierdzenia Tellegena (3.15) wynika

$$U_1^I I_1^{II} + U_2^I I_2^{II} = - \sum_{k=3}^n U_k^I I_k^{II}, \quad (3.17)$$

oraz

$$U_1^{II} I_1^I + U_2^{II} I_2^I = - \sum_{k=3}^n U_k^{II} I_k^I. \quad (3.18)$$

Z założenia, gałęzie obwodu od 3-ciej do n-tej są identyczne. Przyjmując, że gałęzie te są opisane impedancjami $Z_k, k = 3, \dots, n$, możemy prawe strony równań (3.17) i (3.18) zapisać w postaci

$$\sum_{k=3}^n U_k^I I_k^{II} = \sum_{k=3}^n Z_k I_k^I I_k^{II}, \quad (3.19)$$

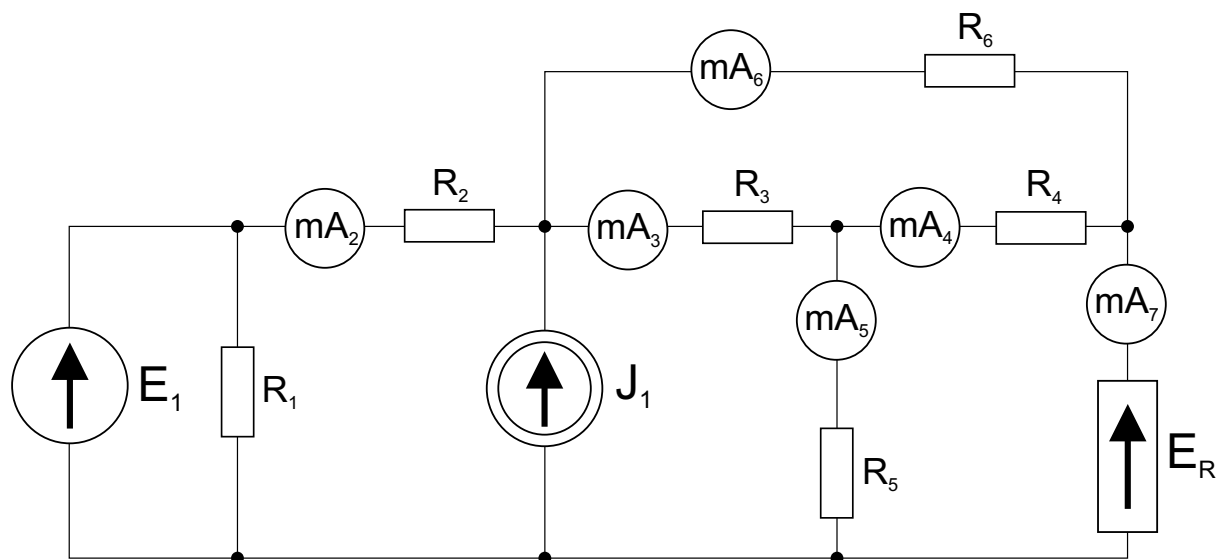


Fig. 3.3 Schemat połączeń układu do badania zasady superpozycji

oraz

$$\sum_{k=3}^n U_k^{II} I_k^I = \sum_{k=3}^n Z_k I_k^{II} I_k^I, \quad (3.20)$$

co dowodzi zasady wzajemności (3.16).

Zależność (3.16) jest ogólnym sformulowaniem zasady wzajemności, z którego wynikają przypadki szczególne badane w trakcie ćwiczenia. Załóżmy dla przykładu, że w pierwszym obwodzie w pierwszej gałęzi znajduje się źródło napięcia (siła elektromotoryczna E), a w drugiej gałęzi amperomierz (zwarcie), podczas gdy w drugim obwodzie odwrotnie: w pierwszej amperomierz, w drugiej źródło E . Mamy wówczas: $U_1^I = U_2^{II} = E$, $U_2^I = U_1^{II} = 0$ i z równania (3.16) wynika $I_1^{II} = I_2^I$, czyli równość wskazań amperomierzy.

3.2 CEL ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest praktyczna ilustracja zasad superpozycji i wzajemności jako metod analizy obwodów elektrycznych.

3.3 PRZEBIEG ĆWICZENIA

3.3.1 Badanie zasady superpozycji

3.3.1.1 Schemat obwodu Zestawić układ według schematu z rys.3.3. Wartości elementów: $E_1 = 6V$, $E_R = (E = 10V, R_W = 200\Omega)$, $J_1 = 30mA$, $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 100\Omega$, $R_3 = 100\Omega$, $R_4 = 1k\Omega$, $R_5 = 100\Omega$, $R_6 = 1k\Omega$.

3.3.1.2 Pomiary i obliczenia Przeprowadzić pomiary wartości prądów płynących w gałęziach obwodu przy włączonych wszystkich źródłach, a następnie dla każdego ze źródeł oddzielnie (należy pamiętać o właściwej eliminacji pozostałych źródeł). Należy zwrócić uwagę na podłączenie przyrządów oraz właściwą interpretację otrzymanych wyników (wartości ujemne odczytów). Wyniki umieścić w tabeli 3.1.

Następnie należy dokonać analitycznego wyznaczenia badanych wartości prądów oraz porównać je z otrzymanymi wynikami pomiarów. Wyciągnąć wnioski.

3.3.2 Badanie zasady wzajemności

3.3.2.1 Schemat obwodu Zestawić układ według schematu z rys.3.4. Wartości elementów: $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 100\Omega$, $R_3 = 100\Omega$, $R_4 = 1k\Omega$, $R_5 = 100\Omega$, $R_6 = 1k\Omega$, $R_W = 200\Omega$; Wartości źródeł: $E_1 = 6V$, $J_1 = 10mA$.

włączone źródła	z pomiarów						z obliczeń analitycznych					
	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7
	mA	mA	mA	mA	mA	mA	mA	mA	mA	mA	mA	mA
E_1												
J_1												
ZR												
E_1, J_1, ZR												

Table 3.1 Tabela wyników pomiarów dla zasady superpozycji

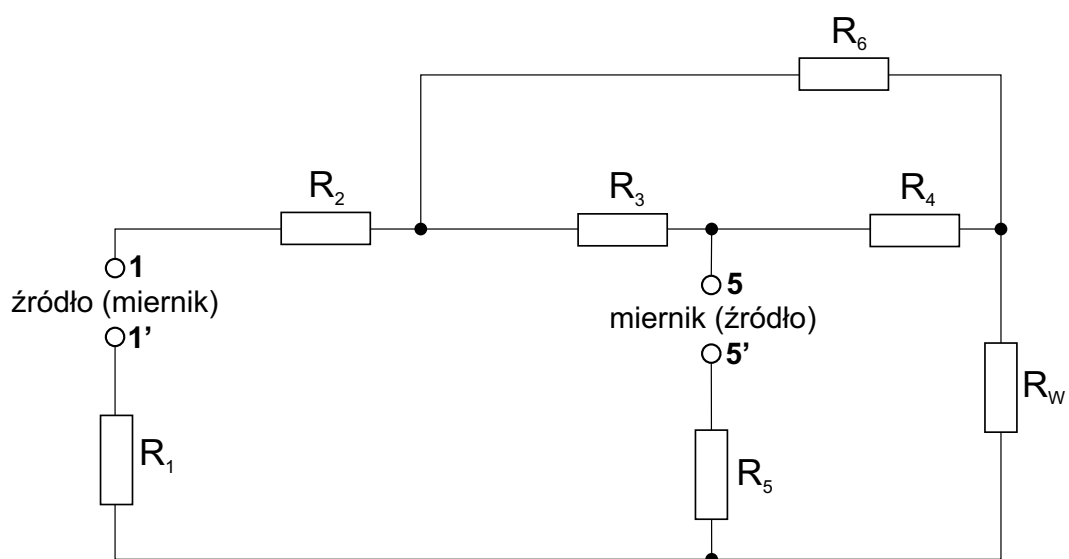


Fig. 3.4 Schemat połączeń układu do badania zasady wzajemności

wymu- szenie	pomiar				obliczenia
	odpowiedź				transmistancje
	I_1	I_2	U_1	U_2	
$E_{1.1}$	-	-	-	-	$b_{1.5}$
$E_{5.5}$	-	-	-	-	$b_{5.1}$
$E_{1.1}$	-	-	-	-	$y_{1.5}$
$E_{5.5}$	-	-	-	-	$y_{5.1}$
$I_{1.1}$	-	-	-	-	$a_{1.5}$
$I_{5.5}$	-	-	-	-	$a_{5.1}$
$I_{1.1}$	-	-	-	-	$z_{1.5}$
$I_{5.5}$	-	-	-	-	$z_{5.1}$

Table 3.2 Tabela wyników pomiarów dla zasady wzajemności

3.3.2.2 Pomiary i obliczenia Przeprowadzić pomiary wartości odpowiednio prądu lub napięcia płynącego w odpowiedniej gałęzi zgodnie z tabelą pomiarową 3.2. Wyniki umieścić w tabeli. Następnie obliczyć wartości podanych transmitancji dla układu. Wyciągnąć wnioski.

3.4 SPRAWOZDANIE

1. Obliczyć analitycznie wartości prądów $I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_7$ dla obwodu z rys.3.3. Porównać z wynikami otrzymanymi z pomiarów.
2. Wykazać słuszność zasady superpozycji na podstawie wyników pomiarów zamieszczonych w tabeli wyników 3.1.
3. Określić na podstawie wyników pomiarów i obliczeń transmitancji z punktu 3.3.2, dla których przypadków zachodzi zasada wzajemności.

Źródło rzeczywiste; dopasowanie na maksimum mocy

4.1 ŹRÓDŁA RZECZYWISTE

Dwa rodzaje źródeł rzeczywistych: napięciowe i prądowe, przedstawiono na rys.4.1. Charakteryzują się one odpowiednio niezerową rezystancją wewnętrzną R_W lub niezerową konduktancją wewnętrzną G_W . Obciążenia źródeł zostały oznaczone odpowiednio rezystancją R_O lub konduktancją G_O . Łatwo obliczyć, że w obwodzie ze źródłem napięciowym napięcie i prąd w obciążeniu wyrażają się wzorami:

$$I = \frac{I_Z}{1+a}, \quad U = E \frac{a}{1+a}, \quad (4.1)$$

gdzie obciążenie względne ($a = R_O/R_W$) a $I_Z = E/R_W$ oznacza prąd zwarcia, czyli prąd dla $R_O = 0$.

Dla obwodu ze źródłem prądowym otrzymujemy analogiczne wzory:

$$U = U_0 \frac{a}{1+a}, \quad I = \frac{J}{1+a}, \quad (4.2)$$

gdzie obciążenie względne ($a = R_O/R_W = G_W/G_O$) a $U_0 = J/G_W$ oznacza napięcie biegu jałowego, czyli napięcie na zaciskach źródła dla $G_O = 0$. Zauważmy, że w źródle napięciowym napięcie biegu jałowego jest równe sile elektromotorycznej źródła $U_0 = E$, a prąd zwarcia w źródle prądowym wydatkowi prądowemu źródła $J_Z = J$. Mamy więc następujące zależności:

$$U_0 I_Z = \frac{E^2}{R_W} = \frac{J^2}{G_W}. \quad (4.3)$$

Całkowita moc tracona w obwodzie ze źródłem napięciowym wynosi

$$P_C = EI = U_0 I_Z \frac{1}{1+a}, \quad (4.4)$$

podczas gdy całkowita moc tracona w obwodzie ze źródłem prądowym wynosi

$$P_C = JU = I_Z U_0 \frac{a}{1+a}. \quad (4.5)$$

Obliczając jednak moc wydzielaną w obciążeniu otrzymujemy dla obu rodzajów źródeł:

$$P = UI = U_0 I_Z \frac{a}{(1+a)^2}. \quad (4.6)$$

Z powyższych zależności wynikają wzory na sprawności $\eta = P/P_C$ źródeł. Dla źródła napięciowego otrzymujemy

$$\eta = \frac{a}{1+a}, \quad (4.7)$$

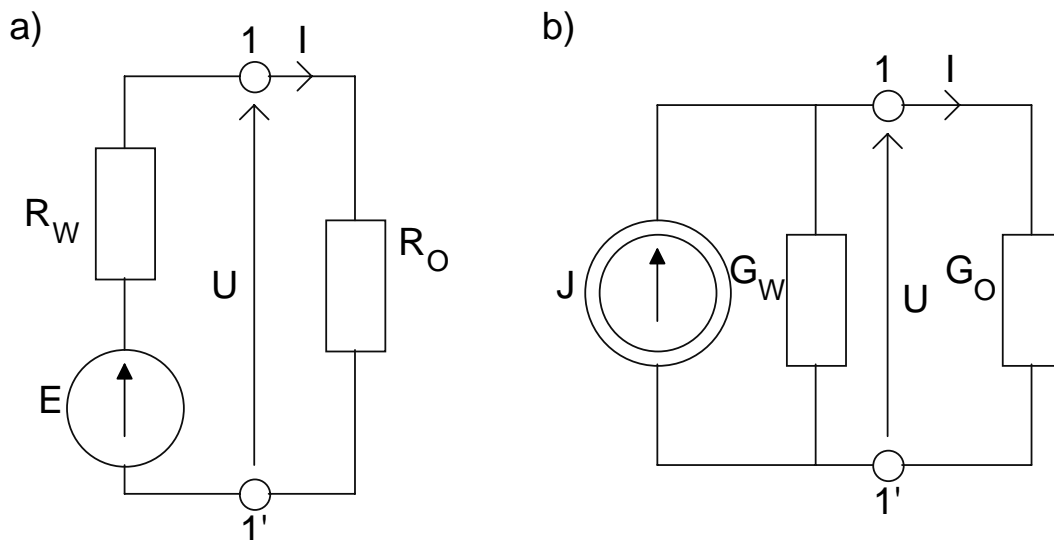


Fig. 4.1 Źródło rzeczywiste napięciowe (a) i prądowe (b)

a dla źródła prądowego

$$\eta = \frac{1}{1+a}. \quad (4.8)$$

Przedstawione wzory pozwalają na stwierdzenie, że rzeczywiste źródła napięciowe i prądowe są sobie *równoważne ze względu na napięcie i prąd na zaciskach 1, 1'* gdy $R_W = 1/G_W$ oraz $J = E/R_W$ lub $E = J/G_W$, ale *nie są równoważne pod względem energetycznym*. Z wyjątkiem zależności (4.6) wszystkie wyrażenia są funkcjami monotonicznymi parametru a . Badanie funkcji $P(a)$ opisanej wzorem (4.6), za pomocą pochodnych, pozwala stwierdzić, że osiąga ona maksimum dla $a = 1$ wynoszące $P_{max} = U_0 I_Z/4$. Czyli

$$\frac{P}{P_{max}} = \frac{4a}{(1+a)^2}. \quad (4.9)$$

Przypadek $a = 1$, czyli $R_O = R_W$ nazywamy *pracą źródła w warunkach dopasowania*.

Przedstawiona równoważność obu rodzajów źródeł jest często wykorzystywana w analizie obwodów. Równoważność ta zyskuje dodatkowe znaczenie dzięki możliwości zastępowania pojedynczym źródłem rzeczywistym obwodu zbudowanego z wielu elementów. Rozważmy dla przykładu obwód przedstawiony na rys.4.2a. Jest on równoważny obwodowi na rys.4.2b, ponieważ dwa dodatkowe źródła o jednakowych siłach elektromotorycznych równych napięciu biegu jałowego na zaciskach obwodu przy odłączonej gałęzi Z_O są przeciwnie skierowane i się komensują. Obliczymy prąd I w obwodzie, stosując zasadę superpozycji. Weźmy pod uwagę obwód z rys.4.2b. Zauważmy, że pierwsza składowa prądu, dla źródła U_0 skierowanego w górę i wszystkich źródeł działających wewnątrz złożonego obwodu jest zerowa, ponieważ U_0 jest napięciem biegu jałowego na zaciskach 1, 1' i w rozważanym przypadku, dołączenie lub odłączenie wydzielonej gałęzi do tych zacisków nie zmienia napięć i prądów w obwodzie. Natomiast druga składowa prądu obliczona zgodnie z zasadą superpozycji, dla wszystkich źródeł napięciowych zastąpionych zwarciami a prądowych przerwą, z wyjątkiem siły elektromotorycznej U_0 skierowanej w dół, ma wartość $U_0/(Z_W + Z_O)$, gdzie Z_W jest impedancją obwodu rozgałęzionego widzianą między zaciskami 1, 1'. Wykazaliśmy w ten sposób *twierdzenie Thevenina: w dowolnym, rozgałęzionym obwodzie, z wydzieloną między zaciskami 1, 1' gałęzią Z_O (rys.4.2a), prąd I płynący w tej gałęzi wyraża się wzorem:*

$$I = \frac{U_0}{Z_W + Z_O}, \quad (4.10)$$

gdzie U_0 jest napięciem biegu jałowego na zaciskach 1, 1' a Z_W jest impedancją obwodu widzianą między tymi zaciskami przy założeniu, że w obwodzie autonomiczne źródła napięciowe zostały zastąpione zwarciami a prądowe przerwą.

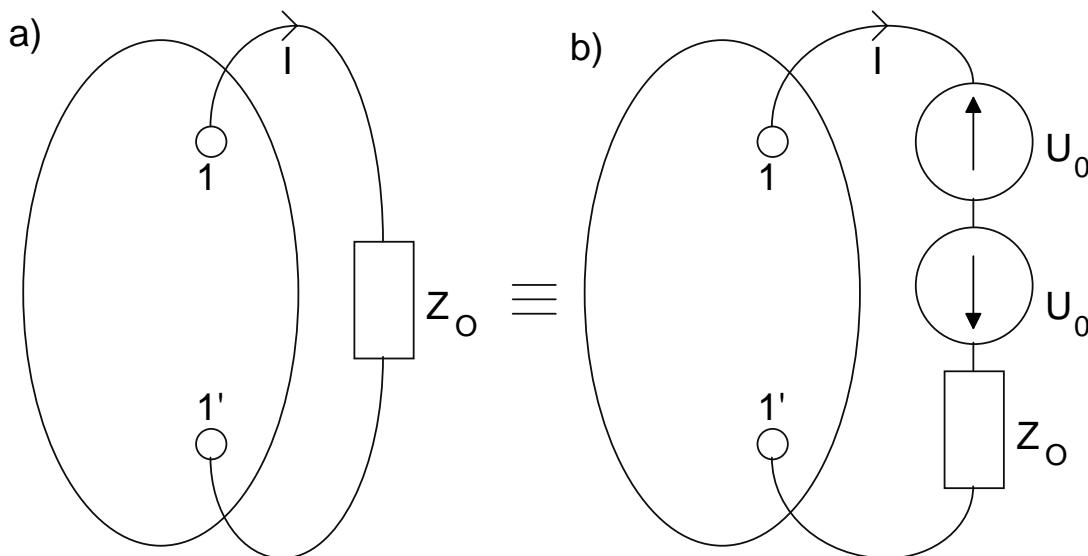


Fig. 4.2 Złożony obwód z wyróżnioną gałęzią (a) i obwód równoważny (b)

Wniosek z twierdzenia Thevenina: z równości (4.10) wynika, że dowolny obwód aktywny rozgałęziony (rys.4.2a) można zastąpić pojedynczym źródłem rzeczywistym napięciowym jak na rys.4.1a o sile elektromotorycznej U_0 i impedancji wewnętrznej Z_W z wartościami określonymi w twierdzeniu Thevenina.

Twierdzeniem dualnym do twierdzenia Thevenina jest *twierdzenie Nortona*: w dowolnym, rozgałęzionym obwodzie, z wydzieloną między zaciskami 1, 1' gałęzią o admitancji Y_O , napięcie na tej gałęzi wyraża się wzorem:

$$U = \frac{I_Z}{Y_W + Y_O}, \quad (4.11)$$

gdzie I_Z jest prądem zwarcia płynącym między zaciskami 1, 1' a Y_W jest admitancją obwodu widzianą między tymi zaciskami przy założeniu, że w obwodzie autonomiczne źródła napięciowe zostały zastąpione zwarciami a prądowe przerwą.

Wniosek z twierdzenia Nortona: z równości (4.11) wynika, że dowolny obwód aktywny rozgałęziony (rys.4.2a) można zastąpić pojedynczym źródłem rzeczywistym prądowym jak na rys.4.1b o wydatku prądowym I_Z i admitancji wewnętrznej Y_W z wartościami określonymi w twierdzeniu Nortona.

4.2 CEL ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest zbadanie właściwości źródła rzeczywistego liniowego, prądu stałego; szczególnie badanie zmian mocy użytkowej przy zmianach obciążenia, a także wykazanie nierównoważności energetycznej schematu zastępczego napięciowego i prądowego dla tego źródła.

4.3 PRZEBIEG ĆWICZENIA

4.3.1 Wyznaczenie charakterystyki zewnętrznej $U = f(I)$ źródła rzeczywistego

4.3.1.1 Przebieg pomiarów Zestawić układ według schematu z rys.4.3. Dokonać pomiarów napięcia i prądu przy różnych wartościach rezystancji obciążenia R_z . Wyniki pomiarów zestawić w tabeli 4.1.

4.3.1.2 Obliczenia Na podstawie przeprowadzonych pomiarów wykreślić charakterystykę zewnętrzną źródła rzeczywistego $U = f(I)$. Następnie, na jej podstawie, obliczyć następujące wielkości:

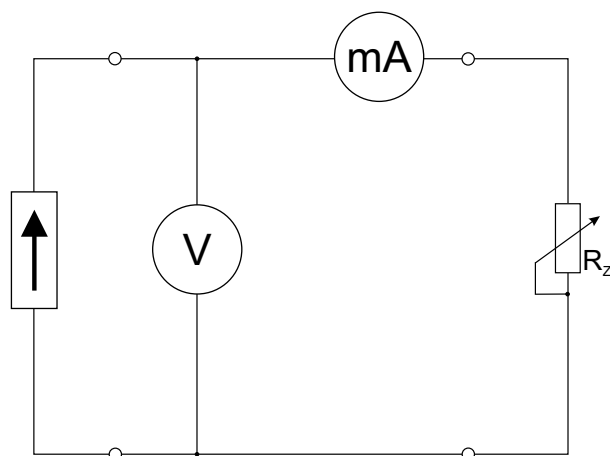


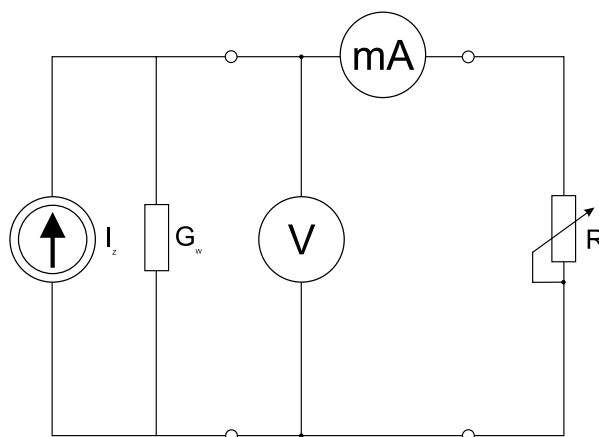
Fig. 4.3 Schemat połączeń układu do wyznaczenia charakterystyki zewnętrznej źródła rzeczywistego ($R_Z = 0 \div 600 \, \Omega$)

lp.	pomiar	
	U	I
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		

Table 4.1 Tabela wyników pomiarów dla wyznaczenia charakterystyki źródła

lp.	z pomiarów		z obliczeń				
	U	I	$R_Z = \frac{U}{I}$	$a = \frac{R_Z}{R_W}$	$P_U = U \cdot I$	P_{Umaks}	$\frac{P_U}{P_{Umaks}}$
	V	mA	Ω	$\frac{\Omega}{\Omega}$	W	W	$\frac{W}{W}$
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							
6.							
7.							
8.							
9.							
10.							

