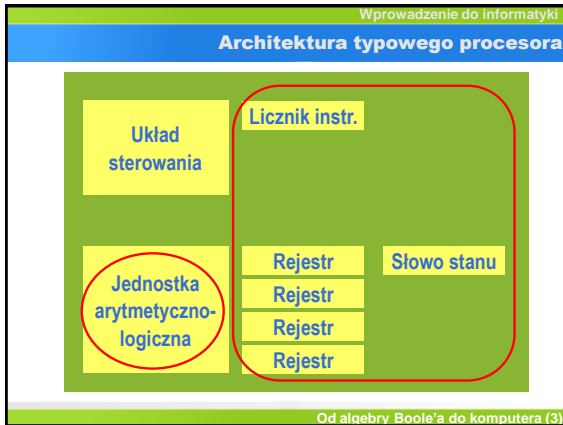



Wprowadzenie do informatyki

Jerzy Nawrocki
Wydział Informatyki
Politechnika Poznańska
jerzy.nawrocki@put.poznan.pl

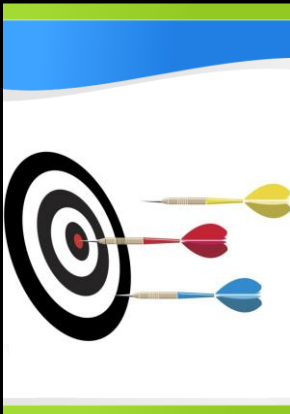
Od algebry Boole'a do komputera

© Jerzy R. Nawrocki, 2010



Wprowadzenie do informatyki

Cel wykładu



Przedstawić zasady działania podstawowych układów komputera.


Od algebry Boole'a do komputera (4)

Wprowadzenie do informatyki

Plan wykładu

- **Algebra Boole'a**
- **Sumator**
- **Bramki**
- **Rejestry**

Od algebry Boole'a do komputera (5)



Wprowadzenie do informatyki

George Boole



2.XI.1815 Narodziny w rodzinie szewca.
1829 Tłumaczenie z greckiego (wiersz Meleagera)
1844 „On a General Method of Analysis” i medal Royal Society
1849 Profesor matematyki, Queen's College, Cork
1851 Dziekan Wydziału Nauk Ścisłych (Science)
1854 „An Investigation into the Laws of Thought [...]”
1855 Małżeństwo z Mary Everest

George Boole
1815 – 1864

Od algebry Boole'a do komputera (6)

Wprowadzenie do informatyki

Algebra liczb naturalnych

$\langle \mathbb{N}, 0, s, +, -, *, / \rangle$

$1 = s(0)$
 $2 = s(1)$
 $3 = s(2)$
 ...

$x + 0 = x$
 $x + s(y) = s(x + y)$

$x * 0 = 0$
 $x * s(y) = x + x * y$

Od algebry Boole'a do komputera (7)

Wprowadzenie do informatyki

Algebra Boole'a

$\langle \{F, T\}, T, \text{not}, \text{and}, \text{or} \rangle$

F = not T

A	not A
F	T
T	F

George Boole
1815 – 1864

A \equiv Mieszko był królem.
 B \equiv Nieprawda, że Mieszko był królem.
 B \equiv not A

Od algebry Boole'a do komputera (8)

Wprowadzenie do informatyki

Algebra Boole'a

$\langle \{F, T\}, T, \text{not}, \text{and}, \text{or} \rangle$

A	B	A and B
F	F	F
F	T	F
T	F	F
T	T	T

George Boole
1815 – 1864

A \equiv Mieszko był królem.
 B \equiv Chrobry był królem.
 C \equiv Mieszko był królem i Chrobry był królem.
 C \equiv A and B

Od algebry Boole'a do komputera (9)

Wprowadzenie do informatyki

Algebra Boole'a

$\langle \{F, T\}, T, \text{not}, \text{and}, \text{or} \rangle$

A	B	A or B
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	T

George Boole
1815 – 1864

Od algebry Boole'a do komputera (10)

Wprowadzenie do informatyki

Algebra Boole'a

$\langle \{0, 1\}, 1, \text{not}, \text{and}, \text{or} \rangle$

1 – włączone lub wysoki poziom napięcia (5 V)
 0 – wyłączony lub niski poziom napięcia (0 V)

A	not A	A	B	A and B	A	B	A or B
0	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Od algebry Boole'a do komputera (11)

Wprowadzenie do informatyki

Arytmetyka dziesiętna

$$101_{10}$$

$$1 * 10^2 + 0 * 10^1 + 1 * 10^0$$

$$= 100 + 0 + 1$$

Od algebry Boole'a do komputera (12)

Wprowadzenie do informatyki
Arytmetyka binarna

$$101_2$$

$$1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

$$= 4 + 0 + 1$$

Od algebry Boole'a do komputera (13)

Wprowadzenie do informatyki
Arytmetyka binarna

Dziesiętnie	Binarnie
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000

Od algebry Boole'a do komputera (14)

Wprowadzenie do informatyki
Sumator 4-bitowy

	0	1	1	1	C (Carry – przeniesienie)
+	0	0	1	1	A = 7 (0 + 4 + 2 + 1)
	0	0	1	1	B = 3 (0 + 0 + 2 + 1)
<hr/>					

$1 + 1 = 2_{10} = 10_2$

Od algebry Boole'a do komputera (15)

Wprowadzenie do informatyki
Sumator 4-bitowy

	0	1	1	1	C (Carry – przeniesienie)
+	0	0	1	1	A = 7 (0 + 4 + 2 + 1)
	0	0	1	1	B = 3 (0 + 0 + 2 + 1)
<hr/>					

$1 + 1 = 2_{10} = 10_2$

Od algebry Boole'a do komputera (16)

Wprowadzenie do informatyki
Sumator 4-bitowy

	0	1	1	1	C (Carry – przeniesienie)
+	0	0	1	1	A = 7 (0 + 4 + 2 + 1)
	0	0	1	1	B = 3 (0 + 0 + 2 + 1)
<hr/>					

$1 + 1 + 1 = 3_{10} = 11_2$

Od algebry Boole'a do komputera (17)

Wprowadzenie do informatyki
Sumator 4-bitowy

	1	1	1	C (Carry – przeniesienie)
+	0	1	1	A = 7 (0 + 4 + 2 + 1)
	0	0	1	B = 3 (0 + 0 + 2 + 1)
<hr/>				
	1	0	1	S = 10 (8 + 0 + 2 + 0)

Od algebry Boole'a do komputera (18)

Wprowadzenie do informatyki

Sumator 4-bitowy

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1\ C\ (\text{Carry - przeniesienie}) \\
 0\ 1\ 1\ 1\ A = 7\ (0 + 4 + 2 + 1) \\
 +\ 0\ 0\ 1\ 1\ B = 3\ (0 + 0 + 2 + 1) \\
 \hline
 1\ 0\ 1\ 0\ S = 10\ (8 + 0 + 2 + 0)
 \end{array}$$

Od algebry Boole'a do komputera (19)

Wprowadzenie do informatyki

Sumator 4-bitowy

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1\ C\ (\text{Carry - przeniesienie}) \\
 0\ 1\ 1\ 1\ A = 7\ (0 + 4 + 2 + 1) \\
 +\ 0\ 0\ 1\ 1\ B = 3\ (0 + 0 + 2 + 1) \\
 \hline
 1\ 0\ 1\ 0\ S = 10\ (8 + 0 + 2 + 0)
 \end{array}$$

Od algebry Boole'a do komputera (20)

Wprowadzenie do informatyki

Sumator 4-bitowy

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1\ C\ (\text{Carry - przeniesienie}) \\
 0\ 1\ 1\ 1\ A = 7\ (0 + 4 + 2 + 1) \\
 +\ 0\ 0\ 1\ 1\ B = 3\ (0 + 0 + 2 + 1) \\
 \hline
 1\ 0\ 1\ 0\ S = 10\ (8 + 0 + 2 + 0)
 \end{array}$$

Od algebry Boole'a do komputera (21)

Wprowadzenie do informatyki

Półsumator

A	B	C	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Od algebry Boole'a do komputera (22)

Wprowadzenie do informatyki

Sumator 4-bitowy

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1\ C\ (\text{Carry - przeniesienie}) \\
 0\ 1\ 1\ 1\ A = 7\ (0 + 4 + 2 + 1) \\
 +\ 0\ 0\ 1\ 1\ B = 3\ (0 + 0 + 2 + 1) \\
 \hline
 1\ 0\ 1\ 0\ S = 10\ (8 + 0 + 2 + 0)
 \end{array}$$

Od algebry Boole'a do komputera (23)

Wprowadzenie do informatyki

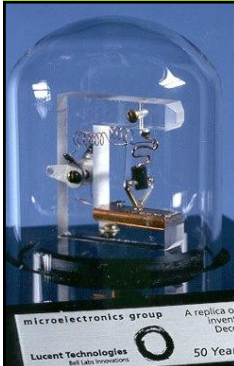
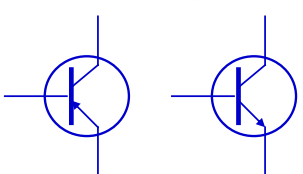
Sumator

A	B	C ₀	C ₁	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Od algebry Boole'a do komputera (24)

Wprowadzenie do informatyki

Tranzystor


Tranzystor PNP Tranzystor NPN

Replika pierwszego tranzystora wynalazionego w Bell Labs w 1947r.