Table 4.2 Tabela wyników pomiarów dla źródła rzeczywistego

Fig. 4.4 Schemat połączeń układu do wyznaczenia charakterystyk źródła prądowego ($R_O = 0 \div 600 \Omega$)

U_0 – napięcie biegu jałowego [V]

I_Z – prąd zwarcia [mA]

G_W – konduktancja wewnętrzna rzeczywistego źródła prądowego [S]

R_W – rezystancja wewnętrzna rzeczywistego źródła napięciowego [Ω]

4.3.2 Wyznaczenie charakterystyki $\frac{P_u}{P_{umaks}}$, U , I w funkcji parametru a , dla źródła rzeczywistego

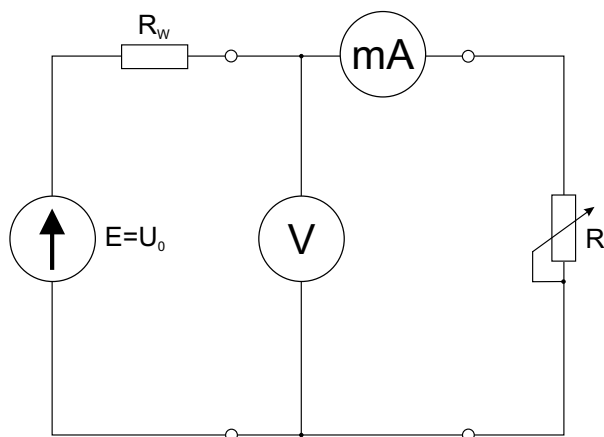
4.3.2.1 Przebieg pomiarów Zestawić układ jak według schematu z rys.4.3. Dokonać pomiarów napięcia i prądu dla różnych wartości rezystancji obciążenia R_Z . Uwzględnić punkt pomiarowy $\frac{U_0}{2}$ (wartość U_0 została wyznaczona w punkcie 4.3.2.1), dla którego wartość parametru a powinna wynosić 1. Wyniki pomiarów i obliczeń zestawić w tabeli 4.2.

4.3.3 Wyznaczenie charakterystyk: U , I , $\frac{P_u}{P_{umaks}}$ oraz η w funkcji parametru a dla schematu zastępczego prądowego źródła rzeczywistego

4.3.3.1 Przebieg pomiarów Zestawić układ według schematu z rys.4.4. Dokonać pomiarów napięcia i prądu przy różnych wartościach rezystancji R_Z . Uwzględnić punkt pomiarowy $\frac{U_0}{2}$ (wartość U_0 została wyznaczona w punkcie 4.3.2.1) dla którego wartość parametru a powinna wynosić 1. Wyniki pomiarów i obliczeń zestawić w tabeli 4.3.

lp.	z pomiarów		z obliczeń					
	U	I	$R_Z = \frac{U}{I}$	$a = \frac{R_Z}{R_W}$	$P_U = U \cdot I$	P_{Umaks}	$\frac{P_U}{P_{Umaks}}$	η
	V	mA	Ω	$\frac{\Omega}{\Omega}$	W	W	$\frac{W}{W}$	%
1.								
2.								
3.								
4.								
5.								
6.								
7.								
8.								
9.								
10.								

Table 4.3 Tabela wyników pomiarów dla źródła prądowego

Fig. 4.5 Schemat połączeń układu do wyznaczenia charakterystyk źródła napięciowego ($R_0 = 0 \div 600 \Omega$)

4.3.4 Wyznaczenie charakterystyk: U , I , $\frac{P_u}{P_{umax}}$ oraz η w funkcji parametru a dla schematu zastępczego napięciowego źródła rzeczywistego

4.3.4.1 *Przebieg pomiarów* Zestawić układ według schematu z rys.4.5. Dokonać pomiarów napięcia i prądu przy różnych wartościach rezystancji R_Z . W celu łatwiejszego porównania, dobrać wartości napięć takie jak w tabeli 4.2. Wyniki pomiarów i obliczeń zestawić w tabeli 4.4.

4.4 SPRAWOZDANIE

1. Wyprowadzić wzory (4.1) i (4.2).
2. Porównać wartość P_{Umaks} otrzymaną z pomiarów i analitycznych obliczeń dla każdego z trzech przypadków rozważanych w ćwiczeniu.
3. Narysować charakterystyki $\frac{P_U}{P_{Umax}}$ oraz U , I dla wszystkich trzech przypadków w funkcji parametru a .
4. Narysować charakterystyki η w funkcji parametru a dla schematu ze źródłem prądowym i napięciowym, porównać wykresy.

lp.	z pomiarów		z obliczeń					
	U	I	$R_Z = \frac{U}{I}$	$a = \frac{R_Z}{R_W}$	$P_U = U \cdot I$	P_{Umaks}	$\frac{P_U}{P_{Umaks}}$	η
	V	mA	Ω	$\frac{\Omega}{\Omega}$	W	W	$\frac{W}{W}$	%
1.								
2.								
3.								
4.								
5.								
6.								
7.								
8.								
9.								
10.								

Table 4.4 Tabela wyników pomiarów dla źródła napięciowego

5

Elementy RLC w obwodach prądu zmiennego

5.1 OBWODY PRĄDU ZMIENNEGO

W obwodach prądu zmiennego wszystkie napięcia i prądy są, z definicji, funkcjami sinusoidalnymi

$$f(t) = \sqrt{2}|F| \sin(\omega t + \varphi), \quad (5.1)$$

o wspólnej pulsacji ω , a różniących się jedynie wartościami skutecznymi $|F|$ oraz fazami początkowymi φ . Przy takim założeniu można obwody prądu zmiennego analizować *metodą liczb zespolonych*, przyporządkowując każdemu sygnałowi liczbę zespoloną o module równym wartości skutecznej i argumentem równym fazie początkowej, czyli

$$f(t) \doteq |F|e^{j\varphi} = F, \quad (5.2)$$

gdzie \doteq oznacza przyporządkowanie.

Liczbę zespoloną można zinterpretować graficznie jako wektor na płaszczyźnie, gdzie na osiach x i y odłożono, odpowiednio, część rzeczywistą reF i część urojoną imF liczby F . Długość wektora oznacza wówczas wartość skuteczną sygnału a kąt nachylenia względem osi x fazę początkową sygnału. Wykres, na którym napięcia i prądy w obwodzie są przedstawione w postaci wektorów, nazywamy *wykresem wskazowym*. Na podstawie (5.1) oraz (5.2) możemy napisać równość

$$f(t) = \sqrt{2}im(Fe^{j\omega t}). \quad (5.3)$$

Ponieważ $e^{j\omega t}$ oznacza *operator obrotu*, możemy wartości chwilowe napięć i prądów zinterpretować jako rzuty (pomnożone przez $\sqrt{2}$) odpowiadających im wektorów na oś urojoną na wykresie wskazowym wirującym z prędkością kątową ω .

Zależność między prądem i napięciem dla rezystancji R , która zgodnie z prawem Ohma przyjmuje w dziedzinie czasu dla dowolnych sygnałów napięcia $u(t)$ i prądu $i(t)$ postać

$$u(t) = Ri(t), \quad (5.4)$$

można w dziedzinie zespolonej zapisać identycznie jak w obwodach prądu stałego

$$U = RI, \quad (5.5)$$

lub

$$I = GU, \quad (5.6)$$

gdy dana jest konduktancja $G = 1/R$. W przypadku indukcyjności L , proporcjonalność strumienia indukowanego w cewce do prądu, $\Psi(t) = Li(t)$, daje po zróźniczkowaniu

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}. \quad (5.7)$$

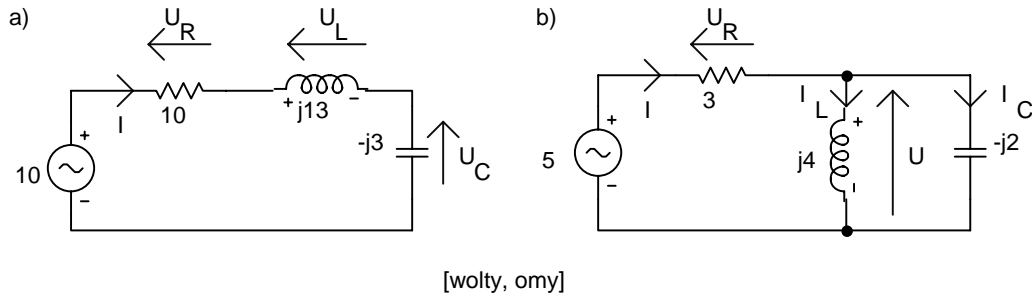


Fig. 5.1 Obwód szeregowy (a) i szeregowo-równoległy (b) w dziedzinie zespolonej

W obwodzie prądu zmiennego, w którym zarówno napięcie jak i prąd są postaci (5.1), równanie (5.7) przyjmuje więc postać:

$$\sqrt{2}|U|\sin(\omega t + \varphi_U) = \omega L \sqrt{2}|I|\sin(\omega t + \pi/2 + \varphi_I), \quad (5.8)$$

lub w dziedzinie zespolonej

$$U = \omega L |I| e^{j(\pi/2 + \varphi_I)} = j\omega L |I| e^{j\varphi_I} = j\omega L I. \quad (5.9)$$

Wyrażenie $X = \omega L$ nazywamy *reaktancją* a $Z = j\omega L$ *impedancją* indukcyjności. Wprowadzając pojęcie *susceptancji* $B = 1/(\omega L)$ oraz *admitancji* $Y = 1/(j\omega L) = -j/(\omega L)$ możemy zależności między napięciem i prądem na indukcyjności w dziedzinie zespolonej zapisać w postaci analogicznej do (5.5)

$$U = ZI, \quad (5.10)$$

oraz (5.6)

$$I = YU. \quad (5.11)$$

W przypadku pojemności C , dla której zachodzi proporcjonalność zgromadzonego na okładkach kondensatora ładunku do napięcia między tymi okładkami, $q(t) = Cu(t)$, mamy

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}, \quad (5.12)$$

czyli, analogicznie jak dla indukcyjności, mamy dla pojemności w dziedzinie zespolonej

$$I = \omega C |U| e^{j(\pi/2 + \varphi_U)} = j\omega C |U| e^{j\varphi_U} = j\omega C U. \quad (5.13)$$

lub

$$U = ZI, \quad (5.14)$$

oraz

$$I = YU. \quad (5.15)$$

Wyrażenia $B = \omega C$, $Y = j\omega C$, $X = 1/(\omega C)$ oraz $Z = 1/(j\omega C) = -j/(\omega C)$ nazywamy odpowiednio *susceptancją*, *admitancją*, *reaktancją* oraz *impedancją* pojemności.

Analizę obwodu prądu zmiennego metodą liczb zespolonych zilustrujemy na przykładzie obwodów, dla których w ćwiczeniu są wykonywane pomiary, przedstawionych w dziedzinie zespolonej na rys.5.1a,b. Dla obwodu szeregowego obliczamy impedancję wypadkową Z_w jako sumę impedancji rezystancji, indukcyjności i pojemności, czyli

$$Z_w = Z_R + Z_L + Z_C = 10 + j13 - j3 = 10 + j10 = 10\sqrt{2}e^{j45^\circ} \Omega. \quad (5.16)$$

Stąd prąd w obwodzie

$$I = \frac{V_{in}}{Z_w} = \frac{1}{1 + j1} = \frac{1}{2}(1 - j) = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j45^\circ} A. \quad (5.17)$$

Zauważmy na przykładzie obliczonego prądu, że na podstawie postaci zespolonej możemy otrzymać wszystkie interesujące nas wielkości bez jego zapisywania w postaci (5.1). Z (5.17) otrzymujemy natychmiast

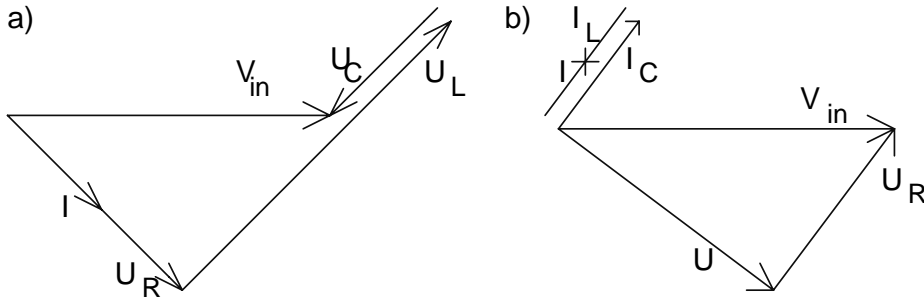


Fig. 5.2 Wykresy wskazowe obwodu szeregowego (a) i szeregowo-równoległego (b)

$i(0) = \sqrt{2}imI = -\sqrt{2}/2A$, amplitudę równą $\sqrt{2}|I| = 1A$ i fazę początkową $\varphi_I = -45^\circ$. Spadki napięć na poszczególnych elementach wynoszą:

$$U_R = RI = 5(1 - j), \quad U_L = Z_L I = j\frac{13}{2}(1 - j) = 6.5(1 + j) \quad U_C = Z_C I = -j\frac{3}{2}(1 - j) = -1.5(1 + j). \quad (5.18)$$

Łatwo sprawdzić, że $V_{in} = U_R + U_L + U_C = 10V$. Ilustracją graficzną otrzymanych wyników jest wykres wskazowy na rys.5.2a.

Analizę obwodu szeregowo-równoległego, przedstawionego w dziedzinie zespolonej na rys.5.1b, rozpoczniemy od obliczenia impedancji Z_r połączenia równoległego indukcyjności i pojemności. Ponieważ $Z_L = j4$, $Z_C = -j2$ więc $Y_L = -j0.25$, $Y_C = j0.5$ i $Y_r = Y_L + Y_C = j0.25$ oraz $Z_r = 1/Y_r = -j4$. Ponieważ rezystancja R oraz impedancja Z_r są połączone szeregowo, więc impedancja wypadkowa obwodu wynosi $Z_w = R + Z_r = (3 - j4)\Omega$. Prąd ze źródła wynosi więc $I = V_{in}/Z_w = 5/(3 - j4) = (3 + j4)/5A$, a spadki napięć $U_R = RI = 3(3 + j4)/5V$ oraz $U = Z_r I = 4(4 - j3)/5V$. Prądy płynące w indukcyjności i pojemności wynoszą $I_L = Y_L U = -(3 + j4)/5A$ oraz $I_C = Y_C U = 2(3 + j4)/5A$. Otrzymane wyniki analityczne są zilustrowane graficznie na wykresie wskazowym na rys.5.2b.

Metoda liczb zespolonych może być wykorzystana w analizie obwodów, w których sygnały są funkcjami okresowymi. Podstawą matematyczną dla takiej analizy jest *szereg Fouriera*, w jaki można rozwinąć funkcję okresową o okresie T spełniającą warunki Dirichleta. Szereg ten ma postać:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t), \quad (5.19)$$

gdzie $\omega_0 = 2\pi/T$, a współczynniki szeregu są obliczane według wzoru:

$$\begin{Bmatrix} a_n \\ b_n \end{Bmatrix} = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \begin{Bmatrix} \cos n\omega_0 t \\ \sin n\omega_0 t \end{Bmatrix} dt. \quad (5.20)$$

Zauważmy, że składnik stały $a_0/2$ we wzorze (5.19), oznacza zgodnie z (5.20) wartość średnią funkcji

$$F_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt, \quad (5.21)$$

nazywaną *składową stałą* sygnału. Dla sygnału okresowego wprowadza się również pojęcie *wartości skutecznej* $|F|$, której kwadrat wyraża się wzorem:

$$|F|^2 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)^2 dt. \quad (5.22)$$

Szereg (5.19) zapisuje się również w postaci

$$f(t) = F_0 + \sum_{n=1}^{\infty} F_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n). \quad (5.23)$$

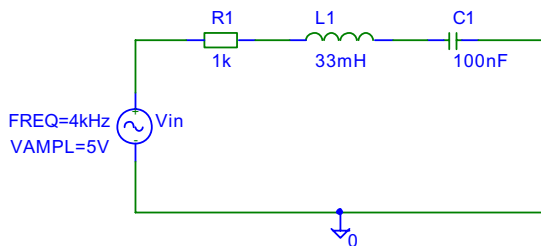


Fig. 5.3 Schemat połączeń obwodu szeregowego RLC

Równoważność tych postaci łatwo wykazać wykorzystując wzór trygonometryczny na sinus sumy $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$, przy czym

$$F_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \tan \varphi_n = \frac{a_n}{b_n}. \quad (5.24)$$

Szereg Fouriera w postaci (5.23) pozwala na stwierdzenie, że *dowolny sygnał okresowy może być rozłożony na składową stałą i składowe harmoniczne* (sinusoidalne) o wartościach skutecznych $|F_n| = F_n/\sqrt{2}$, fazach początkowych φ_n i pulsacjach $n\omega_0$. Z definicji wartości skutecznej (5.22) sygnału okresowego wynika, że

$$|F|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} |F_n|^2. \quad (5.25)$$

Korzystając z zasady *superpozycji* możemy obwód *analizować dla każdej harmonicznej oddzielnie metodą liczb zespolonych*. Ponieważ pulsacja $n\omega_0$ każdej harmonicznej jest całkowitą wielokrotnością ω_0 stwierdzamy, w terminologii teorii sygnałów, że funkcja okresowa ma widmo dyskretne.

Ponieważ każdy ze składników w (5.19) można, wykorzystując wzór Eulera $e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha$, zapisać w postaci

$$a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t = \frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\omega_0 t} + \frac{a_n + jb_n}{2} e^{-jn\omega_0 t}, \quad (5.26)$$

to warto w tym miejscu wspomnieć, że szereg Fouriera ma jeszcze tak zwaną *postać zespoloną*

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}, \quad (5.27)$$

gdzie $c_n = c_{-n}^* = (a_n - jb_n)/2$ oraz

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt. \quad (5.28)$$

Symbol $*$ oznacza wartość sprzężoną liczby zespolonej.

5.2 CEL ĆWICZENIA

Analiza zachowania się elementów rezystancyjnych, indukcyjnych i pojemnościowych w obwodach prądu zmiennego. Badanie wpływu zmian częstotliwości wymuszenia na elementy reaktancyjne oraz sprawdzenie praw Kirchhoffa dla obwodów prądu zmiennego.

5.3 PRZEBIEG ĆWICZENIA

5.3.1 Elementy RLC w połączeniu szeregowym

5.3.1.1 Pomiary

- Zmierzyć rezystancję cewki przy pomocy omomierza, zanotować wynik.

f	V_{in}	U_R	U_L	U_C	φ_L	φ_C
[kHz]	[V]	[V]	[V]	[V]	[°]	[°]
2,00						
4,00						

Table 5.1 Tabela pomiarów dla układu szeregowego

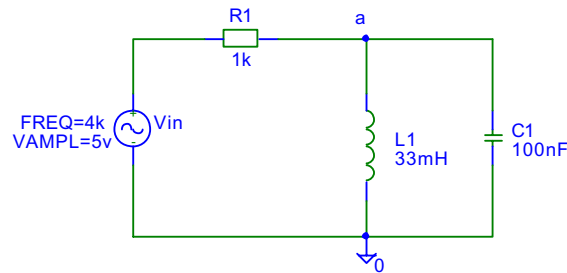


Fig. 5.4 Schemat połączeń obwodu szeregowo-równoległego RLC

f	V_{in}	I_R	I_L	I_C	$\varphi_{V_{in}}$	φ_{V_a}
[kHz]	[V]	[V]	[V]	[V]	[°]	[°]
2,00						
4,00						

Table 5.2 Tabela pomiarów dla układu szeregowo-równoległego

- Połączyć obwód według schematu na rys.5.3 (należy użyć płyty prototypowej).
- Dokonać pomiarów spadków napięć na poszczególnych elementach dla dwóch wartości częstotliwości. Wartość skuteczna napięcia $V_{in} = 5V$ dla obu przypadków.
- Przy pomocy oscyloskopu cyfrowego dokonać pomiaru przesunięcia fazowego pomiędzy prądem w obwodzie a napięciami na cewce i na kondensatorze.

5.3.2 Elementy RLC w połączeniu szeregowo-równoległym

5.3.2.1 Pomiary

- Zmierzyć rezystancję cewki przy pomocy omomierza, zanotować wynik.
- Połączyć obwód według schematu z rys.5.4 (należy użyć płyty prototypowej).
- Dokonać pomiarów prądu płynącego przez poszczególne elementy dla dwóch wartości częstotliwości. Wartość skuteczna napięcia $V_{in} = 5V$ dla obu przypadków.
- Przy pomocy oscyloskopu cyfrowego dokonać pomiaru przesunięcia fazowego pomiędzy prądem w obwodzie a napięciem wejściowym oraz napięciem w węźle a.

5.4 ZAGADNIENIA DO OPRACOWANIA

1. Wyprowadź zależności (5.9) i (5.13).

2. Dla danych z tabeli 5.1:

- obliczyć napięcia na poszczególnych elementach oraz kąty fazowe (uwzględnić rezystancję strat cewki)
- wykreślić wykresy wskazowe
- sprawdzić prawo Kirchhoffa dla napięć w oczku
- obliczyć impedancję zastępczą obwodu
- określić charakter obwodu

3. Dla danych z tabeli 5.2:

- obliczyć prądy w poszczególnych gałęziach obwodu oraz kąty fazowe (uwzględnić rezystancję strat cewki)
- wykreślić wykresy wskazowe
- sprawdzić prawo Kirchhoffa dla prądów w węźle "a"
- obliczyć impedancję zastępczą obwodu
- określić charakter obwodu

4. Przedyskutuj znaczenie rezystancji strat w cewce. Zakładając schemat zastępczy szeregowy cewki rzeczywistej L1, znajdź taką wartość rezystancji aby przesunięcie fazowe na cewce wynosiło 45 stopni.

5. Przeanalizuj wpływ zmian częstotliwości na parametry elementów reaktancyjnych. Czym spowodowane są różnice pomiędzy wynikami pomiarów a wynikami obliczeń?

6

Obwód rezonansowy szeregowy

6.1 CEWKA I KONDENSATOR W OBWODZIE REZONANSOWYM

W obwodach elektrycznych, podobnie jak w wielu układach fizycznych, może wystąpić zjawisko rezonansu. Ogólnie, *rezonansem nazywamy silną reakcję systemu na słabe pobudzenie*. Przykładem wykorzystania zjawiska rezonansu mechanicznego są instrumenty muzyczne (słaby dźwięk struny dobrze słyszalny dzięki obudowie rezonującej z drganiami struny). Rozważmy obwód zbudowany z generatora i odbiornika, przedstawiony na rys.6.1a. Generator jest w tym obwodzie źródłem napięcia zmiennego o stałej wartości skutecznej i zmieniającej się pulsacji ω (częstotliwości f). Mierzac wartość skuteczną prądu pobieranego przez odbiornik, przedstawioną przykładowo na rys.6.1b, możemy zaobserwować dwie pulsacje ω_{r1}, ω_{r2} (częstotliwości f_{r1}, f_{r2}), dla których wartość skuteczna prądu osiąga maksimum, czyli dla których zachodzi w obwodzie elektrycznym rezonans, nazywany w tym przypadku *rezonansem amplitudy prądu*.

Najprostszy obwód, w którym zachodzi zjawisko rezonansu jest zbudowany z cewki i kondensatora. Na rys.6.2 są przedstawione ich podstawowe schematy zastępcze: szeregowy cewki i równoległy kondensatora. Parametry schematu szeregowego cewki mają prostą interpretację fizyczną: R jest rezystancją uzwojenia cewki a L indukcyjnością uzwojenia cewki. Podobnie w schemacie równoległym kondensatora G oznacza konduktancję dielektryka znajdującego się między okładkami a C pojemność okładek. *Dobroć cewki* Q_L definiujemy jako stosunek reaktancji do rezystancji, a *dobroć kondensatora* Q_C jako stosunek susceptancji do konduktancji, czyli

$$Q_L = \frac{\omega L}{R}, \quad Q_C = \frac{\omega C}{G}. \quad (6.1)$$

W wielu zastosowaniach jest wygodnie posługiwać się schematem równoległym cewki zawierającym parametry R' i L' , równoważnym schematowi szeregowemu, oraz schematem szeregowym kondensatora zawierającym G' i C' , równoważnym schematowi równoległemu. Wyrazimy R' i L' za pomocą znanych R i L oraz G' i C' za pomocą znanych G i C . Dla cewki mamy

$$Y_r = \frac{1}{R'} - j \frac{1}{\omega L'} = Y_s = \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} - j \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}, \quad (6.2)$$

gdzie Y_s jest admitancją schematu szeregowego, a Y_r równoległego. Z równania (6.2) wynika natychmiast

$$R' = R(1 + Q_L^2), \quad L' = L(1 + \frac{1}{Q_L^2}). \quad (6.3)$$

Podobnie dla kondensatora otrzymujemy

$$G' = G(1 + Q_C^2), \quad C' = C(1 + \frac{1}{Q_C^2}). \quad (6.4)$$

W obwodach rezonansowych stosuje się elementy o dużych dobrociach ($Q_L \gg 1, Q_C \gg 1$), wówczas zamiast (6.3) lub (6.4) można stosować:

$$R' = RQ_L^2, \quad L' = L, \quad (6.5)$$

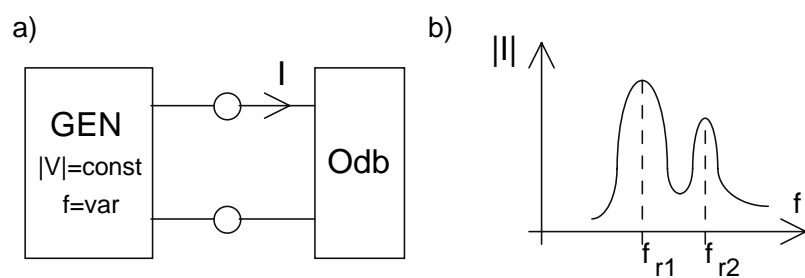


Fig. 6.1 Obwód zbudowany z generatora i odbiornika (a) oraz wykres wartości skutecznej prądu w funkcji częstotliwości (b)

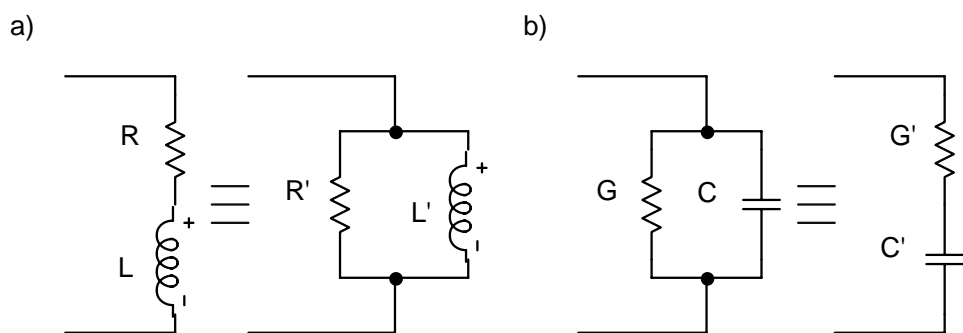


Fig. 6.2 Schematy zastępcze (a) cewki i (b) kondensatora

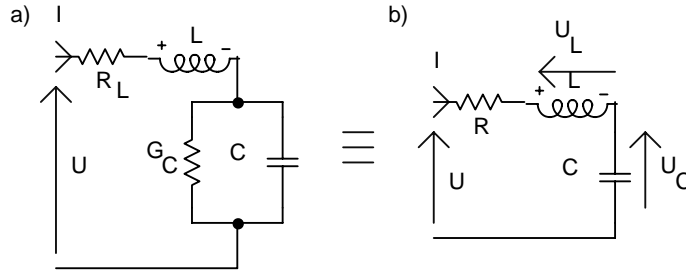


Fig. 6.3 Schematy zastępczy obwodu z rys.6.1a dla szeregowego połączenia cewki i kondensatora

lub

$$G' = GQ_C^2, \quad C' = C. \quad (6.6)$$

Wykażemy, że w obwodzie na rys.6.1a zawierającym odbiornik zbudowany z szeregowo połączonych cewki i kondensatora występuje rezonans amplitudy prądu. Biorąc pod uwagę schematy zastępcze cewki i kondensatora, można otrzymać schemat zastępczy obwodu na rys.6.3b. Ponieważ $|I| = |U||Y|$, a z założenia $|U| = \text{const}$, stąd badanie rezonansu amplitudy prądu sprowadza się do badania modułu admitancji obwodu. Admitancja ta wynosi

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{G}{1 + j\frac{\omega_0 L}{R}(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)}, \quad (6.7)$$

gdzie $G = 1/R$ i $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Wprowadzając *roztrojenie bezwzględne* ξ jako

$$\xi = Q_0\nu, \quad (6.8)$$

gdzie

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R}, \quad (6.9)$$

jest *dobrocią obwodu rezonansowego*, a

$$\nu = \omega/\omega_0 - \omega_0/\omega, \quad (6.10)$$

jest nazywane *roztrojeniem względnym*, otrzymujemy wzór (6.7) na admitancję Y w postaci

$$Y = \frac{G}{1 + j\xi}. \quad (6.11)$$

Stąd, moduł admitancji względnej $|Y_w| = |Y|/G$, jako funkcja ξ wyraża się prostym wzorem

$$|Y_w| = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}}. \quad (6.12)$$

Wykres tej funkcji nazywamy wykresem *uniwersalnej krzywej rezonansowej*. Jak już wyjaśniliśmy, warunkiem rezonansu amplitudy prądu jest $|Y_w| = \text{max}$, który zachodzi dla $\xi = 0$, czyli dla $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Biorąc pod uwagę zależności (6.7), (6.8) i (6.10) warunek ten jest równoważny $\text{im}Z = 0$ (*warunek rezonansu fazowego*). Równoważność obu warunków zachodzi oczywiście tylko dla najprostszych obwodów rezonansowych, dla których część rzeczywista impedancji nie zależy od ω , $\text{re}Z = \text{const}$.

Zwróćmy uwagę na fakt, że dobroć obwodu rezonansowego Q_0 wyrażona zależnością (6.9) nie jest tożsama dobrocią cewki $Q_L = \omega_0 L/R_L$. Tworząc obwód na rys.6.3b wykorzystaliśmy (6.6), więc $R = R_L + 1/(G_C Q_C^2) = R_L + 1/(\omega_0 C Q_C)$, stąd

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} = \frac{R}{\omega_0 L} = \frac{R_L + 1/(\omega_0 C Q_C)}{\omega_0 L} = \frac{R_L}{\omega_0 L} + \frac{1}{\omega_0^2 L C Q_C} = \frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_C}. \quad (6.13)$$

Zależność (6.13) pozwala stwierdzić, że dobroć obwodu rezonansowego szeregowego jest równa dobroci cewki jeśli kondensator jest idealny, czyli $Q_C = \infty$.

Oznaczmy przez ξ_1 oraz ξ_2 te punkty w których wartość $|Y_w|$ maleje $\sqrt{2}$ w stosunku do wartości maksymalnej, równej 1, w punkcie $\xi = 0$. Punkty te oznaczają $3dB$ spadek ($20\log\sqrt{2} = 3dB$) na uniwersalnej krzywej rezonansowej. Wartości te otrzymujemy jako pierwiastki równania

$$\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (6.14)$$

którego rozwiązaniami są $\xi_1 = -1$, $\xi_2 = 1$. Są to wartości graniczne *pasma przenoszenia* odpowiadające, zgodnie z zależnościami (6.8), (6.10), częstotliwościom granicznym ω_1 oraz ω_2 na osi pulsacji. Różnicę $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ ($\Delta f = f_2 - f_1$) nazywamy *szerokością pasma przenoszenia*. Wykorzystując (6.8) oraz (6.10) i zakładając, że $\omega_1\omega_2 \approx \omega_0^2$ można łatwo wykazać zależności

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q_0}, \quad (6.15)$$

lub

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q_0}, \quad (6.16)$$

oznaczające malenie szerokości pasma przenoszenia (wzrost *selektywności*), ze wzrostem dobroci obwodu.

Na zakończenie obliczmy wartości skuteczne napięć $|U_L|$ oraz $|U_C|$ w stosunku do $|U|$. Mamy

$$|U_L| = \omega L |I| = \omega L |Y| |U|, \quad (6.17)$$

oraz

$$|U_C| = \frac{1}{\omega C} |I| = \frac{1}{\omega C} |Y| |U|, \quad (6.18)$$

stąd

$$k_L = \frac{|U_L|}{|U|} = \frac{\omega}{\omega_0} Q_0 \frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}, \quad (6.19)$$

oraz

$$k_C = \frac{|U_C|}{|U|} = \frac{\omega_0}{\omega} Q_0 \frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}. \quad (6.20)$$

Widzimy, że dla $\omega = \omega_0$, czyli $\xi = 0$, współczynniki k_L , k_C są równe dobroci Q_0 . Badając funkcje $k_L(\omega)$, $k_C(\omega)$ za pomocą pochodnych łatwo stwierdzić, że nie jest to jeszcze ich wartość maksymalna, która wynosi

$$k_L(\omega_{max}) = k_C(\omega_{max}) = \frac{Q_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q_0^2}}}, \quad (6.21)$$

przy

$$\omega_{max} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q_0^2}}}, \quad (6.22)$$

dla $k_L(\omega)$, oraz przy

$$\omega_{max} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q_0^2}}, \quad (6.23)$$

dla $k_C(\omega)$. Duże wartości względne napięć osiągane dla dużych dobroci Q_0 nazywamy *zjawiskiem przepięcia*.

6.2 CEL ĆWICZENIA

Analiza działania szeregowego układu rezonansowego RLC. Badanie charakterystyk częstotliwościowych obwodu rezonansowego.

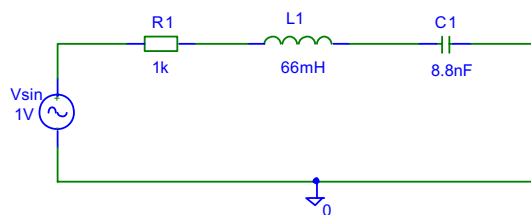


Fig. 6.4 Schemat połączeń obwodu rezonansowego

6.3 PRZEBIEG ĆWICZENIA

6.3.1 Pomiar charakterystyk częstotliwościowych

6.3.1.1 Pomiary

- Zmierzyć rezystancję cewki przy pomocy omomierza, zanotować wynik.
- Połączyć obwód według powyższego schematu (należy użyć płyty prototypowej).
- Obliczyć częstotliwość rezonansową (f_o) oraz szerokość pasma (δf) na podstawie wartości elementów ze schematu.
- Wykonać 3 serie pomiarów (kolejno dla: prądu w obwodzie, napięcia na pojemności oraz napięcia na rezystancji) w przedziale ($f_o - \delta f \dots f_o + \delta f$). Pomiary wykonać przy pomocy multimetru MXD-4660 i oprogramowania MultiView, wyniki zapisać w pliku tekstowym.

Uwaga:

- w czasie pomiarów utrzymywać stałą amplitudę napięcia wejściowego 1V
- pomiary proszę zapisywać w $C : \backslash Lab \backslash Pomiary \backslash$
- nie zmieniać zakresu miernika w czasie pomiaru

6.3.1.2 Wizualizacja danych pomiarowych Dokonać konwersji danych pomiarowych do postaci akceptowalnej przez program Datascope, użyć w tym celu skryptu Perl'a `converter.pl`

Składnia linii poleceń jest następująca: `perl converter.pl pomiar.txt wynik`.

Wynikiem działania skryptu są dwa pliki tekstowe o nazwach: `wynik_ch1time.txt` - pierwszy kanał pomiarowy w zależności od czasu oraz `wynik_ch2sort.txt` - posortowany drugi kanał pomiarowy w zależności od częstotliwości.

Wykreślić pliki `*_ch2sort.txt` w programie Datascope; w przypadku wystąpienia dużych błędów w pomiarach serię powtórzyć.

6.4 ZAGADNIENIA DO OPRACOWANIA

1. Wyprowadzić wzory (6.4).
2. Na podstawie danych pomiarowych obliczyć i wykreślić uniwersalne charakterystyki częstotliwościowe dla szeregowego obwodu rezonansowego.
3. Wyznaczyć dobroć obwodu rezonansowego na podstawie:
 - a charakterystyki częstotliwościowej prądu (szerokości pasma przepuszczania)
 - b charakterystyk częstotliwościowych napięcia na cewce i na kondensatorze

i porównać z wynikiem obliczeń na podstawie wartości elementów obwodu. Jaki parametr ma największy wpływ na dobroć układu rezonansowego?

4. Obliczyć wartości częstotliwości, dla których występują ekstrema napięć na pojemności i indukcyjności i porównać z wynikami pomiarów.
5. Przedyskutować zjawisko występowania przepięć w rezonansie szeregowym, obliczyć jego wartość dla badanego układu.
6. Zdefiniować zjawisko rezonansu fazowego i rezonansu amplitudowego.

Obwód rezonansowy równoległy

7.1 POŁĄCZENIE RÓWNOLEGŁE CEWKI I KONDENSATORA

Wykażemy, że w obwodzie na rys.7.1a oznaczającym odbiornik zbudowany z równolegle połączonych cewki i kondensatora występuje rezonans amplitudy napięcia. Zakładamy, że odbiornik jest zasilany ze źródła prądowego o stałym wydatku prądowym $|I| = \text{const}$ i zmiennej pulsacji $\omega = \text{var}$ (częstotliwości $f = \text{var}$). Biorąc pod uwagę schematy zastępcze cewki i kondensatora, można otrzymać schemat zastępczy obwodu na rys.7.1b. Ponieważ $|U| = |I||Z|$, a z założenia $|I| = \text{const}$, stąd badanie rezonansu amplitudy napięcia sprowadza się do badania modułu impedancji obwodu. Impedancja ta wynosi

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})} = \frac{R}{1 + j\frac{\omega_0 C}{G}(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)}, \quad (7.1)$$

gdzie $R = 1/G$ i $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Wprowadzając *roztrojenie bezwzględne* ξ jako

$$\xi = Q_0\nu, \quad (7.2)$$

gdzie

$$Q_0 = \frac{\omega_0 C}{G}, \quad (7.3)$$

jest *dobrocią obwodu rezonansowego*, a

$$\nu = \omega/\omega_0 - \omega_0/\omega, \quad (7.4)$$

jest nazywane *roztrojeniem względnym*, otrzymujemy wzór (7.1) na impedancję Z w postaci

$$Z = \frac{R}{1 + j\xi}. \quad (7.5)$$

Stąd, moduł impedancji względnej $|Z_w| = |Z|/R$, jako funkcja ξ wyraża się prostym wzorem

$$|Z_w| = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}}. \quad (7.6)$$

Wykres tej funkcji nazywamy wykresem *uniwersalnej krzywej rezonansowej*. Jak już wyjaśniliśmy, warunkiem rezonansu amplitudy napięcia jest $|Z_w| = \max$, który zachodzi dla $\xi = 0$, czyli dla $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Biorąc pod uwagę zależności (7.1), (7.2) i (7.4) warunek ten jest równoważny $\text{im}Y = 0$ (*warunek rezonansu fazowego*). Równoważność obu warunków zachodzi oczywiście tylko dla najprostszych obwodów rezonansowych, dla których część rzeczywista admitancji nie zależy od ω , $\text{re}Y = \text{const}$.

Zwróćmy uwagę na fakt, że dobroć obwodu rezonansowego Q_0 wyrażona zależnością (7.3) nie jest tożsama dobroci kondensatora $Q_C = \omega_0 C/G_C$. Tworząc obwód na rys.7.1b wykorzystaliśmy (6.5), więc $G = G_C +$

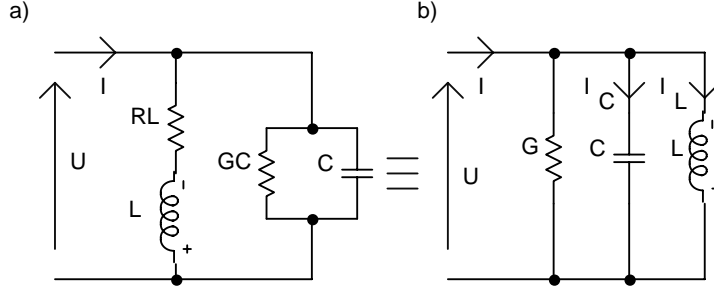


Fig. 7.1 Schematy zastępcze obwodu dla równoległego połączenia cewki i kondensatora

$1/(R_L Q_L^2) = G_C + 1/(\omega_0 L Q_L)$, stąd

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} = \frac{G}{\omega_0 C} = \frac{G_C + 1/(\omega_0 L Q_L)}{\omega_0 C} = \frac{G_C}{\omega_0 C} + \frac{1}{\omega_0^2 L C Q_L} = \frac{1}{Q_C} + \frac{1}{Q_L}. \quad (7.7)$$

Zależność (7.7) pozwala stwierdzić, że dobroć obwodu rezonansowego równoległego jest równa dobroci kondensatora jeśli cewka jest idealna, czyli $Q_L = \infty$. Obwód rezonansowy równoległy jest, z założenia, zasilany z idealnego źródła prądowego. W rzeczywistości wykorzystujemy źródło napięciowe o dużej rezystancji wewnętrznej R_Z . Wówczas konduktancja G we wzorze (7.7) jest powiększona o konduktancję $G_Z = 1/R_Z$ równoważnego, rzeczywistego źródła prądowego, co powoduje zmniejszenie dobroci obwodu rezonansowego.

Oznaczmy przez ξ_1 oraz ξ_2 te punkty w których wartość $|Z_w|$ maleje $\sqrt{2}$ w stosunku do wartości maksymalnej, równej 1, w punkcie $\xi = 0$. Punkty te oznaczają 3dB spadek ($20 \log \sqrt{2} = 3 \text{ dB}$) na uniwersalnej krzywej rezonansowej. Wartości te otrzymujemy jako pierwiastki równania

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (7.8)$$

którego rozwiązaniami są $\xi_1 = -1$, $\xi_2 = 1$. Są to wartości graniczne *pasma przenoszenia* odpowiadające, zgodnie z zależnościami (7.2), (7.4), częstotliwościom granicznym ω_1 oraz ω_2 na osi pulsacji. Różnicę $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ ($\Delta f = f_2 - f_1$) nazywamy *szerokością pasma przenoszenia*. Wykorzystując (7.2) oraz (7.4) i zakładając, że $\omega_1 \omega_2 \approx \omega_0^2$ można łatwo wykazać zależności

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q_0}, \quad (7.9)$$

lub

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q_0}, \quad (7.10)$$

oznaczające malenie szerokości pasma przenoszenia (wzrost *selektywności*), ze wzrostem dobroci obwodu.

Na zakończenie obliczmy wartości skuteczne prądów $|I_L|$ oraz $|I_C|$ w stosunku do $|I|$. Mamy

$$|I_C| = \omega C |U| = \omega C |Z| |I|, \quad (7.11)$$

oraz

$$|I_L| = \frac{1}{\omega L} |U| = \frac{1}{\omega L} |Z| |I|, \quad (7.12)$$

stąd

$$k_C = \frac{|I_C|}{|I|} = \frac{\omega}{\omega_0} Q_0 \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}}, \quad (7.13)$$

oraz

$$k_L = \frac{|I_L|}{|I|} = \frac{\omega_0}{\omega} Q_0 \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}}. \quad (7.14)$$

Widzimy, że dla $\omega = \omega_0$, czyli $\xi = 0$, współczynniki k_L , k_C są równe dobroci Q_0 . Badając funkcje $k_L(\omega)$, $k_C(\omega)$ za pomocą pochodnych łatwo stwierdzić, że nie jest to jeszcze ich wartość maksymalna, która wynosi

$$k_C(\omega_{max}) = k_L(\omega_{max}) = \frac{Q_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q_0^2}}}, \quad (7.15)$$

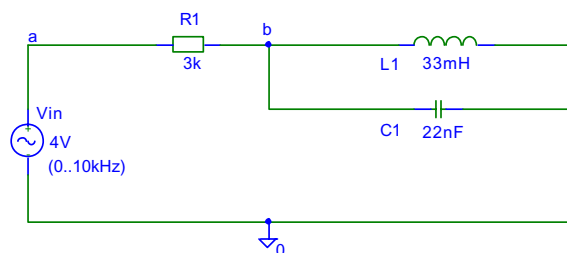


Fig. 7.2 Schemat połączeń obwodu rezonansowego

przy

$$\omega_{max} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q_0^2}}}, \quad (7.16)$$

dla $k_C(\omega)$, oraz przy

$$\omega_{max} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q_0^2}}, \quad (7.17)$$

dla $k_L(\omega)$. Duże wartości względne prądów osiągane dla dużych dobroci Q_0 nazywamy *zjawiskiem przetężenia*.

7.2 CEL ĆWICZENIA

Analiza działania równoległego układu rezonansowego RLC. Badanie charakterystyk częstotliwościowych obwodu rezonansowego.

7.3 PRZEBIEG ĆWICZENIA

7.3.1 Pomiar charakterystyk częstotliwościowych

7.3.1.1 Pomiary

- Zmierzyć rezystancję cewki przy pomocy omomierza, zanotować wynik.
- Połączyć obwód według schematu na rys.7.2 (należy użyć płyty prototypowej).
- Obliczyć częstotliwość rezonansową (f_0), dobroć obwodu (Q) oraz szerokość pasma (δf) na podstawie wartości elementów ze schematu.
- Wykonać 3 serie pomiarów (kolejno dla: spadku napięcia na rezystorze R_1 oraz prądów płynących w gałęziach z pojemnością i indukcyjnością). Pomiary wykonać przy pomocy multimetru MXD-4660 i oprogramowania MultiView w zakresie 0..10kHz, wyniki zapisać w pliku tekstowym.

Uwaga:

- w czasie pomiarów utrzymywać stałą amplitudę napięcia wejściowego 4V
- pomiary proszę zapisywać w $C : \backslash Lab \backslash Pomiary \backslash$
- nie zmieniać zakresu miernika w czasie pomiaru

7.3.1.2 Wizualizacja danych pomiarowych Dokonać konwersji danych pomiarowych do postaci akceptowalnej przez program Datascope, użyć w tym celu skryptu Perl'a converter.pl.

Składnia linii poleceń jest następująca: `perl converter.pl pomiar.txt wynik`.

Wynikiem działania skryptu są dwa pliki tekstowe o nazwach: *wynik_ch1time.txt* - pierwszy kanał pomiarowy w zależności od czasu oraz *wynik_ch2sort.txt* - posortowany drugi kanał pomiarowy w zależności od częstotliwości.