Od algebry Boole'a do komputera (25)

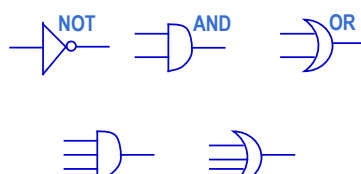
Wprowadzenie do informatyki

Bramki



Jack Kilby
Texas Instr., 1958

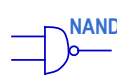
<{F, T}, T, not, and, or>



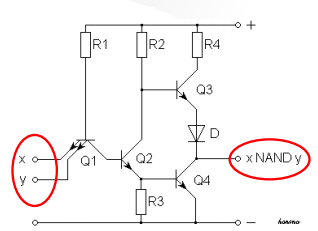
Od algebry Boole'a do komputera (26)

Wprowadzenie do informatyki

Bramka NAND



not (and (x, y)



Technologia TTL (Transistor-Transistor Logic)
Texas Instruments 1962

Od algebry Boole'a do komputera (27)

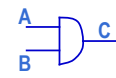
Wprowadzenie do informatyki

Półsumator

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

A	B	A and B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A_0 B_0
 Półsumator
 C_0 S_0



Od algebry Boole'a do komputera (28)

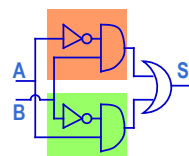
Wprowadzenie do informatyki

Półsumator

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

A_0 B_0
 Półsumator
 C_0 S_0

$S = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$



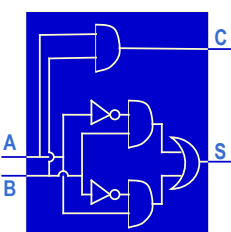
Od algebry Boole'a do komputera (29)

Wprowadzenie do informatyki

Półsumator

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

A_0 B_0
 Półsumator
 C_0 S_0



Od algebry Boole'a do komputera (30)

Wprowadzenie do informatyki

Element pamiętający

Diagram of an SR latch with inputs \bar{R} and \bar{S} , and output Q . The inputs are $\bar{R}=1$ and $\bar{S}=1$. The output Q is 1. The circuit consists of two NAND gates. The first NAND gate has inputs \bar{R} and Q . The second NAND gate has inputs \bar{S} and Q . The outputs of these two NAND gates are connected to each other, forming a cross-coupled configuration.

Od algebry Boole'a do komputera (31)

Wprowadzenie do informatyki

Element pamiętający

Diagram of an SR latch with inputs \bar{R} and \bar{S} , and output Q . The inputs are $\bar{R}=1$ and $\bar{S}=0$. The output Q is 0. The circuit consists of two NAND gates. The first NAND gate has inputs \bar{R} and Q . The second NAND gate has inputs \bar{S} and Q . The outputs of these two NAND gates are connected to each other, forming a cross-coupled configuration.

Zapisanie zera

Od algebry Boole'a do komputera (32)

Wprowadzenie do informatyki

Element pamiętający

Zmiana z 0 na 1 niczego nie zmienia

Diagram of an SR latch with inputs \bar{R} and \bar{S} , and output Q . The inputs are $\bar{R}=0$ and $\bar{S}=1$. The output Q is 0. A callout box points to the \bar{R} input with the text "Zmiana z 0 na 1 niczego nie zmienia". The circuit consists of two NAND gates. The first NAND gate has inputs \bar{R} and Q . The second NAND gate has inputs \bar{S} and Q . The outputs of these two NAND gates are connected to each other, forming a cross-coupled configuration.

Zapisanie zera

Od algebry Boole'a do komputera (33)

Wprowadzenie do informatyki

Element pamiętający

Diagram of an SR latch with inputs \bar{R} and \bar{S} , and output Q . The inputs are $\bar{R}=1$ and $\bar{S}=1$. The output Q is 0. The circuit consists of two NAND gates. The first NAND gate has inputs \bar{R} and Q . The second NAND gate has inputs \bar{S} and Q . The outputs of these two NAND gates are connected to each other, forming a cross-coupled configuration.

Stan po zapisaniu zera

Od algebry Boole'a do komputera (34)

Wprowadzenie do informatyki

Element pamiętający

Diagram of an SR latch with inputs \bar{R} and \bar{S} , and output Q . The inputs are $\bar{R}=1$ and $\bar{S}=0$. The output Q is 1. The circuit consists of two NAND gates. The first NAND gate has inputs \bar{R} and Q . The second NAND gate has inputs \bar{S} and Q . The outputs of these two NAND gates are connected to each other, forming a cross-coupled configuration.