Wykreślić pliki **_ch2sort.txt* w programie Datascope; w przypadku wystąpienia dużych błędów w pomiarach serię powtórzyć.

7.4 ZAGADNIENIA DO OPRACOWANIA

1. Wyjaśnić rolę opornika R_1 w obwodzie na rys.7.2. Dlaczego jego rezystancja powinna być duża?
2. Wyprowadzić wzór (7.9).
3. Na podstawie danych pomiarowych obliczyć i wykreślić uniwersalne charakterystyki częstotliwościowe dla równoległego obwodu rezonansowego.
4. Wyznaczyć dobroć obwodu rezonansowego na podstawie:
 - a uniwersalnej charakterystyki częstotliwościowej napięcia (szerokości pasma przepuszczania),
 - b ch-k częstotliwościowych prądu płynącego przez cewkę i kondensatori porównać z wynikiem obliczeń na podstawie wartości elementów obwodu. Jaki parametr ma największy wpływ na dobroć układu rezonansowego?
5. Obliczyć wartości częstotliwości, dla których występują ekstrema prądów w gałęzi z pojemnością i w gałęzi z indukcyjnością i porównać z wynikami pomiarów.
6. Zdefiniować zjawisko rezonansu fazowego i rezonansu amplitudowego.

Poprawianie współczynnika mocy

8.1 MOCE W OBWODACH PRĄDU ZMIENNEGO

Dla dowolnych sygnałów napięcia $u(t)$ i prądu $i(t)$ ich iloczyn $p(t) = u(t)i(t)$ nazywamy *mocą chwilową*. Dla sygnału okresowego definiujemy *moc czynną* P jako wartość średnią mocy chwilowej w przedziale czasu równym okresowi T :

$$P = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} p(t) dt. \quad (8.1)$$

Z definicji (8.1) wynika natychmiast, że w obwodach prądu zmiennego ($u(t) = \sqrt{2}|U|\sin(\omega t + \varphi_u)$, $i(t) = \sqrt{2}|I|\sin(\omega t + \varphi_i)$), moc czynna wyraża się wzorem

$$P = |U||I| \cos \varphi, \quad (8.2)$$

gdzie $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$. Ponieważ sygnałom zmiennym przyporządkowujemy liczby zespolone $f(t) \doteq |F|e^{j\varphi} = F$, możemy moc czynną obliczać jako część rzeczywistą iloczynu postaci zespolonych napięcia U i prądu sprzężonego I^*

$$P = \operatorname{re} S = \operatorname{re} UI^* = \operatorname{re}(|U|e^{j\varphi_u}|I|e^{-j\varphi_i}) = \operatorname{re}(|U||I|e^{j\varphi}) = \operatorname{re}|U||I|(\cos \varphi + j \sin \varphi) = |U||I| \cos \varphi. \quad (8.3)$$

$S = UI^*$ nazywamy *mocą zespoloną*, $|S| = |U||I|$ *mocą pozorną* (jednostka VA) a $Q = |U||I| \sin \varphi$ *mocą bierną* (jednostka VAR). Zgodnie z rachunkiem liczb zespolonych mamy

$$|S|^2 = P^2 + Q^2, \quad P = |S| \cos \varphi, \quad Q = |S| \sin \varphi. \quad (8.4)$$

Wzór na moc bierną wskazuje, że może być ona zarówno dodatnia $0 < \varphi < \pi/2$, dla odbiorników o charakterze indukcyjnym, jak i ujemna $-\pi/2 < \varphi < 0$, dla odbiorników o charakterze pojemnościowym. Ponieważ większość odbiorników ma charakter indukcyjny, można więc pobieraną przez nie dodatnią moc bierną skompensować dołączając do ich zacisków baterię kondensatorów o odpowiedniej pojemności C . Całkowita kompensacja powoduje, że wypadkowy odbiornik ma $\varphi = 0$, czyli $\cos \varphi = 1$, co nazywamy *poprawianiem $\cos \varphi$* . Poprawianie $\cos \varphi$ daje zmniejszenie wartości skutecznej prądu $|I|$ odbiornika wypadkowego i tym samym zmniejszenie strat w źródle i w linii zasilającej, które są proporcjonalne do $|I|^2$.

Założmy, że odbiornik o charakterze indukcyjnym (dane φ) pobiera moc czynną P . Zgodnie z (8.4), moc bierna odbiornika wyraża się wówczas wzorem

$$Q_o = P \tan \varphi. \quad (8.5)$$

Natomiast dołączona bateria kondensatorów o pojemności C pobiera moc bierną

$$Q_C = |U||I| \sin \varphi = -|U||I| = -|U|^2 \omega C. \quad (8.6)$$

Pojemność C potrzebna dla całkowitej kompensacji $Q_o + Q_C = 0$ wynosi więc

$$C = \frac{P \tan \varphi}{\omega |U|^2}, \quad (8.7)$$

gdzie $|U|$ jest napięciem zasilania odbiornika.

Korzystając z szeregu Fouriera możemy dowolny sygnał okresowy przedstawić w postaci sumy składowych harmoniczných

$$f(t) = F_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} |F_n| \sin(n\omega_0 t + \varphi_n), \quad (8.8)$$

przy czym wartość skuteczna tego sygnału wynosi

$$|F| = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} |F_n|^2}. \quad (8.9)$$

Moc pozorną dowolnego sygnału okresowego obliczmy więc, podobnie jak w obwodach prądu zmiennego, jako iloczyn wartości skutecznych napięcia i prądu $|S| = |U||I|$. Z definicji mocy czynnej (8.1) wynika, że jest ona równa

$$P = \sum_{n=0}^{\infty} P_n, \quad (8.10)$$

gdzie P_0 oznacza moc składowej stałej, a P_n , $n = 1, 2, \dots$ moce czynne poszczególnych harmoniczných. Przez analogię, moc bierną definiujemy jako

$$Q = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n, \quad (8.11)$$

gdzie Q_n , $n = 1, 2, \dots$ oznaczają moce bierne poszczególnych harmoniczných. Ponieważ dla dowolnych sygnałów okresowych zachodzi $|S|^2 \geq P^2 + Q^2$ definiuje się *moc odkształcenia* D , dla której $|S|^2 = P^2 + Q^2 + D^2$.

8.2 PRZEBIEG ĘWICZENIA

1. Zmierzyć omomierzem rezystancję wewnętrzną źródła i odbiornika.
2. Wykorzystując płytę prototypową połączyć źródło z odbiornikiem i zmierzyć napięcie na odbiorniku.
3. Zmienić konfigurację połączeń tak aby można było mierzyć prąd płynący ze źródła do odbiornika.
4. Równolegle do odbiornika dołączać kolejno po jednym kondensatorze $10\mu F$ mierząc prąd płynący ze źródła.
5. Dołączanie kondensatorów zakończyć, gdy wartość skuteczna prądu osiągnie minimum.

8.3 OBLICZENIA

1. Obliczyć reaktację odbiornika wykorzystując wyniki odpowiednich pomiarów.
2. Obliczyć $\cos \varphi$ odbiornika.
3. Obliczyć wartości $\cos \varphi$ dla kolejno dołączanych kondensatorów. Zastosować dwie metody:
 - z wykorzystaniem zmierzonych wartości skutecznych prądów,
 - z wykorzystaniem odczytanych na elementach wartości pojemności.
4. Obliczyć moc czynną traconą w źródle dla odbiornika nie skompensowanego i skompensowanego.
5. Obliczyć o ile (procentowo) maleją straty mocy w źródle w wyniku kompensacji.

9

Parametry czwórników

9.1 CZWÓRNIKI PASYWNE I AKTYWNE

Czwórnikiem nazywamy czterozaćiskowy element obwodu elektrycznego spełniający warunek regularności. Na rys.9.1 przedstawiono schemat obwodu elektrycznego, zawierający czwórnik obciążony impedancją Z_L dołączoną do pary zacisków nazywanych stroną wtórną czwórnika. Zakładamy, że źródło zasilające jest dołączone do pary zacisków nazywanej stroną pierwotną. Z prawa prądowego Kirchoffa wynika wówczas, że prąd I_1 wpływający do zacisku górnego strony pierwotnej jest równy prądowi wypływającemu z zacisku dolnego. Zależność taka nie dla każdego połączenia czwórników w obwodzie jest oczywista i wówczas założenie, że zachodzi równość prądu wpływającego i wypływającego dla wybranej pary zacisków nazywamy warunkiem regularności. Prąd I'_2 po stronie wtórnej wypływa z czwórnika. Wówczas $I_2 = -I'_2$ oznacza prąd po stronie wtórnej wpływający do czwórnika, tak jak I_1 po stronie pierwotnej. Parametrami czwórnika nazywamy współczynniki równań liniowych wiążących ze sobą napięcia i prądy po stronie pierwotnej i wtórnej. Na przykład parametry impedancyjne z_{11} , z_{12} , z_{21} , z_{22} , są współczynnikami w równaniach: $V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$, $V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$, lub w postaci macierzowej:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}, \quad (9.1)$$

lub krótko $V = ZI$, gdzie V oraz I są odpowiednio macierzami kolumnowymi potencjałów V_1 , V_2 oraz I_1 , I_2 a Z macierzą kwadratową parametrów impedancyjnych. Podobnie definiuje się parametry admitancyjne

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}, \quad (9.2)$$

a także parametry hybrydowe wyrażające zależności V_1 i I_2 od V_2 i I_1 oraz V_2 i I_1 od V_1 i I_2 . Natomiast parametrami łańcuchowymi nazywamy współczynniki występujące w równaniach:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I'_2 \end{bmatrix}, \quad (9.3)$$

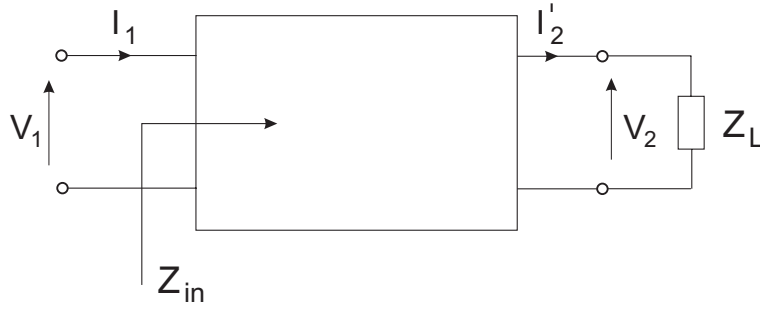
oraz

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I'_1 \end{bmatrix}. \quad (9.4)$$

Wszystkie te parametry odgrywają istotną rolę w połączeniach czwórników: szeregowym (macierz Z), równoległym (macierz Y), w połączeniach hybrydowych (mieszanych) oraz łańcuchowym.

Do opisu czwórnika stosuje się także inne rodzaje parametrów, np. rozproszenia lub falowe. Parametry falowe czwórników zdefiniowane są jako:

- przekładnia impedancyjna $p = \sqrt{z_{22}/z_{11}} = \sqrt{a_{22}/a_{11}}$
- przekładnia energetyczna $p_e = \sqrt{z_{12}/z_{21}} = \sqrt{\det A}$

Fig. 9.1 Czwórnik obciążony impedancją Z_L .

- impedancja falowa $Z_f = \sqrt{\det Z} = \sqrt{a_{12}/a_{21}}$
- współczynnik przenoszenia falowego g , $ch(g) = \sqrt{(z_{11}z_{22})/(z_{12}z_{21})} = \sqrt{a_{11}a_{22}/\det A}$

Na podstawie powyższych definicji, przy założeniu symetrii impedancyjnej i energetycznej ($p = p_e = 1$) czwornika, równania łańcuchowe (9.3) mogą być zapisane następująco:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ch(g) & Z_f sh(g) \\ \frac{1}{Z_f} sh(g) & ch(g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2' \end{bmatrix}, \quad (9.5)$$

gdzie ch i sh oznaczają funkcje hiperboliczne.

W obwodach prądu zmiennego parametry falowe mogą być liczbami zespolonymi, a w szczególności współczynnik przenoszenia falowego $g = a + jb$, gdzie a nosi nazwę współczynnika tłumienia falowego a b współczynnika przesunięcia.

Z równań (9.5) wynika, że w warunkach dopasowania (to znaczy gdy impedancja wewnętrzna źródła i impedancja obciążenia są równe impedancji falowej Z_f) zachodzą zależności:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{I_1}{I_2} = e^g. \quad (9.6)$$

Z powyższej zależności wynika, że zerowe tłumienie, $a = 0$, oznacza równość wartości skutecznych napięć i prądów $|V_1| = |V_2|$, $|I_1| = |I_2|$. Przypadek zerowego tłumienia może w szczególności występować dla czwornika w zbudowanego z elementów bezstratnych, na przykład z indukcyjności i pojemności, badanego w następnej sekcji.

Pasywność, w szczególności bezstratność, jest ważną właściwością obwodu zapewniającą stabilność i mały poziom szumu. Jednakże obwody scalone zbudowane głównie z rezystorów, kondensatorów i cewek są trudne do zrealizowania w systemach z dużą dokładnością przetwarzania sygnałów. Oprócz tego wprowadzają one tłumienie. Z drugiej strony, technologia CMOS (obecnie wiodąca w układach scalonych) oferuje jako podstawowe elementy tranzystory nMOS i pMOS. Dlatego jesteśmy zainteresowani pojęciem elementu aktywnego przez który rozumieć będziemy element zbudowany z tranzystorów.

Definicja teoretyczna elementu pasywnego oznacza natomiast element, który pobiera energię nieujemną:

$$E(t) = \int_{-\infty}^t p(\tau) d\tau \geq 0, \quad \text{for all } t, \quad E(-\infty) = 0, \quad (9.7)$$

gdzie $p(t)$ jest mocą dostarczaną do wszystkich par zacisków. Dwójniki: rezystancja R ($v(t) = Ri(t)$), indukcyjność L ($v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$) i pojemność C ($i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$) są elementami pasywnymi. Jeżeli energia w definicji (9.7) jest równa zero ($E(t) = 0$), to o elemencie mówimy że jest bezstratny.

Idealny transformator (IT) oraz *idealny żyrator* (IG) są przykładami czwornika pasywnego przedstawionego na rys.9.1. Pierwszy z nich jest przykładem konwertera, drugi inwertera impedancji. Niech impedancja wejściowa Z_{in} oznacza impedancję widzianą od strony pierwotnej, przy stronie wtórnej obciążonej przez Z_L . Wówczas czwórnik obciążony na jednej parze zacisków impedancją Z_L i o impedancji wejściowej Z_{in} , widzianej od drugiej pary zacisków wprost (odwrotnie) proporcjonalnej do impedancji obciążenia

$$Z_{in} = k_c Z_L, \quad (Z_{in} = k_i / Z_L), \quad (9.8)$$

jest nazywany konwerterem (inwerterem).

Na podstawie powyższej definicji można wykazać, że macierz łańcuchowa konwertera ma jedyne niezerowe elementy na głównej przekątnej, podczas gdy macierz łańcuchowa inwertera ma jedynie na głównej przekątnej elementy zerowe. Stąd macierze łańcuchowe transformatora i żyratora są następujące:

$$F_{IT} = \begin{bmatrix} 1/n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}, \quad (9.9)$$

i

$$F_{IG} = \begin{bmatrix} 0 & 1/g \\ g & 0 \end{bmatrix}. \quad (9.10)$$

Z macierzy (9.10) wynika że $gv_1 = i'_2 = -i_2$, $i_1 = gv_2$, stąd całkowita energia dostarczona z obu stron żyratora jest równa zero:

$$gv_1 i_1 + gv_2 i_2 = g[p_1(t) + p_2(t)] = 0. \quad (9.11)$$

Zgodnie więc z definicją (9.7), idealny żyrator jest elementem bezstratnym podczas gdy zrealizowany w układzie scalonym za pomocą tranzystorów będzie traktowany jako element aktywny.

Macierze łańcuchowe konwertera i inwertera mają dwa elementy zerowe. Czwórniki posiadające trzy elementy zerowe nazywamy *źródłami sterowanymi* lub *przetwornikami*. Są one najpowszechniejszymi elementami aktywnymi. Będziemy nazywali czwórniki zdefiniowane za pomocą macierzy łańcuchowych

$$\begin{aligned} F_{VVT} &= \begin{bmatrix} 1/\mu & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, & F_{CCT} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/\alpha \end{bmatrix}, \\ F_{VCT} &= \begin{bmatrix} 0 & 1/g \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, & F_{CVT} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1/r & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (9.12)$$

odpowiednio przetwornikiem napięciowo napięciowym (VVT), prądowo prądowym (CCT), napięciowo prądowym (VCT) oraz prądowo napięciowym (CVT).

Innym elementem aktywnym, ważnym ze względu na zastosowania jest *nullor*. Wszystkie elementy jego macierzy łańcuchowej są zerowe:

$$F = 0. \quad (9.13)$$

Z macierzy łańcuchowej nullora wynika, że prąd i napięcie wejściowe są zerowe ($V_1 = 0$, $I_1 = 0$) a na wyjściu V_2 , I'_2 nieokreślone. Szczególnym przypadkiem nullora jest więc idealny wzmacniacz operacyjny, który dodatkowo charakteryzuje się nieskończoną impedancją wejściową i zerową impedancją wyjściową.

9.2 PRZEBIEG ĆWICZENIA

9.2.1 Symulacja obwodu

Za pomocą SPICE'a dokonać symulacji obwodu przedstawionego na rys.9.2. Opis obwodu jest następujący:

```
parametry falowe
vin 3 0 dc 0 ac 1
R1 1 3 1k
C1 1 0 1n
C2 2 0 1n
R2 2 0 1k
L1 1 2 500u
.ac lin 1000 0.01meg .5meg
.end
```

Przykładowe charakterystyki amplitudowe dla napięć $v(1)$ i $v(2)$ są przedstawione na rys.9.3. Zerowe tłumienie występuje dla częstotliwości dla której wartości skuteczne napięć $v(1)$, $v(2)$ są sobie równe, czyli następuje przecięcie charakterystyk. Na podstawie charakterystyk fazowych odczytać ile wynosi dla tej częstotliwości przesunięcie fazowe między napięciami.

9.2.2 Pomiary

Schemat pomiarowy jest przedstawiony na rys.9.4. Pomiary należy przeprowadzić dla kombinacji połączeń wskazanych przez prowadzącego, np.: a, b, c, d, d+c, d+b, c+b.

1. Dla wskazanych kombinacji połączeń dokonać pomiaru rezystancji. Jako rezystancję falową R_f przyjąć średnią arytmetyczną rezystancji pomierzonych na wejściu i wyjściu.
2. Do zacisku **gen** dołączyć generator, a do zacisków **input** oraz **output** kanały oscyloskopu.
3. Ustawić częstotliwość generatora odpowiadającą zerowemu tłumieniu $\mathbf{a=0}$.
4. Odczytać na oscyloskopie różnicę faz $\phi_1 - \phi_2$ między napięciami $v(1)$ i $v(2)$ równą współczynnikowi przesunięcia falowego \mathbf{b} .
5. Punkty 2, 3, 4 powtórzyć dla wszystkich kombinacji połączeń.

9.2.3 Obliczenia wykonane na podstawie pomiarów

Wykorzystując wzory, za pomocą których można obliczać parametry falowe czwórnik typu II:

$$Z_f = R_f = \frac{\sqrt{Z_l/Y_q}}{\sqrt{1 + Z_l Y_q/4}} \quad (9.14)$$

$$sh(g/2) = \sqrt{Z_l Y_q/4} \quad (9.15)$$

gdzie $Z_l = j\omega L_1$, $Y_q = j\omega C$, $C = 2C_1 = 2C_2$, $g = a + jb$ a sh oznacza funkcję sinus hiperboliczny, obliczyć wartości elementów L i C . Obliczeń dokonać dla wszystkich kombinacji połączeń.

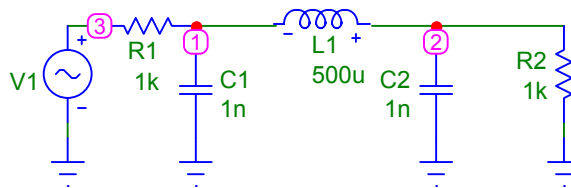


Fig. 9.2 Schemat obwodu dla symulacji

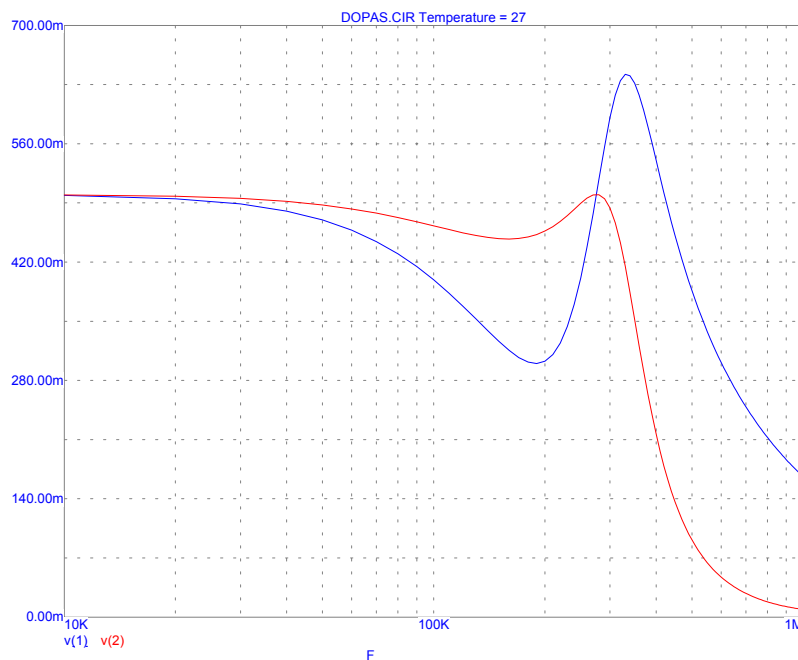


Fig. 9.3 Przykładowe wyniki symulacji

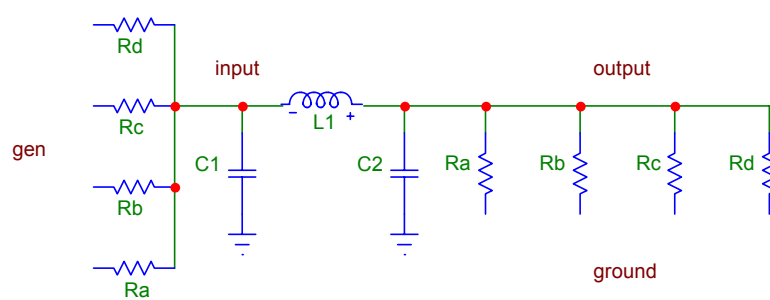


Fig. 9.4 Schemat obwodu dla pomiarów

10

Stany nieustalone w obwodach RLC

10.1 ANALIZA OBWODÓW W STANIE NIEUSTALONYM

Analiza obwodu elektrycznego, czyli obliczenie napięć i prądów w obwodzie elektrycznym, polega na znalezieniu rozwiązań układu równań otrzymanych w wyniku stosowania praw obwodów elektrycznych (prawa Kirchhoffa, metoda prądów oczkowych lub potencjałów węzłowych). W przypadku obwodów prądu stałego lub zmiennego w stanie ustalonym, są to równania algebraiczne. W dowolnym stanie pracy obwodu, gdy jest konieczne użycie zależności z pochodnymi prądu lub napięcia, analiza obwodu polega na rozwiązywaniu równań różniczkowych. Przykładem jest obwód zawierający indukcyjności lub pojemności opisane odpowiednio zależnościami

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}, \quad (10.1)$$

i

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}. \quad (10.2)$$

W przypadku ogólnym, gdy równania różniczkowe są nieliniowe, rozwiązanie znajduje się metodami numerycznymi, z wykorzystaniem odpowiednich symulatorów obwodów elektronicznych (np. SPICE).