Zapisanie jedynki

Od algebry Boole'a do komputera (35)

Wprowadzenie do informatyki

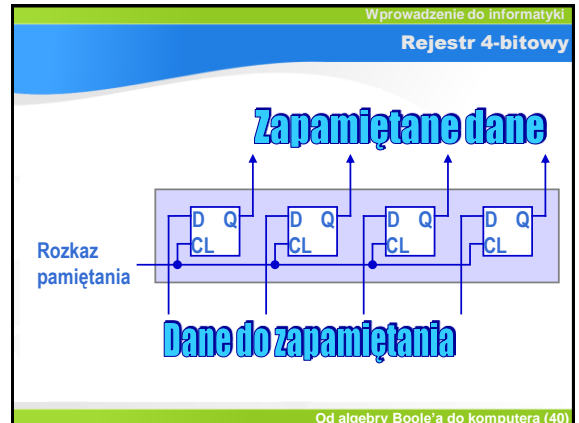
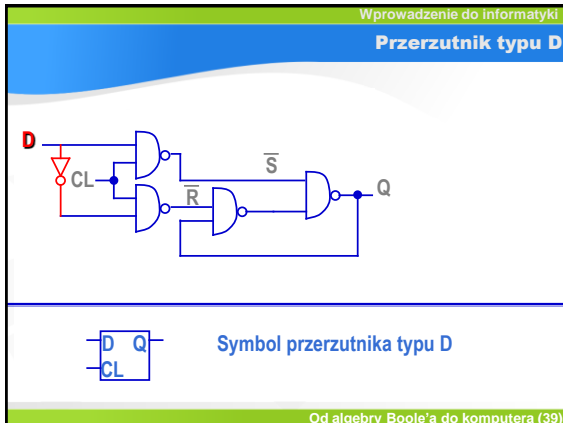
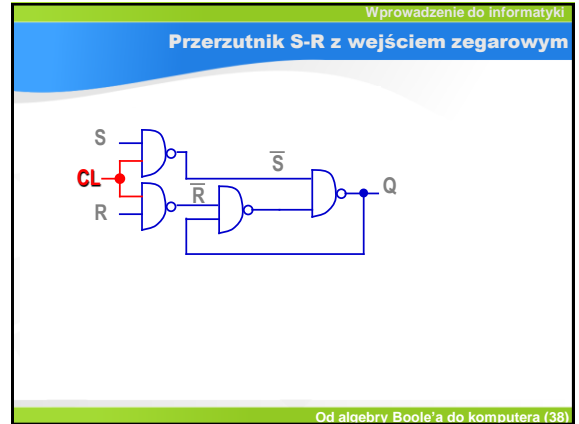
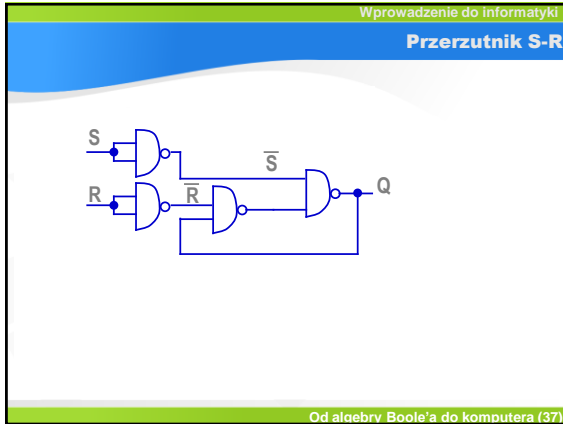
Element pamiętający

Zmiana z 0 na 1 niczego nie zmienia

Diagram of an SR latch with inputs \bar{R} and \bar{S} , and output Q . The inputs are $\bar{R}=1$ and $\bar{S}=1$. The output Q is 1. A callout box points to the \bar{S} input with the text "Zmiana z 0 na 1 niczego nie zmienia". The circuit consists of two NAND gates. The first NAND gate has inputs \bar{R} and Q . The second NAND gate has inputs \bar{S} and Q . The outputs of these two NAND gates are connected to each other, forming a cross-coupled configuration.

Zapisanie jedynki

Od algebry Boole'a do komputera (36)



Wprowadzenie do informatyki

Podsumowanie

- Komputer – mikroprocesor – arytmometr – sumator n-bitowy
- Sumator i półsumator jako układ kombinacyjny zbudowany z bramek
- Algebra Boole'a i rodzaje bramek
- Rejestr

Od algebry Boole'a do komputera (41)

Wprowadzenie do informatyki

Literatura podstawowa

Barry Wilkinson, *Układy cyfrowe*, WKŁ, Warszawa, 2000

Od algebry Boole'a do komputera (42)