Obwody elektryczne zbudowane z elementów liniowych o parametrach stałych są opisywane również liniowymi równaniami różniczkowymi o stałych współczynnikach, których rozwiązania można znaleźć w sposób analityczny. Rozważmy dla przykładu obwód na rys.10.3. Układając równanie napięciowe Kirchhoffa obwodu po komutacji (klucz przełączony z pozycji górnej w dolną) i biorąc pod uwagę, że spadek napięcia na rezystancji R_1 można wyrazić (zgodnie z prawem prądowym Kirchhoffa) za pomocą prądu płynącego przez pojemność i opisanego zależnością (10.2), otrzymujemy:

$$R_1 C_1 \frac{du(t)}{dt} + u(t) = 0, \quad (10.3)$$

gdzie $u(t)$ jest napięciem na pojemności. Stosując metodę rozdzielenia zmiennych (zmienna zależna u po prawej stronie równania, a zmienna niezależna t po lewej) równanie (10.3) przekształcamy do postaci

$$\frac{du}{u} = -\frac{dt}{\tau}, \quad (10.4)$$

gdzie $\tau = R_1 C_1$. Całkując obustronnie otrzymujemy

$$\ln u = -\frac{t}{\tau} - \ln A, \quad (10.5)$$

lub

$$u = A e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (10.6)$$

gdzie stała całkowania A , wyznaczona z warunku początkowego $u(0) = V_{DC}$ wynosi $A = V_{DC}$. Odcinek czasu po którym napięcie maleje e -krotnie nazywamy *stałą czasową*, która w rozwiązaniu (10.6) wynosi τ . Dla podanych parametrów wynosi ona $\tau = 8.46s$. Zwykle przyjmuje się, że napięcie lub prąd ustala się po $3 \div 5\tau$.

Równanie (10.3) jest równaniem jednorodnym pierwszego rzędu (równanie z prawą stroną równą zeru, w którym występuje tylko pierwsza pochodna). Równanie jednorodne n -tego rzędu ma postać:

$$a_n f^{(n)} + a_{(n-1)} f^{(n-1)} + \dots a_1 f' + a_0 f = 0. \quad (10.7)$$

Podstawiając za $f(t) = e^{st}$, czyli rozwiązanie szczególne (całkę szczególną) równania różniczkowego, otrzymujemy tzw. *równanie charakterystyczne*

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots a_1 s^1 + a_0 = 0, \quad (10.8)$$

którego pierwiastki s_i , $i = 1, \dots, n$ dają rozwiązania szczególne $f_i(t) = e^{s_i t}$. Tworząc kombinację liniową tych rozwiązań otrzymujemy całkę ogólną (rowiązanie ogólne) równania różniczkowego jednorodnego. Załóżmy, że wszystkie pierwiastki równania charakterystycznego są pojedyncze, rzeczywiste, ujemne: $s_i = -\alpha_i$, $i = 1, \dots, n$, $\alpha_i > 0$. Rozwiązanie ma wówczas postać: $f(t) = A_1 e^{-\alpha_1 t} + \dots + A_n e^{-\alpha_n t}$, gdzie A_i , $i = 1, \dots, n$, są stałymi całkowania. Składowe rozwiązania $f(t)$ nazywamy wówczas *składowymi tłumionymi aperiodycznymi (nieokresowymi)*, a α_i współczynnikami tłumienia. Odwrotność najmniejszego współczynnika tłumienia jest stałą czasową obwodu τ . Wśród rozwiązań równania charakterystycznego mogą istnieć pierwiastki zespolone. Ponieważ współczynniki tego równania są rzeczywiste, dla pojedynczego pierwiastka zespolonego $s_i = -\alpha_i + j\omega_i$ musi istnieć pierwiastek zespolony sprzężony $s_j = -\alpha_i - j\omega_i = s_i^*$ i w rozwiązaniu ogólnym $f(t)$ występuje składnik

$$A_i e^{(-\alpha_i + j\omega_i)t} + A_j e^{(-\alpha_i - j\omega_i)t} = [A_i e^{j\omega_i t} + A_j e^{-j\omega_i t}] e^{-\alpha_i t}. \quad (10.9)$$

Korzystając ze wzoru Eulera możemy składnik ten przedstawić w postaci

$$B_i e^{-\alpha_i t} \sin(\omega_i t + \varphi_i), \quad (10.10)$$

gdzie B_i , φ_i są nowymi stałymi całkowania. Składnik taki nazywamy *periodycznym tłumionym*, gdzie α_i jest *współczynnikiem tłumienia*, a ω_i jego *pulsacją*. Oprócz pierwiastków pojedynczych, równanie charakterystyczne może posiadać również pierwiastki wielokrotne. Załóżmy, że pierwiastek rzeczywisty ujemny $s_i = -\alpha_i$ jest k -krotny. Zgodnie z metodą rozwiązywania równań różniczkowych, składnikiem rozwiązania ogólnego jest wówczas wyrażenie

$$(B_0 + B_1 t + B_2 t^2 + \dots + B_{k-1} t^{k-1}) e^{-\alpha_i t}, \quad (10.11)$$

nazywane składnikiem *aperiodycznym krytycznym*.

Rozwiązanie równania różniczkowego jednorodnego daje tzw. *składową swobodną* poszukiwanego napięcia lub prądu w obwodzie. Jeżeli w obwodzie po komutacji działają jakieś źródła, wówczas równanie ma prawą stronę niezerową i zgodnie z metodą przewidywań stosowaną dla równań niejednorodnych w rozwiązaniu występuje tzw. *składowa wymuszona*. Rozważmy dla przykładu ponownie obwód na rys.10.3. Zakładając, że klucz jest przełączony z pozycji dolnej w górną, otrzymujemy:

$$R_1 C_1 \frac{du(t)}{dt} + u(t) = e(t), \quad (10.12)$$

gdzie $e(t)$ jest źródłem działającym w obwodzie. Jeżeli $e(t) = V_{DC} = const$, to oprócz składowej swobodnej $u_s(t)$ mającej postać (10.6), napięcie na pojemności będzie jeszcze posiadało składową wymuszoną $u_w(t)$. Jest ona równa napięciu w stanie ustalonym, a ponieważ zakładamy obwód prądu stałego to $u_w(t) = V_{DC}$. Jako rozwiązanie ogólne otrzymujemy

$$u = u_s + u_w = A e^{-\frac{t}{\tau}} + V_{DC}, \quad (10.13)$$

gdzie stała całkowania A , wyznaczona z warunku początkowego $u(0) = 0$ (przed komutacją kondensator był rozładowany) wynosi $A = -V_{DC}$.

Dla źródła prądu zmiennego $e(t) = \sqrt{2}|E| \sin \omega t$, składową wymuszoną znajdujemy metodą liczb zespolonych. Składowa wymuszona w postaci zespolonej wynosi $U_w = |E|/(1 + j\omega R_1 C_1) = |E|/\sqrt{1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2} e^{-j\varphi}$, gdzie $\tan \varphi = \omega R_1 C_1$. Jako rozwiązanie ogólne otrzymujemy więc:

$$u = A e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{|E|}{\sqrt{1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2}} \sin(\omega t - \varphi), \quad (10.14)$$

przy stałej całkowania możliwej do wyznaczenia z zerowego warunku początkowego.

Do analizy obwodów liniowych o stałych parametrach częściej, zamiast równań różniczkowych, używa się transformaty Laplace'a

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = \mathcal{L}\{f(t)\}, \quad (10.15)$$

która funkcji $f(t)$ zmiennej rzeczywistej t przyporządkowuje funkcję $F(s)$ zmiennej zespolonej s . Jest to tzw. *metoda operatorowa*, ponieważ z dziedziny zmiennej rzeczywistej przechodzimy w dziedzinę operatorową (w tym przypadku w dziedzinę operatora Laplace'a). Z definicji transformaty Laplace'a znajdujemy transformaty podstawowych funkcji. Funkcja skoku jednostkowego

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1/2, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad (10.16)$$

opisująca załączanie w obwodzie źródła prądu stałego posiada transformatę:

$$F(s) = \int_0^{\infty} u(t)e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \left. \frac{-1}{s} e^{-st} \right|_0^{\infty} = \frac{1}{s}, \quad (10.17)$$

pod warunkiem że $\operatorname{res} > 0$. W podobny sposób, dla pseudofunkcji (dystrybucji) delta Diraca

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1, \quad (10.18)$$

otrzymujemy

$$F(s) = \mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1. \quad (10.19)$$

Dopuszczając dystrybucje w rachunku operatorowym możemy przyjąć, że dolną granicą całkowania w definicji transformaty Laplace'a (10.15) jest granica lewostronna funkcji w chwili $t = 0$.

Transformaty sygnałów periodycznego i aperiodycznego można otrzymać jako szczególne przypadki transformaty funkcji $f(t) = e^{\lambda t}$. Na podstawie (10.15) otrzymujemy

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{\lambda t} e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-(s-\lambda)t} dt = \left. \frac{-1}{s-\lambda} e^{-(s-\lambda)t} \right|_0^{\infty} = \frac{1}{s-\lambda}, \quad (10.20)$$

jeżeli $\operatorname{re}(s-\lambda) > 0$ lub $\operatorname{res} > \operatorname{re}\lambda$. Przyjmując λ rzeczywiste ujemne, $\lambda = -\alpha$, otrzymujemy transformatę sygnału aperiodycznego tłumionego

$$\mathcal{L}\{e^{-\alpha t}\} = \frac{1}{s+\alpha}. \quad (10.21)$$

Dla λ zespolonego $\lambda = -\alpha + j\omega$ mamy

$$\mathcal{L}\{e^{(-\alpha+j\omega)t}\} = \mathcal{L}\{e^{-\alpha t} \cos \omega t\} + j\mathcal{L}\{e^{-\alpha t} \sin \omega t\} = \frac{1}{s+\alpha-j\omega} = \frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2 + \omega^2} + j\frac{\omega}{(s+\alpha)^2 + \omega^2}, \quad (10.22)$$

czyli

$$\mathcal{L}\{e^{-\alpha t} \cos \omega t\} = \frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2 + \omega^2}, \quad (10.23)$$

oraz

$$\mathcal{L}\{e^{-\alpha t} \sin \omega t\} = \frac{\omega}{(s+\alpha)^2 + \omega^2}. \quad (10.24)$$

W szczególnym przypadku załączania w obwodzie źródła prądu zmiennego otrzymujemy z (10.23) i (10.24), przyjmując $\alpha = 0$,

$$\mathcal{L}\{\cos \omega t\} = \frac{s}{s^2 + \omega^2}, \quad (10.25)$$

oraz

$$\mathcal{L}\{\sin \omega t\} = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}. \quad (10.26)$$

W metodzie operatorowej analizy obwodów jednym z podstawowych jest wzór na *transformatę pochodnej*. Załóżmy, że znana jest transformata $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$ funkcji $f(t)$, znajdziemy transformatę jej pochodnej $f'(t)$. Stosując (10.15) i metodę całkowania przez części otrzymujemy:

$$\mathcal{L}\{f'(t)\} = \int_0^{\infty} f'(t)e^{-st} dt = f(t)e^{-st} \Big|_0^{\infty} - (-s) \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = sF(s) - f(0_-), \quad (10.27)$$

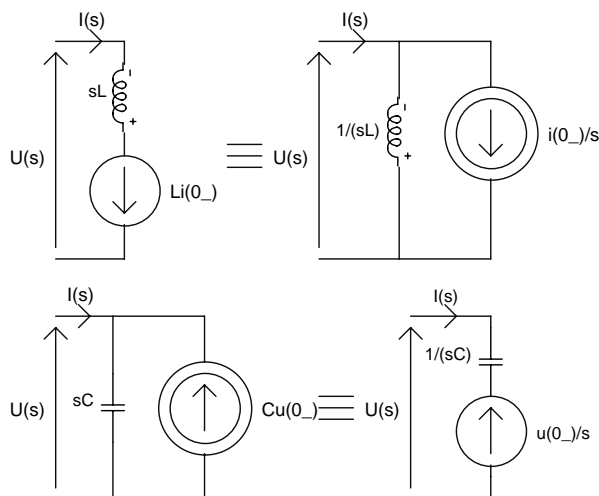


Fig. 10.1 Modele indukcyjności i pojemności w dziedzinie operatorowej

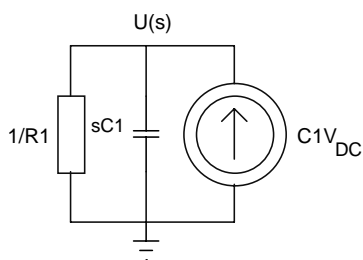


Fig. 10.2 Obwód z kondensatorem w dziedzinie operatorowej

gdzie 0_- oznacza granicę lewostronną funkcji $f(t)$ w punkcie $t = 0$. Zależność (10.27) oznacza, że operacji różniczkowania w dziedzinie czasu odpowiada mnożenie przez s w dziedzinie operatorowej, czyli stosując metodę operatorową otrzymujemy w dziedzinie operatorowej opis obwodu za pomocą równań algebraicznych zamiast różniczkowych, podobnie jak to ma miejsce przy zastosowaniu metody liczb zespolonych w obwodach prądu zmiennego.

Zastosowanie wzoru na transformatę pochodnej w zależnościach (10.1) oraz (10.2) daje

$$U(s) = sLI(s) - Li(0_-), \quad (10.28)$$

lub

$$I(s) = \frac{1}{sL}U(s) + \frac{i(0_-)}{s}, \quad (10.29)$$

oraz

$$I(s) = sCU(s) - Cu(0_-), \quad (10.30)$$

lub

$$U(s) = \frac{1}{sC}I(s) + \frac{u(0_-)}{s}. \quad (10.31)$$

Powyższe zależności pozwalają na przedstawienie w dziedzinie operatorowej obwodu elektrycznego z indukcyjnościami i pojemnościami posiadającymi schematy zastępcze przedstawione na rys.10.1 ze źródłami uwzględniającymi niezerowe warunki początkowe oraz z sL , $1/(sC)$, $1/(sL)$, sC oznaczającymi impedancje i admitancje operatorowe odpowiednio indukcyjności i pojemności.

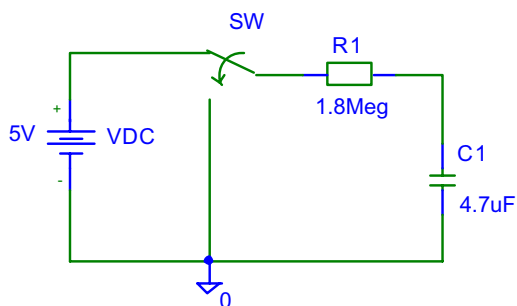


Fig. 10.3 Stan nieustalony w obwodzie RC

Rozważmy dla przykładu ponownie przypadek rozładowania kondensatora z rys.10.3. Obwód w dziedzinie operatorowej jest przedstawiony na rys.10.2. Analiza metodą potencjałów węzłowych daje rozwiązanie

$$U(s) = \frac{C_1 V_{DC}}{sC_1 + 1/R_1} = \frac{V_{DC}}{s + 1/\tau}, \quad (10.32)$$

gdzie $\tau = R_1 C_1$. Porównanie (10.32) z (10.21) daje rozwiązanie w dziedzinie czasu

$$u(t) = V_{DC} e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (10.33)$$

identyczne z (10.6) otrzymanym z rozwiązania równania różniczkowego.

W (10.32) rozwiązanie jest funkcją wymierną zmiennej s . Z zależności (10.20) do (10.26) oraz (10.28) do (10.31) wynika, że wszystkie napięcia i prądy w obwodach liniowych o parametrach skupionych są w dziedzinie operatorowej funkcjami wymiernymi. Dla obliczenia napięć i prądów w dziedzinie czasu możemy więc wykorzystać, podobnie jak przy obliczaniu całek funkcji wymiernych, rozkład na ułamki proste. Ułamek tym przyporządkowujemy następnie funkcje (10.20) do (10.26) podobnie jak to miało miejsce w przypadku wzoru (10.32). Otrzymane w ten sposób składowe napięcia lub prądy w dziedzinie czasu zależą od *biegunów funkcji wymiernej* (zer mianownika), które w metodzie operatorowej spełniają rolę pierwiastków wielomianu charakterystycznego.

10.2 CEL ĆWICZENIA

Analiza zachowania prostych obwodów RLC w warunkach stanu nieustalonego. Badanie wpływu zmian parametrów obwodu na czas trwania stanu nieustalonego.

10.3 PRZEBIEG ĆWICZENIA

10.3.1 Stan nieustalony w szeregowym obwodzie RC

10.3.1.1 Schemat badanego obwodu

10.3.1.2 Pomiar

- Obliczyć stałą czasową dla obwodu z rysunku 10.3.
- Połączyć obwód według powyższego schematu (należy użyć płyty prototypowej).
- Dokonać pomiarów spadku napięcia na pojemności przy użyciu multimetru MXD-4660 i oprogramowania MultiView, wyniki zapisać w pliku tekstowym.

Uwaga:

pomiary zapisywać w $C : \backslash Lab \backslash Pomiar \backslash$
nie zmieniać zakresu miernika podczas pomiaru

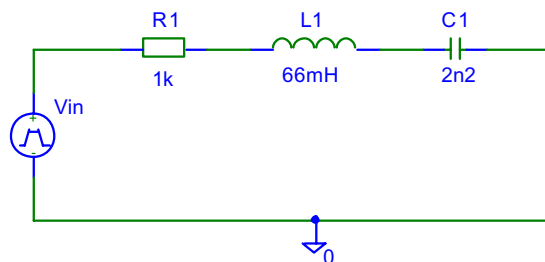


Fig. 10.4 Stan nieustalony w obwodzie RLC

Warunki pomiaru: stała wartość napięcia wejściowego 5V, czas przełączenia SW dobrany w sposób pozwalający na obserwację pełnych cykli ładowania-rozładowania kondensatora, czas trwania pomiaru = min. 2 pełne cykle ładowania-rozładowania kondensatora.

10.3.1.3 Wizualizacja danych pomiarowych Dokonać konwersji danych pomiarowych do postaci akceptowalnej przez program Datascope, użyć w tym celu skryptu Perl'a converter.pl (składnia linii poleceń: perl converter.pl pomiar.txt wynik). Wykreślić pliki *_ch1time.txt w programie Datascope; w przypadku wystąpienia dużych błędów w pomiarach serię powtórzyć.

10.3.2 Stan nieustalony w szeregowym obwodzie RLC

10.3.2.1 Schemat badanego obwodu

10.3.2.2 Pomiary

- Połączyć obwód według schematu z rys.10.4 (należy użyć płyty prototypowej).
- Przy pomocy oscyloskopu cyfrowego dokonać pomiarów spadku napięcia na pojemności dla wartości rezystancji podanych przez prowadzącego (np. 100, 1k, 10k, 100k, 1Meg - dla każdego z przypadków zaobserwować przebieg napięcia na indukcyjności).

warunki pomiaru: stała wartość napięcia wejściowego 5Vpk-pk (przebieg prostokątny, offset 2.5V, wartość częstotliwości 250Hz);

10.4 ZAGADNIENIA DO OPRACOWANIA

Dla danych z punktu 10.3.1:

- obliczyć wartość napięcia na kondensatorze metodą klasyczną dla jednego okresu wymuszenia (założyć zerowe warunki początkowe) - porównać wyniki z danymi pomiarowymi (wykreślić na wspólnym wykresie).

Dla danych z punktu 10.3.2:

- obliczyć wartość napięcia na kondensatorze oraz prądu płynącego przez cewkę w stanie nieustalonym dla podanych rezystancji w przedziale czasu równym jednemu okresowi przebiegu wymuszającego (założyć zerowe warunki początkowe) - porównać wyniki z danymi pomiarowymi.
- obliczyć wartość rezystancji krytycznej - określić wpływ rezystancji obwodu na kształt pomierzonych krzywych.

11

Filtry reaktancyjne

11.1 STRATEGIA PROJEKTOWANIA FILTRÓW O MAŁEJ WRAŻLIWOŚCI

Operacje filtrowania są bardzo często wykorzystywane w systemach przetwarzania sygnałów. W tym ćwiczeniu zapoznamy się z podstawami strategii projektowania filtrów mało-wrażliwych na zmiany parametrów. Opiszemy właściwości wrażliwościowe *bezstratnego czwórnika* obciążonego rezystancyjnie, rozważanego jako szczególny przypadek wielowrotnika.

Transmitancja napięciowa czwórnika z obu stron obciążonego rezystancyjnie (rysunek 11.1) może być opisana funkcją wymierną w postaci

$$H(s) = \frac{V_2(s)}{V_{in}(s)} = \frac{N(s)}{D(s)}, \quad (11.1)$$

gdzie $N(s)$, $D(s)$ są wielomianami licznika i mianownika. Zakładając, że generator, czwórnik i obciążenie są dopasowane, maksimum energii dostarczonej z generatora wynosi

$$P_{max} = \frac{V_{in}}{4R_1} = \frac{V_{in}G_1}{4}. \quad (11.2)$$

Jeżeli warunki dopasowania są spełnione, to moc wydzielana w obciążeniu czwórnika

$$P_2 = \frac{|V_2|^2}{R_2} = |V_2|^2 G_2, \quad (11.3)$$

jest równa P_{max} ($P_2 = P_{max}$). Dla nominalnych wartości parametrów, czwórnik może być dopasowany do swoich rezystancji na wejściu i wyjściu przy częstotliwości generatora ω_0 . Załóżmy, że istnieje co najmniej jedna taka częstotliwość. Jeżeli warunki dopasowania nie są spełnione ze względu na zmiany częstotliwości lub wariacje parametrów obwodu, to mamy

$$\frac{P_{max}}{P_2} \geq 1, \quad (11.4)$$

lub

$$P_{max} = P_2 + P_r, \quad (11.5)$$

gdzie P_r jest mocą odbitą. P_r jest niezerowa, gdy warunki dopasowania nie są spełnione. Wprowadzając współczynnik przenoszenia

$$H_t(s) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{G_1}{G_2}} \frac{1}{H(s)} = \frac{D(s)}{P(s)}, \quad (11.6)$$

gdzie $P(s) = 2\sqrt{\frac{G_2}{G_1}}N(s)$, otrzymujemy

$$|H_t(j\omega)|^2 = \frac{P_{max}}{P_2}. \quad (11.7)$$

Podobnie możemy wprowadzić funkcję charakterystyczną

$$K(s) = \frac{F(s)}{P(s)}, \quad (11.8)$$

tak aby

$$|F(j\omega)|^2 = \frac{P_r}{P_2}. \quad (11.9)$$

Z zależności (11.5) otrzymujemy *równanie Feldtkellera*

$$|H_t(j\omega)|^2 = |K(j\omega)|^2 + 1, \quad (11.10)$$

które w dziedzinie s ma postać

$$H_t(s)H_t(-s) = K(s)K(-s) + 1. \quad (11.11)$$

Z użyciem wielomianów $D(s)$, $P(s)$, i $F(s)$, jest możliwe przepisanie równania (11.11) w postaci

$$D(s)D(-s) = F(s)F(-s) + P(s)P(-s), \quad (11.12)$$

i obliczenie, po faktoryzacji, wielomianu $F(s)$ na podstawie danych wielomianów $N(s)$ i $D(s)$ transmitancji napięciowej (11.1). Na podstawie wielomianów w równaniu Feldtkellera, może być otrzymana macierz rozproszenia S czwórnika w postaci

$$S = \frac{1}{D(s)} \begin{bmatrix} F(s) & \pm P(-s) \\ P(s) & \mp F(-s) \end{bmatrix}. \quad (11.13)$$

Moc odbita P_r może być obliczona jako

$$P_r = P_{max} - P_1, \quad (11.14)$$

gdzie P_{max} jest dane przez (11.2) i $P_1 = |I_1|^2 re Z_{in}$. Stąd

$$P_r = P_{max} \left(1 - \frac{4R_1}{|V_{in}|^2} |I_1|^2 re Z_{in} \right) = P_{max} \left(1 - \frac{4R_1 re Z_{in}}{|R_1 + re Z_{in}|^2} \right), \quad (11.15)$$

i po prostych obliczeniach otrzymujemy

$$\frac{P_r}{P_{max}} = \frac{|K(j\omega)|^2}{|H(j\omega)|^2} = \left| \frac{R_1 - Z_{in}(j\omega)}{R_1 + Z_{in}(j\omega)} \right|^2. \quad (11.16)$$

Ostatnie równanie daje następującą zależność w dziedzinie s

$$\frac{K(s)}{H_t(s)} = \frac{F(s)}{D(s)} = \frac{R_1 - Z_{in}(s)}{R_1 + Z_{in}(s)}, \quad (11.17)$$

lub

$$Z_{in}(s) = R_1 \frac{D(s) - F(s)}{D(s) + F(s)}. \quad (11.18)$$

Darlington udowodnił, że każda funkcja rzeczywista dodatnia może być zrealizowana jako impedancja wejściowa $Z_{in}(s)$ czwórnika bezstratnego obciążonego rezystancyjnie. W realizacji takiego czwórnika na podstawie transmitancji (11.1), równanie Feldtkellera odgrywa główną rolę. Takie podejście do syntezy, bazujące na czwórniku bezstratnym, jest nazywane *modelem Darlingtona syntezy obwodów*.

Z zależności (11.4) i (11.7) wynika, że moduł współczynnika przenoszenia $H_t(j\omega)$ osiąga wartość minimalną 1 dla częstotliwości w paśmie przenoszenia, dla których spełnione są warunki dopasowania. Oznacza to *zerowe tłumienie*. Jeżeli założymy $2\sqrt{\frac{G_2}{G_1}} = 1$, to moduł transmitancji $H(j\omega)$ osiąga wartość maksymalną 1. Przypadek ten jest przedstawiony na rysunku 11.2. Widzimy, że pochodna modułu transmitancji $|H|$, a w konsekwencji wrażliwość modułu względem parametrów x_i

$$S_{x_i}^{|H|} = \frac{\partial \ln |H|}{\partial \ln x_i} = \frac{x_i}{|H|} \frac{\partial |H|}{\partial x_i}, \quad (11.19)$$

jest równy zero. Im mniejsza jest amplituda zafalowania w paśmie przenoszenia, tym mniejszej możemy się spodziewać wrażliwości modułu w tym paśmie.

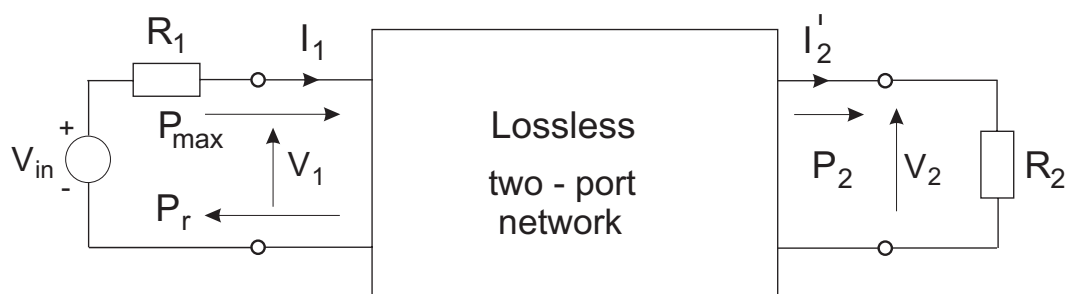


Fig. 11.1 Czwórnik bezstratny obciążony rezystancyjnie

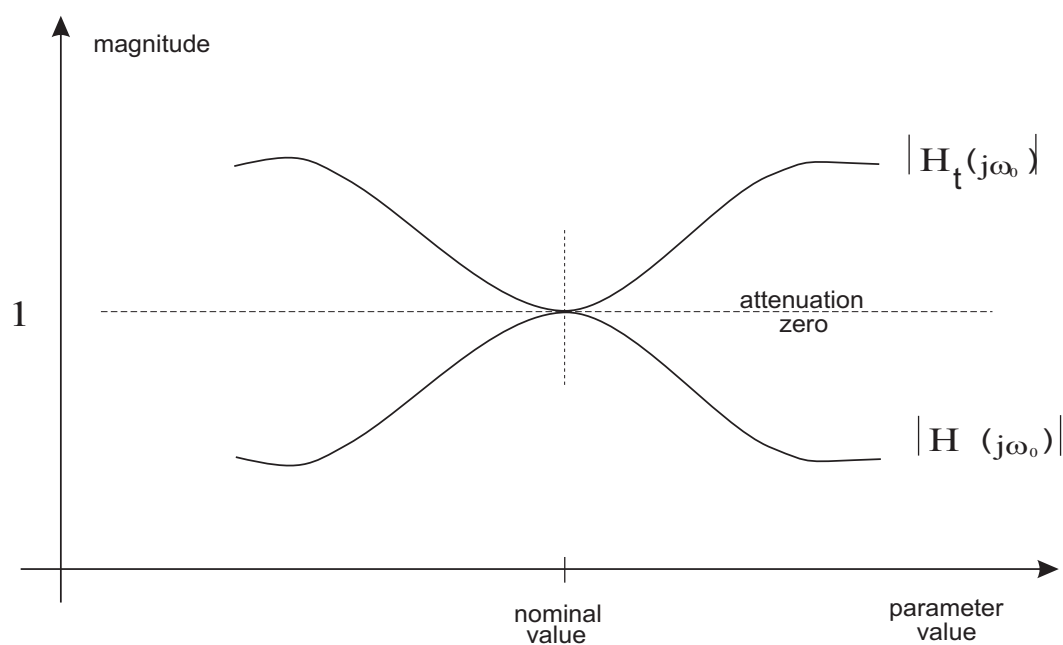


Fig. 11.2 Współczynnik przenoszenia i transmitancja napięciowa jako funkcje parametrów czwórnika bezstratnego

11.2 PRZEBIEG ĆWICZENIA

11.2.1 Symulacja obwodu

Za pomocą SPICE'a dokonać symulacji obwodów przedstawionych na rys.11.3 i rys.11.4. Opis obwodu z rys.11.3 jest następujący:

filtr Czebyszewa 3

```
vin 1 0 dc 0 ac 1
```

```
Ri 1 3 1k
```

```
Ro 2 0 1k
```

```
C1 3 0 2n
```

```
C2 2 0 2n
```

```
L1 3 2 820u
```

```
.ac lin 1000 0.01meg .5meg
```

```
.end
```

Opis dla obwodu z rys.11.4 różni się jedynie dodatkową pojemnością $C3$:

```
C0305, theta=32
```

```
vin 1 0 dc 0 ac 1
```

```
Ri 1 3 1k
```

```
Ro 2 0 1k
```

```
C1 3 0 2n
```

```
C3 3 2 270p
```

```
C2 2 0 2n
```

```
L1 3 2 820u
```

```
.ac lin 1000 0.01meg .5meg
```

```
.end
```

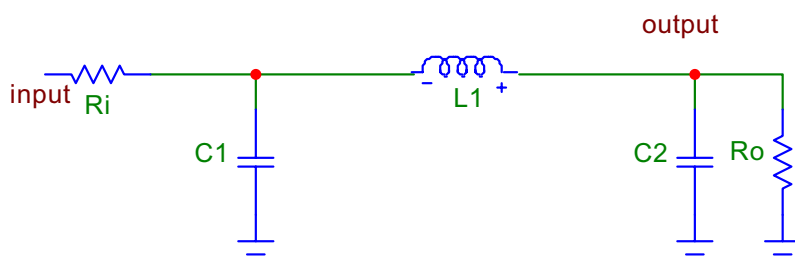


Fig. 11.3 Filtr Czebyszewa 3-go rzędu

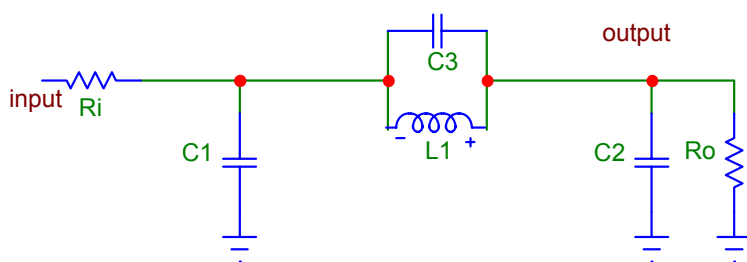


Fig. 11.4 Filtr eliptyczny 3-go rzędu

Circuit: 3:C0305, theta=32
Analysis: AC Analysis

AIM-Spice Graphical Postprocessor
Date: Fri Feb 28 22:06:22 2003

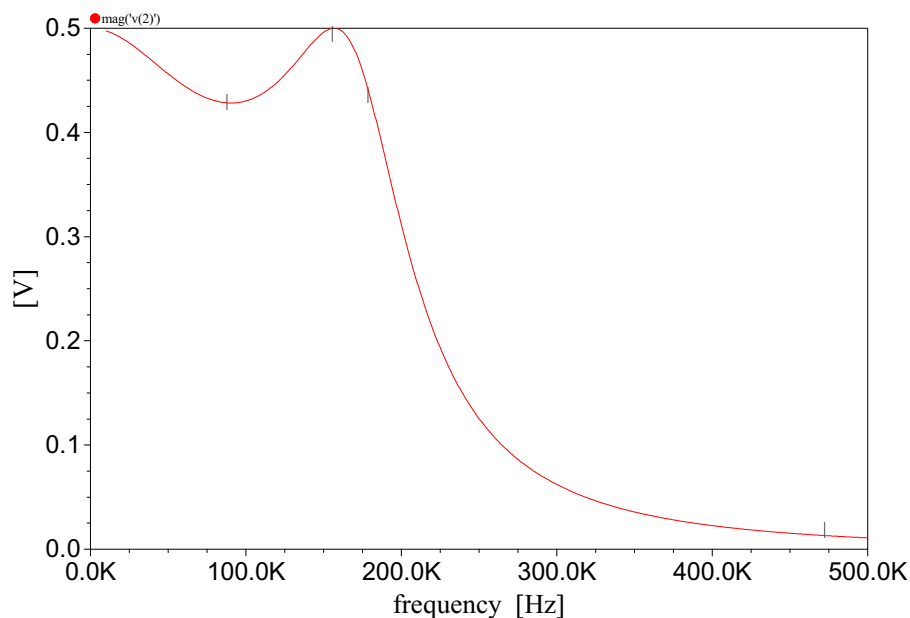


Fig. 11.5 Wyniki symulacji dla filtru Czebyszewa

Przykładowe charakterystyki amplitudowe dla napięcia v_{out} są przedstawione na rys.11.5 i rys.11.6, odpowiednio dla filtru Czebyszewa i eliptycznego. Znaleźć również charakterystyki fazowe. Zbadać jak wpłynie na kształt charakterystyk uwzględnienie rezystancji 20Ω włączonej szeregowo z indukcyjnością L_1 .

11.2.2 Pomiary

Wykorzystując generator i oscyloskop pomierzyć wartości skuteczne napięć i przesunięcia fazowe dla częstotliwości generatora odpowiadających punktom zaznaczonym na rysunkach 11.5 i 11.6. Częstotliwość graniczną pasma zaporowego dla filtru Czebyszewa (ostatni punkt na rys.11.5) określić dla napięcia na wyjściu równego $1/200$ napięcia wejściowego.

11.2.3 Obliczenia

Dla pomierzonych punktów charakterystyk obliczyć tłumienia w dB. Jako wartość odniesienia przyjąć $1/2$ wartości napięcia wejściowego.

Circuit: 1:C0305, theta=32
Analysis: AC Analysis

AIM-Spice Graphical Postprocessor
Date: Fri Feb 28 21:42:29 2003

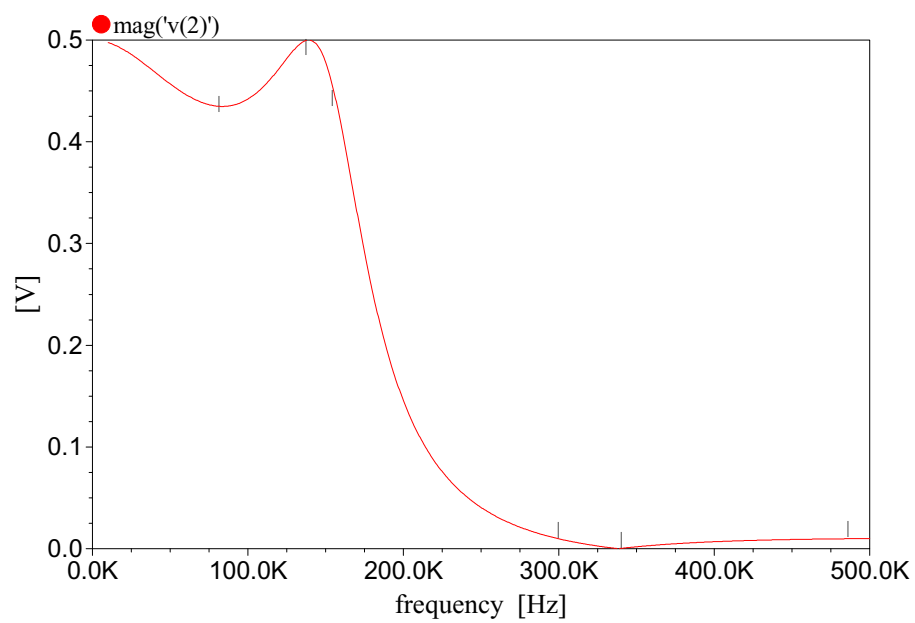


Fig. 11.6 Wyniki symulacji dla filtru eliptycznego

12

Obwody ze wzmacniaczami operacyjnymi

12.1 WZMACNIACZ OPERACYJNY JAKO ELEMENT OBWODU

12.1.1 Parametry wzmacniacza operacyjnego

Idealny *wzmacniacz operacyjny* może być przedstawiony jako źródło napięciowe sterowane napięciem pokazane na rys.12.1a, dla którego

$$V_{in} = V_+ - V_-, \quad V_{out} = A_o V_{in}, \quad (12.1)$$

oraz

$$A_o \rightarrow \infty, V_{in} \rightarrow 0, \quad (12.2)$$

czyli wzmocnienie napięciowe A_o dąży do nieskończoności przy napięciu wejściowym V_{in} dążącym do zera. Zacisk wzmacniacza na którym występuje napięcie V_+ nazywamy wejściem nieodwracającym, podczas gdy zacisk na którym występuje napięcie V_- wejściem odwracającym. Rzeczywisty wzmacniacz jest obwodem scalonym zbudowanym z wielu tranzystorów i jest elementem nieliniowym. Jednak dla wprowadzenia parametrów potrzebnych do jego opisu można posłużyć się liniowym obwodem, przedstawionym na rys.12.2, nazywanym *makro-modelem wzmacniacza operacyjnego*. Równania węzłowe tego obwodu można zapisać w postaci:

$$\begin{bmatrix} sC_2 + Y + G_2 & -Y + g_{mn3} \\ -Y & sC_1 + Y + G_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{out} \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ g_{mp1} V_{in} \end{bmatrix}, \quad (12.3)$$

gdzie Y oznacza admitancję gałęzi kompensacyjnej i ma postać

$$Y = \frac{sC \cdot G}{sC + G}. \quad (12.4)$$

Z powyższych równań otrzymujemy transmitancję

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{N(s)}{D(s)}, \quad (12.5)$$

gdzie wielomiany licznika i mianownika wyrażają się odpowiednio wzorami:

$$N(s) = g_{mp1}(Y - g_{mn3}), \quad (12.6)$$

i

$$D(s) = s^2 C_1 C_2 + s(C_1 + C_2)Y + s(C_1 G_2 + C_2 G_1) + (G_1 + G_2 + g_{mn3})Y + G_1 G_2. \quad (12.7)$$

Wielomiany licznika i mianownika wskazują, że transmitancja wzmacniacza ma pojedyncze zero i dwa bieguny. Rozważmy wzmacniacz, w którym gałąź kompensacyjna jest pominięta ($Y = 0$). Mamy wówczas:

$$N(s) = -g_{mp1} g_{mn3}, \quad (12.8)$$

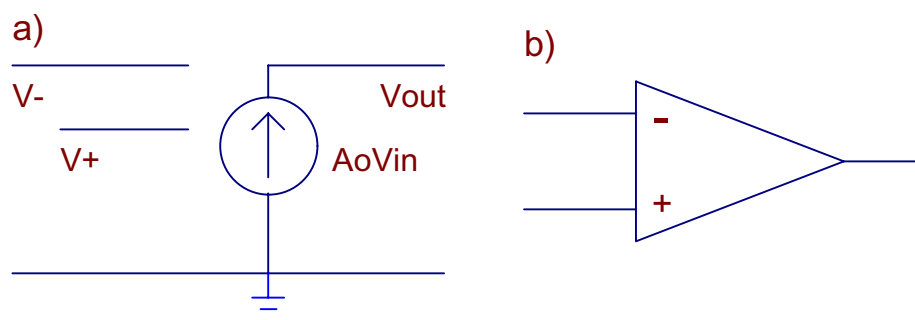


Fig. 12.1 Wzmacniacz operacyjny przedstawiony w postaci źródła sterowanego (a) i symbolu (b)

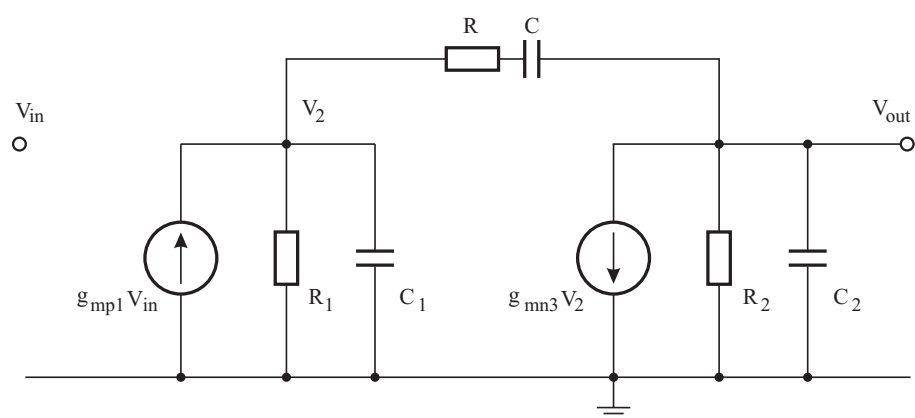


Fig. 12.2 Makromodel dwustopniowego wzmacniacza operacyjnego

i

$$D(s) = s^2 C_1 C_2 + s(C_1 G_2 + C_2 G_1) + G_1 G_2 . \quad (12.9)$$

Pojemność pasożytnicza C_1 jest znacznie mniejsza niż C_2 , do której jest także włączona pojemność obciążenia. Stąd wynika nierówność

$$C_1 G_2 < C_2 G_1 . \quad (12.10)$$

Dla nierówności (12.10), transmitancja ma zespolone bieguny, które są zerami wielomianu (12.9), i sygnał na wyjściu jest oscylacyjny. Aby uzyskać

$$C_1 G_2 = C_2 G_1 , \quad (12.11)$$

kondensator kompensacyjny o wartości równej w przybliżeniu pojemności obciążenia może być dodany w połączeniu równoległym do pojemności C_1 . Mamy w tym przypadku

$$H(s) = \frac{-A_o \alpha_p^2}{(s + \alpha_p)^2} , \quad (12.12)$$

gdzie

$$\alpha_p = \frac{G_1}{C_1} = \frac{G_2}{C_2} , \quad (12.13)$$

jest współczynnikiem tłumienia i

$$A_o = \frac{g_{mn3} g_{mp1}}{G_1 G_2} , \quad (12.14)$$

jest *wzmocnieniem stałoprądowym* (dc) wzmacniacza. *Częstotliwość wzmocnienia jednostkowego* ω_1 spełnia równanie

$$\frac{A_o \alpha_p^2}{\omega_1^2 + \alpha_p^2} = 1 , \quad (12.15)$$

dając iloczyn wzmocnienia i pasma przenoszenia, GBP (gain-bandwidth product), $GBP = \omega_1$, w postaci:

$$GBP = \sqrt{A_o - 1} \alpha_p \approx \sqrt{A_o} \alpha_p . \quad (12.16)$$

Taka metoda kompensacji wymaga relatywnie dużego kondensatora, który znacznie zwiększa powierzchnię układu na chipie.

Aby wyjaśnić rolę gałęzi kompensacyjnej Y założmy na początek, że zawiera ona jedynie kondensator, $Y = sC$. Stąd wielomiany licznika (12.6) i mianownika (12.7) są następujące:

$$N(s) = g_{mp1}(sC - g_{mn3}) , \quad (12.17)$$

i

$$D(s) = s^2(C_1 C_2 + C_1 C + C_2 C) + s[C_1 G_2 + C_2 G_1 + (G_1 + G_2 + g_{mn3})C] + G_1 G_2 . \quad (12.18)$$

Przy założeniu że $C \gg C_1$, $C_2 \gg C_1$, $g_{mn3} \gg G_1$, i $g_{mn3} \gg G_2$, wielomian mianownika może być przybliżony jako

$$D(s) \approx s^2 C_2 C + s g_{mn3} C + G_1 G_2 . \quad (12.19)$$

Ten wielomian posiada dwa zera rzeczywiste ujemne, które są biegunami transmitancji. Ich wartości można oszacować gdy odpowiednio pierwszy i trzeci składnik w (12.19) są pominięte. Stąd przybliżone wartości biegunów są następujące:

$$s'_p = -\alpha'_p , \quad s''_p = -\alpha''_p , \quad (12.20)$$

gdzie

$$\alpha'_p = \frac{G_1 G_2}{C g_{mn3}} = \frac{g_{mp1}}{A_o C} , \quad \alpha''_p = \frac{g_{mn3}}{C_2} . \quad (12.21)$$

Aby określić GBP , wielomian licznika (12.17) i wielomian mianownika (12.19) z pominiętym trzecim składnikiem, mogą być wykorzystane dla przybliżenia transmitancji $H(j\omega)$. Mamy wówczas:

$$H(j\omega) = -\frac{g_{mp1}(g_{mn3} - j\omega C)}{j\omega C(j\omega C_2 + g_{mn3})} = -\frac{1 - j\omega C/g_{mn3}}{j\omega C/g_{mp1}(1 + j\omega C_2/g_{mn3})} , \quad (12.22)$$

i równanie $|H(j\omega_1)| = 1$ ma postać:

$$1 + (\omega_1 C/g_{mn3})^2 = (\omega_1 C/g_{mp1})^2 [1 + (\omega C_2/g_{mn3})^2] . \quad (12.23)$$

Stąd częstotliwość wzmocnienia jednostkowego może być oszacowana przez

$$\omega_1^4 \approx \frac{g_{mp1}^2 g_{mn3}^2}{C_2^2 C^2}, \quad (12.24)$$

i

$$GBP \approx \sqrt{A_o \alpha'_p \alpha''_p}. \quad (12.25)$$

Zauważmy, że we wzorze (12.21) opisującym współczynnik tłumienia α'_p , pojemność C jest mnożona przez wzmocnienie stałoprądowe A_o i kompensacja może być uzyskana przy użyciu małego kondensatora. To zjawisko jest nazywane *efektem Millera*. Niedogodnością takiej kompensacji jest zero położone w prawej półpłaszczyźnie zmiennej zespolonej s :

$$s_z = \frac{g_{mn3}}{C}. \quad (12.26)$$

W połączeniu szeregowym z C jest zwykle używany rezystor. Odpowiedni dobór wartości tej rezystancji umożliwia skompensowanie tego zera lub nawet przesunięcie go do lewej półpłaszczyzny.

Oprócz GBP , innymi ważnymi parametrami, które opisują zachowanie wzmacniacza operacyjnego są: *margines fazy* (phase margin) (PM), *szybkość czasu narastania napięcia wyjściowego* (slew rate) (SR), *czas ustalania* (settling time) (t_s), *współczynnik tłumienia wpływu zasilania* (power supply rejection ratio) ($PSRR$), i *współczynnik tłumienia sygnału wspólnego* (common mode rejection ratio) ($CMRR$). Te parametry mogą być wyrażone w następujący sposób:

1. $PM = 180^\circ - \arg[H(j\omega_1)]$, gdzie ω_1 jest częstotliwością wzmocnienia jednostkowego,
2. $SR = dV_{out}/dt$, które oznacza szybkość zmiany V_{out} ,
3. $t_s = (3 \div 5)\tau$, gdzie stała czasowa $\tau = 1/\alpha$ jest obliczana dla najmniejszego współczynnika tłumienia α ,
4. $PSRR = 20 \log \frac{|H_o(j\omega)|}{|H_{supp}(j\omega)|}$, gdzie $H_o(j\omega)$ jest transmitancją wzmacniacza z otwartą pętlą i $H_{supp}(j\omega)$ jest transmitancją wyjścia względem zasilania,
5. $CMRR = 20 \log \frac{|H_o(j\omega)|}{|H_c(j\omega)|}$, gdzie $H_o(j\omega)$ jest transmitancją wzmacniacza z otwartą pętlą i $H_c(j\omega)$ jest transmitancją sygnału wspólnego dla pobudzenia dołączonego równocześnie do obu wejść odwracającego i nieodwracającego.

Oznaczając przez Q_{ch} ładunek dostarczony do kondensatora C , powyższa definicja szybkości czasu narastania może być zastąpiona, na podstawie zależności $Q_{ch} = CV_{out}$, przez $SR = I_{ch}/C$, gdzie I_{ch} jest wielkością prądu potrzebnego do naładowania kondensatora kompensacyjnego C . Czas ustalania t_s , zdefiniowany jako wielokrotność stałej czasowej τ , może być stosowana w obwodach liniowych, w których zmiany napięć są opisywane funkcją wykładniczą $v(t) = V_0 \exp(-t/\tau)$. W obwodach nieliniowych, w których sygnały są opisywane innymi funkcjami, t_s jest zdefiniowane jako przedział czasu, w którym napięcie maleje do poziomu określonego jako zadany procent jego wartości początkowej.

12.1.2 Analiza obwodów z idealnymi wzmacniaczami operacyjnymi

Dwa proste obwody służące jako układy: *odwracający i nieodwracający* przedstawiono na rys.12.3. Układ odwracający jest obwodem zawierającym wzmacniacz operacyjny oraz impedancje gałęzi wejściowej Z_i i gałęzi sprzężenia zwrotnego Z_f . Gałęzie sprzężenia zwrotnego, łączące wyjścia wzmacniaczy operacyjnych z ich wejściami odwracającymi, są w obwodach konieczne dla zapewnienia stabilności. Przy założeniach (12.2) wspólny zacisk impedancji Z_i i Z_f ma potencjał masy, więc prądy płynące w każdej z gałęzi są postaci: $I_i = V_i/Z_i$, $I_f = V_o/Z_f$. Stosując dla wspólnego węzła prawo prądowe Kirchhoffa, przy założeniu zerowego prądu wejściowego wzmacniacza, otrzymujemy $I_i = V_i/Z_i = -I_f = V_o/Z_f$, czyli

$$V_o/V_i = -Z_f/Z_i. \quad (12.27)$$

Podobna analiza układu nieodwracającego daje w wyniku

$$V_o/V_i = 1 + Z_f/Z_0. \quad (12.28)$$

W szczególnym przypadku, gdy $Z_f = 0$ (zwarcie), $Z_0 = \infty$ (przerwa), uzyskujemy wzmocnienie jednostkowe ($V_o/V_i = 1$) i taki wzmacniacz nazywamy buforem.

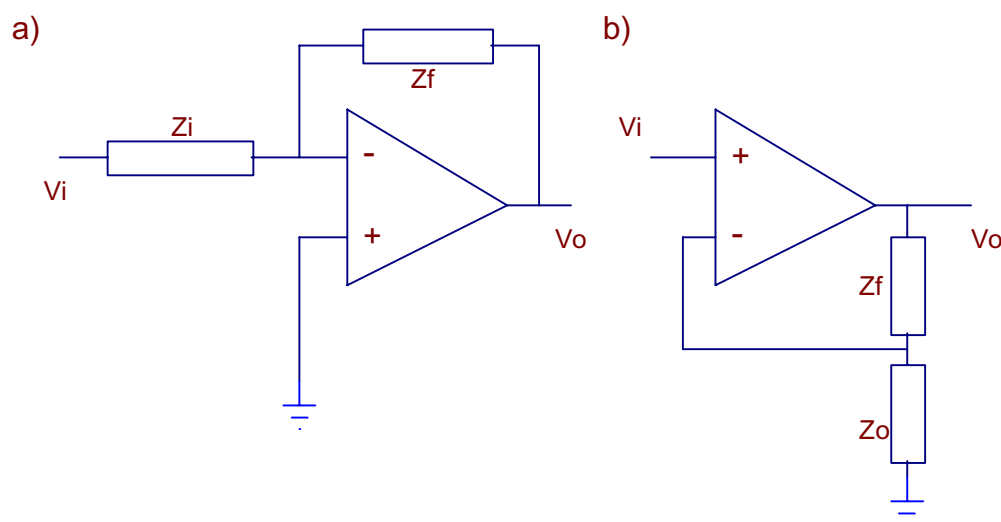


Fig. 12.3 Wzmacniacze odwracający (a) i nieodwracający (b) wykorzystujące wzmacniacz operacyjny

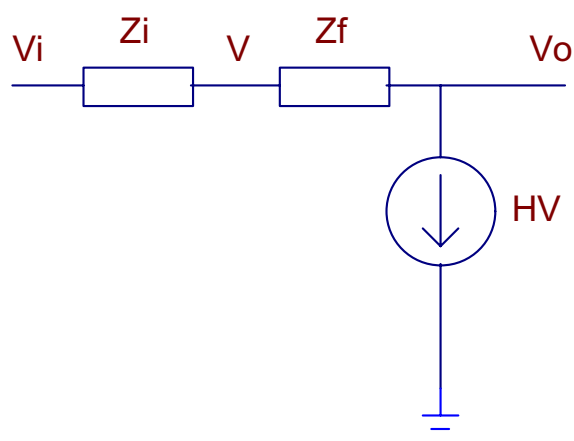


Fig. 12.4 Schemat zastępczy wzmacniacza operacyjnego opisanego transmitancją H

Z rozważań w poprzednim punkcie wynika, że rzeczywisty wzmacniacz operacyjny powinien być opisywany transmitancją H daną wzorami (12.12) lub (12.22), która zastępuje wzmocnienie napięciowe A_o w źródle sterowanym na rys.12.3a. W takim przypadku układ odwracający ma schemat zastępczy przedstawiony na rys.12.4. Analizując ten obwód otrzymujemy zależność między sygnałem wyjściowym i wejściowym w postaci

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{HZ_f}{(H+1)Z_i + Z_f}. \quad (12.29)$$

W analogiczny sposób, dla obwodu nieodwracającego otrzymujemy

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{H(Z_o + Z_f)}{(H+1)Z_o + Z_f}. \quad (12.30)$$

12.2 PRZEBIEG ĆWICZENIA

Dla przeprowadzenia ćwiczeń należy do skrzynki zasilającej wsunąć moduł WZMACNIACZ OPERACYJNY zawierający wzmacniacz operacyjny $\mu A741$ oraz moduł STANY NIEUSTALONE W OBWODACH RLC z nastawianymi kondensatorami $C_1 \dots C_4$, z których dwa: $C_2 = 10nF$ i $C_3 = 100nF$ i będą wykorzystane w układach całkującym i różniczkującym a $C_4 = 1\mu F$ oraz $R_4 = 100k\Omega$ przy badaniu częstotliwości wzmocnienia jednostkowego. Moduł ze wzmacniaczem operacyjnym zawiera dwa potencjometry, które zostaną wykorzystane do nastawienia rezystancji ok. $1k\Omega$ i $10k\Omega$. Na stanowisku laboratoryjnym należy również przygotować generator o zakresie co najmniej do $100kHz$, oscyloskop dwukanałowy oraz omomierz.

12.2.1 Stan nasycenia we wzmacniaczu odwracającym

Zbudować obwód według schematu z rys.12.3a, dołączając oporniki: w gałęzi wejściowej o rezystancji $R_i = 1k\Omega$ a w gałęzi sprzężenia zwrotnego $R_f = 10k\Omega$. Obwód zasilic z generatora sygnałem sinusoidalnym o częstotliwości $10kHz$. Na oscyloskopie obserwować sygnały z generatora i na wyjściu obwodu. Zmieniając amplitudę sinusoidy generatora zaobserwować zniekształcenie sinusoidy na na wyjściu w postaci spłaszczenia wierzchołka oznaczające wejście wzmacniacza operacyjnego w stan nasycenia. Zmierzyć jaka jest maksymalna amplituda sinusoidy nie zniekształconej i porównać jej wartość z wartością napięcia zasilającego.

Ustawić na generatorze amplitudę sinusoidy tak aby sinusoida na wyjściu miała amplitudę odpowiadającą około $1/4$, $1/2$ i $3/4$ wartości maksymalnej odpowiadającej nasyceniu. Zmierzyć amplitudy sinusoid dla wszystkich trzech przypadków.

12.2.2 Wzmacniacz nieodwracający

Zbudować obwód według schematu z rys.12.3b, dołączając oporniki o rezystancjach $R_o = 1k\Omega$ i $R_f = 9k\Omega$. Obwód zasilic z generatora sygnałem sinusoidalnym o częstotliwości $10kHz$. Na oscyloskopie obserwować sygnały z generatora i na wyjściu obwodu. Ustawić na generatorze kilka różnych wartości amplitud sinusoidy unikając pracy w nasyceniu. Pomierzyć amplitudy na wejściu i wyjściu.

12.2.3 Pomiar szybkości zmian napięcia wyjściowego

Zbudować obwód według schematu z rys.12.3a, dołączając oporniki o rezystancjach $R_i = 1k\Omega$ i $R_f = 10k\Omega$. Obwód zasilic z generatora sygnałem prostokątnym o częstotliwości $3kHz$. Na oscyloskopie obserwować sygnały z generatora i na wyjściu obwodu. Ustawić na generatorze amplitudę sygnału prostokątnego odpowiadającą pracy w nasyceniu. Posługując się kursorami poziomym i pionowym, zmierzyć amplitudę δV_o sygnału na wyjściu oraz czas narastania i opadania zboczy δt .

12.2.4 Układ całkujący

Zbudować obwód według schematu z rys.12.3a, dołączając opornik w gałęzi wejściowej o rezystancji $R = 1k\Omega$ a w gałęzi sprzężenia zwrotnego kondensator $C = 10nF$. Obwód zasilic z generatora sygnałem prostokątnym o częstotliwości $1kHz$. Obserwując sygnały z generatora i na wyjściu obwodu za pomocą oscyloskopu, tak dobrać amplitudę sygnału prostokątnego, aby nie występowało nasycenie. Zmierzyć amplitudy sygnałów oraz przedział czasu, w którym następuje zmiana napięcia na wyjściu między wartościami ekstremalnymi.

12.2.5 Układ różniczkujący

Zbudować obwód według schematu z rys.12.3a, dołączając kondensator w gałęzi wejściowej o pojemności $C = 100\text{nF}$ a w gałęzi sprzężenia opornik o wartości około $R = 5\text{k}\Omega$. Obwód zasilić z generatora sygnałem trójkątnym o częstotliwości 1kHz. Obserwując sygnały z generatora i na wyjściu obwodu za pomocą oscyloskopu, tak dobrać amplitudę sygnału generatora, aby nie występowało nasycenie. Zmierzyć amplitudy sygnałów oraz przedział czasu, w którym następuje zmiana napięcia generatora między wartościami ekstremalnymi.

12.2.6 Wyznaczanie częstotliwości wzmocnienia jednostkowego

Zbudować obwód według schematu z rys.12.3b, dołączając kondensator o pojemności $C = 1\mu\text{F}$ w miejsce impedancji Z_0 i rezystancję $R_f = 100\text{k}\Omega$ w miejsce Z_f . Obwód zasilić z generatora sygnałem sinusoidalnym o tak dobranej częstotliwości aby amplitudy sinusoid generatora i na wyjściu obwodu były jednakowe. Odczytać tę częstotliwość oraz przesunięcie fazowe między sinusoidami wejściową i wyjściową.

12.3 OBLICZENIA

1. Wykazać, że ze wzoru (12.29) wynika wzór (12.27).
2. Wyprowadzić wzór (12.30) i wykazać, że wynika z niego (12.28).
3. Obliczyć stosunki amplitud pomierzonych w punkcie 12.2.1 i porównać z wartością wynikającą ze wzoru (12.27).
4. Obliczyć stosunki amplitud pomierzonych w punkcie 12.2.2 i porównać z wartością wynikającą ze wzoru (12.28).
5. Na podstawie pomiarów z punktu 12.2.3 obliczyć szybkość zmian napięcia wyjściowego $SR = \delta V_o / \delta t$ i porównać z wartością katalogową $\mu\text{A}741$.
6. Posługując się wzorem (12.27) wykazać, że transmitancja obwodu zbudowanego w punkcie 12.2.4 oznacza integrator. Dla danych R i C integratora obliczyć jego stałą czasową $\tau = RC$ i porównać ją z wartością wynikającą ze wzoru na transmitancję i pomiarów dokonanych za pomocą oscyloskopu. Naszkicować przebiegi obserwowane na oscyloskopie zaznaczając pomierzone wielkości.
7. Posługując się wzorem (12.27) wykazać, że transmitancja obwodu zbudowanego w punkcie 12.2.5 oznacza układ różniczkujący. Dla danych R i C układu obliczyć jego stałą $\tau = RC$ i porównać ją z wartością wynikającą ze wzoru na transmitancję i pomiarów dokonanych za pomocą oscyloskopu. Naszkicować przebiegi obserwowane na oscyloskopie zaznaczając pomierzone wielkości.
8. Na podstawie wzoru (12.30) wykazać, że częstotliwość odczytana w punkcie 12.2.6 jest częstotliwością wzmocnienia jednostkowego f_1 . Uwaga pomocnicza: reaktancja kondensatora jest dla tej częstotliwości znacznie mniejsza od R_f . Na podstawie przesunięcia fazowego między sinusoidami na wejściu i wyjściu dla tej częstotliwości obliczyć margines fazy PM .

13

Przetworniki A/C i C/A

13.1 ZASTOSOWANIA I WŁAŚCIWOŚCI PRZETWORNIKÓW

13.1.1 Zastosowanie przetworników

Przetworniki analogowo-cyfrowe (A/C) i cyfrowo-analogowe (C/A) są to układy elektroniczne umożliwiające przesyłanie informacji między światem analogowym a cyfrowymi systemami przetwarzania sygnałów. Pole zastosowań przetworników jest ogromne w związku z coraz powszechniejszym stosowaniem techniki cyfrowej we wszystkich rodzajach urządzeń. Obecnie produkowana jest bardzo duża liczba przetworników A/C i C/A w postaci układów scalonych, charakteryzujących się różną prędkością i dokładnością przetwarzania. W poniższym wstępie teoretycznym skupimy się przede wszystkim na konstrukcjach wykorzystywanych w laboratorium. Szczegółowe informacje na temat budowy różnych typów przetworników można znaleźć w pozycjach [1, 2].

13.1.2 Podstawowe cechy przetworników A/C

Przetwornik A/C jest układem przetwarzającym wejściowy sygnał analogowy na wyjściowy sygnał cyfrowy, wyrażony w kodzie binarnym. Przetwarzanie to polega na *dyskretyzacji* sygnału w czasie czyli jego próbkowaniu, dyskretyzacji wartości sygnału czyli *kwantowaniu* oraz na kodowaniu uzyskanego sygnału dyskretnego. Próbkowanie następuje przez kolejne pobieranie próbek wartości sygnału w pewnych odstępach czasu, w taki sposób, aby ciąg próbek umożliwiał jak najwierniejsze odtworzenie całego przebiegu funkcji.

Twierdzeniem określającym warunki wymagane podczas operacji próbkowania jest *twierdzenie Shannona* o próbkowaniu. Mówi ono, że *cała informacja zawarta w sygnale ciągłym, zmieniającym się w czasie, może być wyrażona za pomocą kolejnych próbek jego wartości, jeżeli częstotliwość próbkowania jest co najmniej dwukrotnie większa od maksymalnej częstotliwości występującej w widmie przebiegu próbkowanego*.

Kwantowanie przebiegu analogowego polega na przyporządkowaniu każdej próbce skończonej liczby poziomów amplitudy, odpowiadającym dyskretnym wartościom od zera do pełnego zakresu. Niestety konsekwencją operacji kwantowania jest powstanie błędu kwantyzacji. Kodowanie jest operacją przypisania odpowiedniej wartości słowa kodu binarnego do każdej wartości dyskretniej uzyskanej podczas kwantowania.

13.1.2.1 Sposoby kodowania. Najczęściej stosowanymi kodami binarnymi są naturalny kod binarny i kod Gray'a. Czasami stosowany jest tzw. kod termometrowy, szczególnie wewnątrz przetworników fleszowych.

W naturalnym kodzie binarnym dowolna całkowita liczba dziesiętna może być zapisana w następujący sposób:

$$N = a_n 2^n + a_{n-1} 2^{n-1} + \dots + a_1 2^1 + a_0 2^0$$

gdzie a_i jest indywidualnym stanem bitu, mogącym przyjmować tylko wartość 0 lub 1. Kod, w którym każdej jego pozycji jest przyporządkowana określona waga, tzn. podstawa 2 z potęgą 2^0 do 2^n lub 2^{-1} do 2^{-n} , nazywa się kodem ważonym. Wartość liczbową takiego kodu jest równa sumie wag na tych wszystkich pozycjach, dla których $a_i = 1$, pozwala zatem wyrazić całkowite wartości liczbowe z zakresu $[0; 2^n - 1]$.

Kod dziesiętny	Kod temperaturowy	Kod Gray'a	Kod binarny
0	0000000	000	000
1	0000001	001	001
2	0000011	011	010
3	0000111	010	011
4	0001111	110	100
5	0011111	111	101
6	0111111	101	110
7	1111111	100	111

Table 13.1 Tabela zamiany kodów

Kod Gray'a jest kodem dwójkowym, ale jego pozycjom nie są przyporządkowane wagi. Z tego względu kod ten może reprezentować dowolnie wybrany zakres wielkości analogowej o dowolnym znaku. Kod Gray'a charakteryzuje się tym, że dowolne dwie kolejne liczby różnią się stanem tylko jednego bitu.

Kod termometrowy najczęściej stosowany jest w systemach fletzowych jednostopniowych. Przy każdorazowym przekroczeniu przez sygnał wejściowy poziomu odniesienia, pojawia się następny stan wysoki w słowie cyfrowym na wyjściu komparatorów. Na podstawie podanej tabeli łatwo zauważyć dlaczego kod nazywany jest termometrowym - przy wzroście wartości napięcia wejściowego "słupek" stanów wysokich na wyjściu powiększa się.

13.1.2.2 Parametry przetwornika. Do podstawowych parametrów charakteryzujących przetwornik zalicza się rozdzielczość, szybkość i dokładność przetwarzania.

Rozdzielczość związana jest bezpośrednio z operacją kwantowania - jest to liczba przedziałów kwantowania odniesiona do zakresu napięcia wejściowego. Tak więc rozdzielczość przetwornika jest to wartość napięcia wejściowego odpowiadająca najmniej znaczącemu bitowi (LSB).

Szybkość przetwarzania - może być określona przez:

- czas przetwarzania - określający czas konieczny do jednego całkowitego przetworzenia wartości analogowej na wartość cyfrową,
- częstotliwość przetwarzania - która jest maksymalną częstotliwością z jaką mogą następować kolejne przetworzenia sygnału wejściowego z zachowaniem określonej rozdzielczości i dokładności w całym zakresie przetwarzania,
- szybkość próbkowania - określona przez liczbę próbek, które mogą być przetworzone w jednostce czasu.

Dokładność przetwarzania - jest ograniczona przez błędy powstające w procesie przetwarzania. Do błędów tych zaliczają się:

- błąd kwantowania (rys.13.1) - jest on nierozłącznie związany z procesem przetwarzania A/C, jest konsekwencją wyznaczania podczas kwantowania jednej wartości amplitudy reprezentującej wszystkie wartości należące do danego przedziału sygnału analogowego, (zjawisko to można porównać do obcinania i zaokrąglania wielkości liczbowych będących na przykład wynikami pomiarów czy obliczeń; błędu kwantyzacji nie można wyeliminować, można jedynie dążyć do jego zmniejszenia stosując przetworniki o większej rozdzielczości),
- nieliniowość całkowita (INL) (rys.13.2) - określana jest jako maksymalne odchylenie rzeczywistej charakterystyki przetwarzania od charakterystyki idealnej przechodzącej przez skrajne punkty zakresu przetwarzania,
- nieliniowość różnicowa (DNL) (rys.13.3) - jest to największa różnica między szerokością przedziału napięć, któremu przetwornik przypisuje słowo kodowe, a szerokością kroku kwantowania dla idealnego przetwornika (DNL jest równa zero, jeśli każde przejście do stanu sąsiedniego daje zmianę odpowiadającą 1LSB),
- błąd wzmocnienia (rys.13.4) - wynika ze zmiany nachylenia rzeczywistej charakterystyki przetwarzania w stosunku do idealnej,

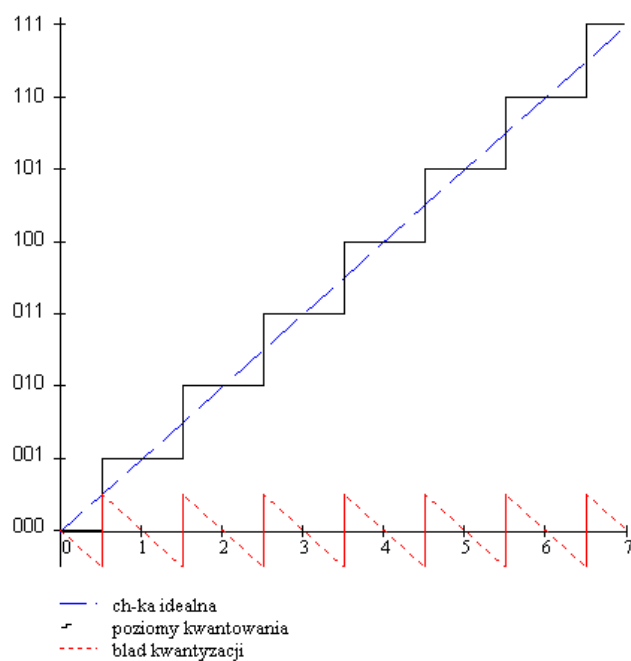


Fig. 13.1 Charakterystyka idealnego 3-bitowego przetwornika A/C (zaznaczono błąd kwantyzacji)

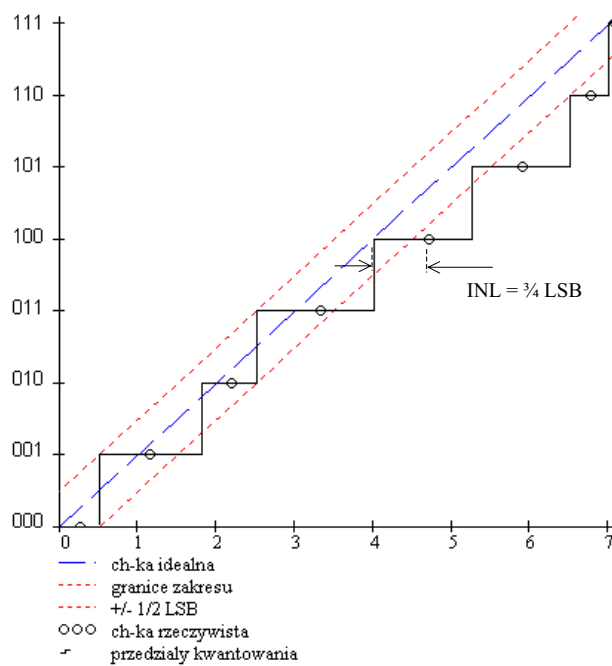


Fig. 13.2 Charakterystyka przetwarzania 3-bitowego przetwornika A/C (zaznaczono granice, w których nieliniowość odchyła się nie więcej niż o $\pm 1/2$ LSB od linii prostej łączącej zero z punktem pełnego zakresu)

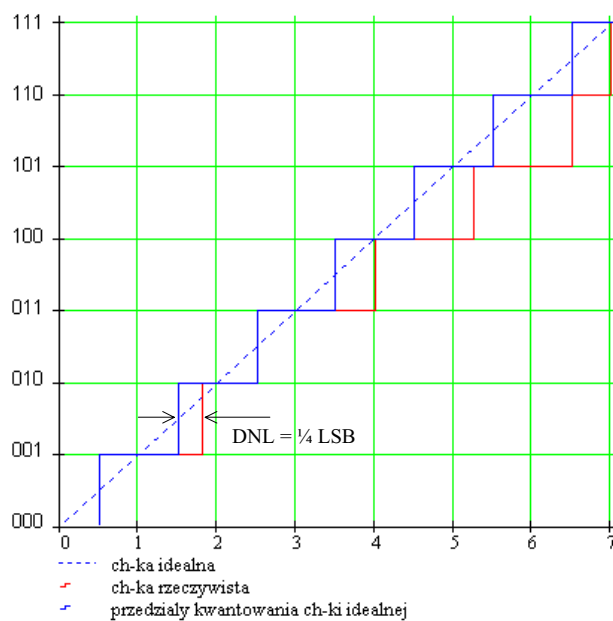


Fig. 13.3 Charakterystyka przetwarzania 3-bitowego przetwornika A/C (zaznaczono przykładową wartość nieliniowości różniczkowej)

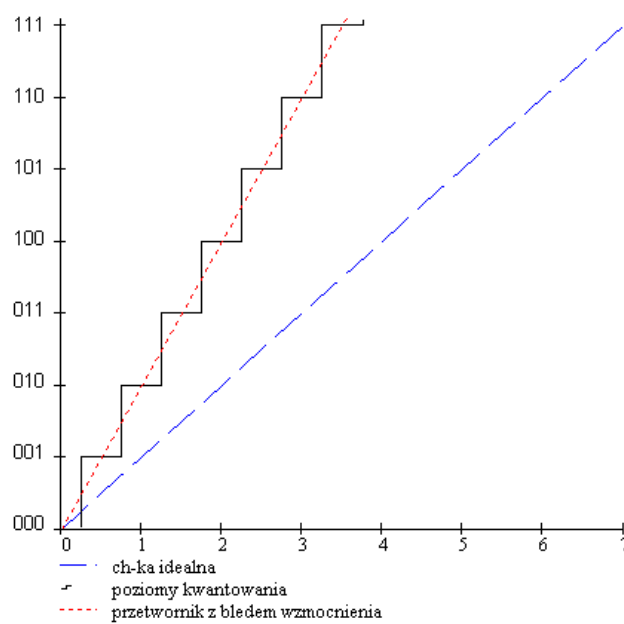


Fig. 13.4 Charakterystyka przetwarzania 3-bitowego przetwornika A/C z błędem wzmocnienia

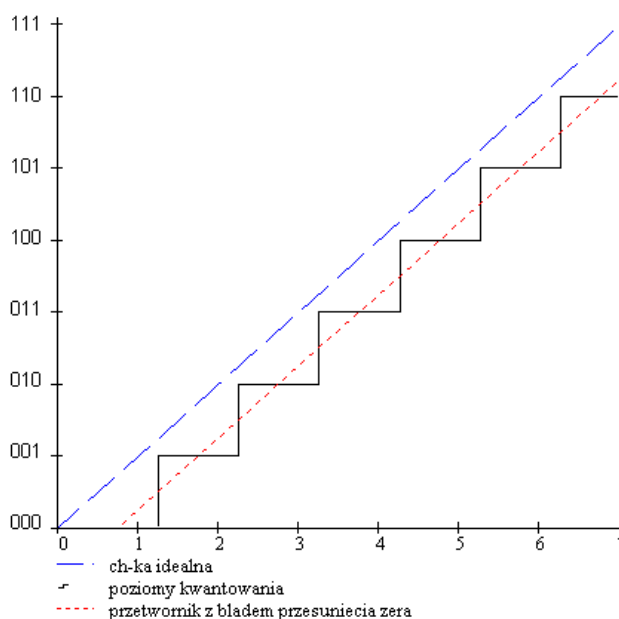


Fig. 13.5 Charakterystyka przetwarzania 3-bitowego przetwornika A/C z błędem przesunięcia zera

- błąd przesunięcia zera (rys.13.5) - jest to wartość równoległego przesunięcia charakterystyki rzeczywistej w stosunku do idealnej charakterystyki przetwarzania przechodzącej przez punkt zerowy.

13.1.2.3 Typy przetworników A/C. Istnieje obecnie wiele metod przetwarzania, jednak prawie wszystkie wykonywane i oferowane na rynku przetworniki scalone A/C są oparte na jednej z pięciu podstawowych metod przetwarzania. Są to metody:

- kompensacyjna (kompensacji wagowej),
- bezpośredniego porównania (fleszowa jednostopniowa),
- szeregowo - równoległa (fleszowa dwustopniowa),
- integracyjna (dwukrotnego całkowania),
- sigma - delta.

13.1.2.4 Działanie komparatorowego przetwornika A/C. Na rysunku 13.7 przedstawiono budowę komparatorowego 3-bitowego przetwornika A/C. Składa się on z 7 komparatorów, wejściowego dzielnika napięcia, źródła napięcia odniesienia oraz kodera. Napięcie wejściowe U_{in} jest bezpośrednio porównywane z napięciem odniesienia U_{ref} w bloku komparatorów napięcia. Każdy komparator, dla którego napięcie U_{in} jest większe od U_{ref} , ma na wyjściu stan logiczny 1. Układ logiczny kodera przetwarza kod termometrowy wyjść komparatorów na kod Gray'a. Zaletą tego typu przetworników jest duża szybkość działania, zależna od szybkości pojedynczego komparatora i kodera. Wadą jest konieczność stosowania dużej liczby komparatorów przy przetwornikach wielobitowych.

13.1.3 Podstawowe cechy przetworników C/A

Przetwornik cyfrowo-analogowy jest układem, który przetwarza wejściowy sygnał cyfrowy, wyrażony w odpowiednim kodzie, na wyjściowy sygnał analogowy o wartości proporcjonalnej do wartości danej liczby. Scalone przetworniki C/A są przedmiotem rosnącego zainteresowania na skutek szybko rozszerzającego się rynku cyfrowych systemów przetwarzania sygnałów.

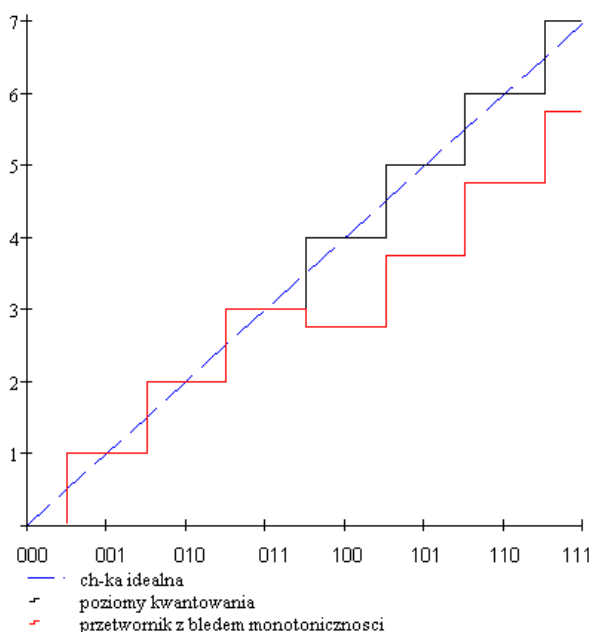


Fig. 13.6 Charakterystyka przetwarzania 3-bitowego przetwornika C/A z zaznaczeniem niemonotoniczności

13.1.3.1 Typy przetworników C/A:

- przetworniki z modulacją szerokości impulsów (najprostsze rodzaje przetworników C/A, maksymalna szybkość tego typu przetworników jest ograniczona do zakresu kHz).
- przetworniki integracyjne (z jedno lub dwuodcinkowym całkowaniem liniowym).
- przetworniki z przetwarzaniem bezpośrednim (przy użyciu dopasowanych elementów R lub C jest możliwe bezpośrednie przetwarzanie sygnału cyfrowego na skwantowany sygnał analogowy, ograniczona dokładność dopasowywanych elementów umożliwia uzyskanie rozdzielczości nie większej niż 10-12 bitów; są to sieci drabinkowe R-2R lub z rezystorami ważonymi).

13.1.3.2 Dokładność przetwarzania Dokładność przetwarzania w układach C/A określona jest takimi samymi błędami jak w układach A/C. Należy tu dodatkowo wspomnieć o monotoniczności przetwornika. Monotoniczność przetwornika oznacza, że sygnał wyjściowy nie zmniejsza się w żadnym obszarze charakterystyki przy zwiększaniu wartości sygnału cyfrowego na wejściu (w przetwornikach A/C monotoniczność oznacza, że w charakterystyce nie ma brakujących kodów).

Jeśli wartość bitu MSB jest mniejsza od sumy innych bitów, to charakterystyka przetwornika staje się niemonotoniczna (rys.13.6). Przetwornik ma zawsze charakterystykę monotoniczną, gdy nieliniowość całkowita INL jest mniejsza lub równa $\pm 1/2$ LSB.

13.1.3.3 Działanie przetwornika z rezystorami ważonymi. Najogólniej mówiąc przetwornik C/A z przetwarzaniem bezpośrednim zawiera sieć rezystorów precyzyjnych, źródło napięcia odniesienia, zespół przełączników analogowych i wzmacniacz wyjściowy. Sieć rezystorów precyzyjnych dobrana do odpowiedniego kodu cyfrowego, może składać się z rezystorów o wartościach wagowych lub tzw. drabinki rezystorów R-2R. Układ z rysunku 13.8 jest 3-bitowym przetwornikiem z siecią rezystorów wagowych, pracującym w naturalnym kodzie binarnym. Wartości rezystancji tworzą ciąg liczb R, 2R, 4R o wagach zastosowanego kodu. Wejściowy sygnał cyfrowy steruje pracą przełączników analogowych Q1..Q3. Najmniej znaczącemu bitowi odpowiada przełącznik Q1, a najbardziej znaczącemu bitowi klucz Q3. Stan 1 na wejściu cyfrowym odpowiada przyłączeniu rezystora do źródła napięcia odniesienia. Napięcie wyjściowe otrzymane w takim urządzeniu jest określane wzorem:

$$U_{wy} = -U_{ref} \left(\frac{R}{2R} Q3 + \frac{R}{4R} Q2 + \frac{R}{8R} Q1 \right) = -\frac{U_{ref}}{2} (Q3 + \frac{1}{2} Q2 + \frac{1}{4} Q1)$$

Gdy wszystkie wejścia cyfrowe są równe 1, analogowe napięcie wyjściowe osiąga wartość maksymalną:

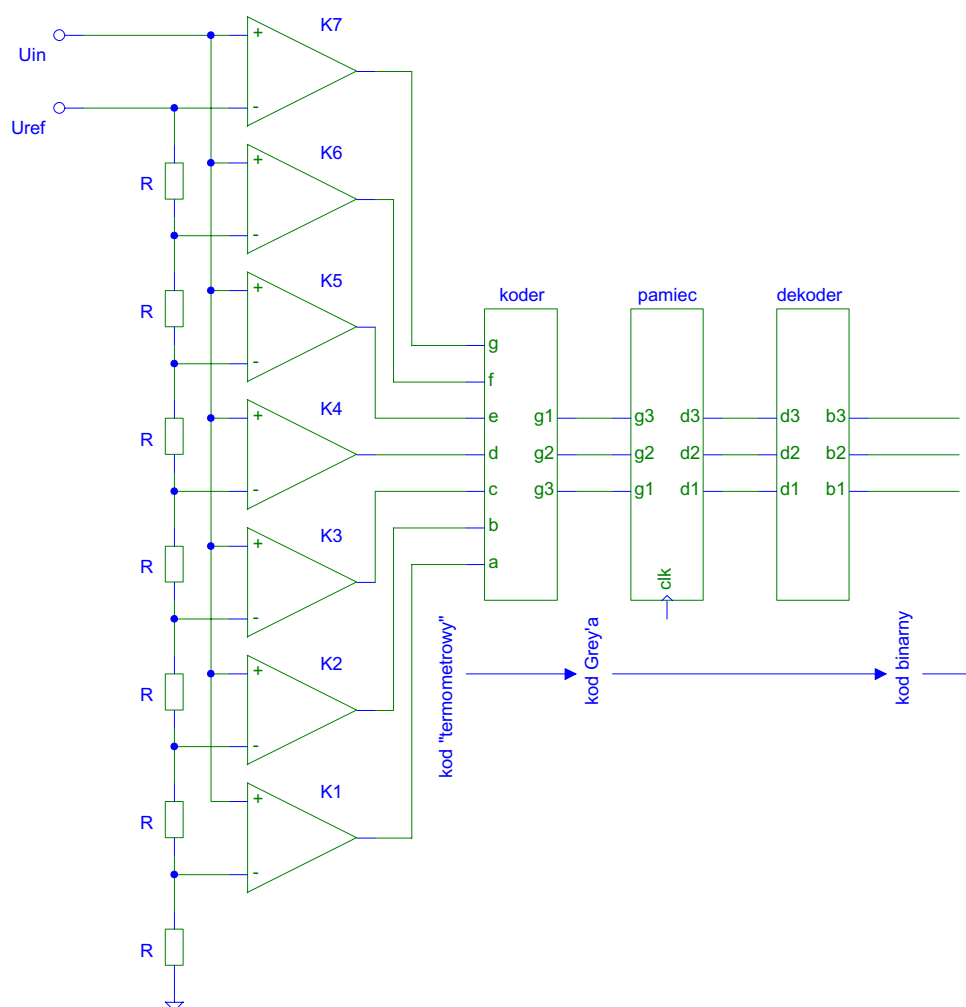


Fig. 13.7 Schemat badanego przetwornika AC

$$U_{wy} = -\frac{7}{8}U_{ref}$$

Wadą przetworników zbudowanych z sieci rezystorów wagowych są różne i zawarte w szerokich granicach wartości rezystancji. Jest to duże ograniczenie konstrukcyjne tego typu przetworników. Zazwyczaj stosuje się je w układach o małej liczbie bitów (np.4).

13.2 CEL ĆWICZENIA

Analiza działania przetworników analogowo-cyfrowych i cyfrowo-analogowych. Badanie błędów występujących w przetwornikach i ich wpływu na dokładność przetwarzania.

13.3 PRZEBIEG ĆWICZENIA

13.3.1 Badanie komparatorowego przetwornika analogowo-cyfrowego

13.3.1.1 Warunki pomiarów:

- wartość napięcia odniesienia $U_{ref} = 5V$;
- zakres napięć wejściowych $U_{in} = (0...1,1)U_{ref}$;

U_{in}	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7
[V]	[V]	[V]	[V]	[V]	[V]	[V]	[V]
0							
\vdots							

Table 13.2 Tabela pomiarowa do punktu I

U_{in}	G1	G2	G3	G(1:3)	B1	B2	B3	B(1:3)
[V]	[V]	[V]	[V]	symbol	[V]	[V]	[V]	symbol
0				000				000
\vdots					\vdots			\vdots

Table 13.3 Tabela pomiarowa do punktu II

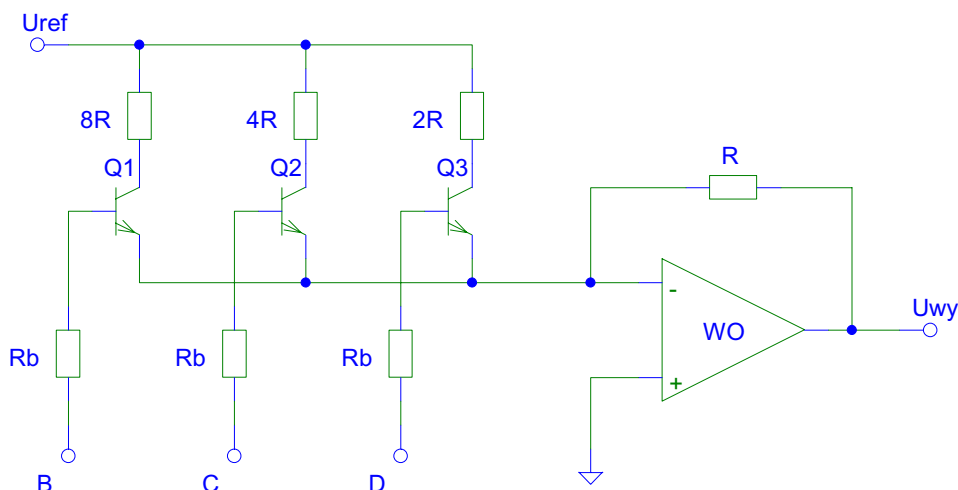


Fig. 13.8 Schemat 3-bitowego przetwornika C/A

- wejście wyzwalające bloku pamięci w stanie wysokim.

13.3.1.2 Przebieg pomiarów: Obliczyć wartość progów zadziałania komparatorów K1...K7 zakładając wartość rezystancji R w gałęziach dzielnika wejściowego $R = 10k\Omega$ (pomiar zagań wokół obliczonych wartości progów przełączania).

I pomiar wartości napięć dla kodu termometrowego na wyjściach komparatorów; na podstawie pomiarów określ wartość napięcia wyjściowego komparatora w stanie wysokim (VOH) i napięcia wyjściowego w stanie niskim (VOL).

II pomiar napięć na wyjściach kodowanych przetwornika; zinterpretuj stany na wyjściach Gx oraz Bx i przyporządkuj im odpowiednie symbole.

13.3.2 Badanie przetwornika C/A z rezystorami wagowymi

13.3.2.1 Warunki pomiarów:

- wartość napięcia odniesienia $U_{ref} = 5V$;
- poziomy napięć na wejściach B, C, D ($L=0V$ lub $H=3,8V$).

DCB	U_{wy}
symbol	[V]
000	
001	
010	
011	
100	
101	
110	
111	
000	

Table 13.4 Tabela do pomiaru charakterystyki przetwarzania

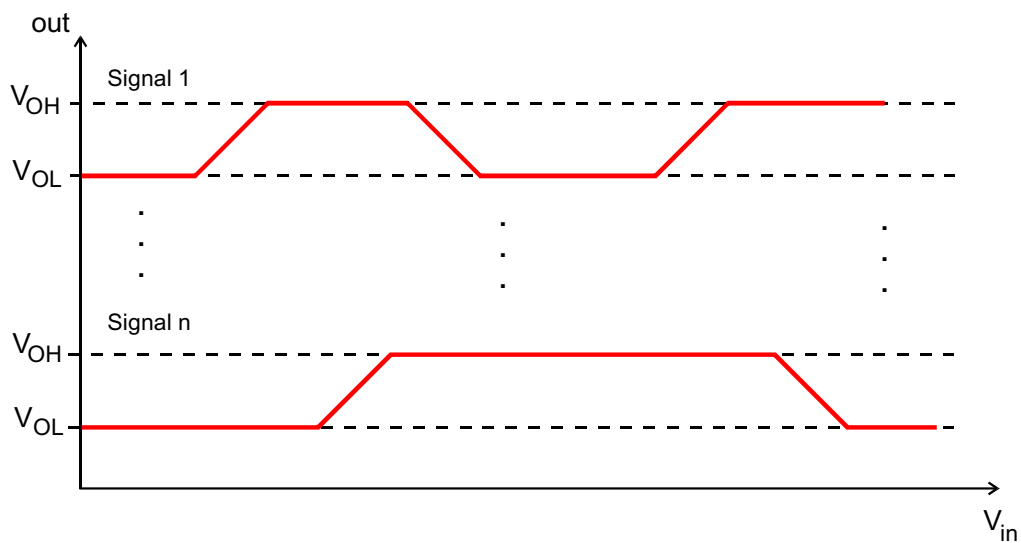


Fig. 13.9 Charakterystyka kodowania

13.3.2.2 *Przebieg pomiarów:* Zwróć uwagę na punkty charakterystyki, w których może wystąpić błąd monotoniczności.

13.4 ZAGADNIENIA DO OPRACOWANIA

Dla danych z punktu 13.3.1:

- Wykreśl charakterystyki kodowania wyjść K_x oraz G_x w funkcji napięcia wejściowego (zwróć uwagę na stany przejściowe między V_{OH} i V_{OL} , rysunek 13.9),
- Wykreśl charakterystykę $B(1:3) = f(U_{in})$ oraz określ błąd liniowości przetwornika A/C,
- Zaproponuj zmiany konstrukcyjne poprawiające liniowość przetwarzania.

Dla danych z punktu 13.3.2:

- Wykreśl charakterystykę $U_{wy} = f(B, C, D)$ przetwornika A/C,
- Zdefiniuj błąd zera oraz błąd monotoniczności przetwornika, czy błędy te występują w przetworniku badanym?
- określ w jakiej konfiguracji pracuje wzmacniacz WO, podaj wzory na napięcie wyjściowe układu zakładając idealny model wzmacniacza.

Zadanie dodatkowe:

Przy pomocy podstawowych bramek logicznych zrealizuj układy kombinacyjne spełniające funkcje kodera (zamiana kodu termometrowego na kod Gray'a) oraz dekodera (zamiana kodu Gray'a na naturalny kod binarny).

13.5 LITERATURA

1. Kulka Z., Libura A., Nadachowski M., Przetworniki analogowo-cyfrowe i cyfrowo-analogowe, Warszawa, WKiŁ 1987
2. Rudy van de Plassche, Scalone przetworniki analogowo-cyfrowe i analogowo cyfrowe, WKŁ Warszawa 1997