UMONS
Université de Mons

Poids des critères

Marc Pirlot
marc.pirlot@umons.ac.be

POLYTECH MONS

Objectif

Montrer qu'il est possible d'éliciter les paramètres d'un modèle de préférences

- sans parler de ces paramètres au décideur
- en posant seulement des questions de comparaisons d'alternatives

et ce,

- tant dans un modèle de fonction de valeur
- que dans un modèle de surclassement

Une situation

Le décideur est un étudiant (appelons le Thierry) qui s'intéresse à la course automobile: il participe à des compétitions (rallies), mais il utilise la même voiture dans la vie de tous les jours

Il dispose de relativement peu d'argent: il veut acheter une voiture d'occasion de 4 ans d'âge, de caractère sportif

14 voitures sont sélectionnées

5 points de vue $\Rightarrow$ 5 critères

- coût, accélération, reprises (pick up) : à minimiser
- Freins (brakes), tenue de route (road holding) : à maximiser

Tableau d'évaluation

	Marques	Coût (€)	Accél	Reprises	Freins	Tenue
1	Fiat Tipo	18342	30,7	37,2	2,33	3
2	Alfa 33	15335	30,2	41,6	2	2,5
3	Nissan Sunny	16973	29	34,9	2,66	2,5
4	Mazda 323	15460	30,4	35,8	1,66	1,5
5	Mitsubishi Colt	15131	29,7	35,6	1,66	1,75
6	Toyota Corolla	13841	30,8	36,5	1,33	2
7	Honda Civic	18971	28	35,6	2,33	2
8	Opel Astra	18319	28,9	35,3	1,66	2
9	Ford Escort	19800	29,4	34,7	2	1,75
10	Renault 19	16966	30	37,7	2,33	3,25
11	Peugeot 309 16v	17537	28,3	34,8	2,33	2,75
12	Peugeot 309	15980	29,6	35,3	2,33	2,75
13	Mitsubishi Galant	17219	30,2	36,9	1,66	1,25
14	Renault 21	21334	28,9	36,7	2	2,25

Somme pondérée (1)

Supposons que le décideur nous dise que l'importance relative des critères est proportionnelle à :

1; 2; 1; 0.5; 0.5

Que peut-on faire d'une telle information ?

Somme pondérée (2)

				poids			valeur
		1	2	1	0,5	0,5	**f**
	Marques	**Coût**	**Accél**	**Reprises**	**Freins**	**Tenue**	
3	Nissan Sunny	0,80	0,94	0,84	1,00	0,77	-2,63
11	Peugeot 309 16v	0,82	0,92	0,84	0,88	0,85	-2,64
12	Peugeot 309	0,75	0,96	0,85	0,88	0,85	-2,66
10	Renault 19	0,80	0,97	0,91	0,88	1,00	-2,71
7	Honda Civic	0,89	0,91	0,86	0,88	0,62	-2,82
1	Fiat Tipo	0,86	1,00	0,89	0,88	0,92	-2,85
5	Mitsubishi Colt	0,71	0,96	0,86	0,62	0,54	-2,91
2	Alfa 33	0,72	0,98	1,00	0,75	0,77	-2,92
8	Opel Astra	0,86	0,94	0,85	0,62	0,62	-2,96
6	Toyota Corolla	0,65	1,00	0,88	0,50	0,62	-2,97
4	Mazda 323	0,72	0,99	0,86	0,62	0,46	-3,02
9	Ford Escort	0,93	0,95	0,83	0,75	0,54	-3,03
14	Renault 21	1,00	0,94	0,88	0,75	0,69	-3,04
13	Mitsubishi Galant	0,81	0,98	0,89	0,62	0,38	-3,15

Rôle des poids dans la somme pondérée

Taux de substitution (tradeoffs):

quelle différence de temps d'accélération vaut une différence de coût de 1000 euros?

Dans l'exemple, avec la normalisation :

1000 € = 1.44 sec

Problème: 0.5 sec entre 28 et 28.5 =

0.5 sec entre 30 et 30.5 → recoder

Fonction de valeur additive

$$u(a) = \sum_{i=1}^{n} k_i u_i(g_i(a))$$

Eliciter k_i *et* u_i

Fonction de valeur additive

$$u(a) = \sum_{i=1}^{n} k_i u_i(g_i(a))$$

Eliciter k_i *et* u_i → **méthode des jugements d'indifférence**

Critères : Coût et Accélération

1er jugement d'indifférence:

(16500 ; 29,5) ~ (17500 ; x1)

x1 = ??

$(16500 \; ; \; 29{,}5) \sim (17500 \; ; \; x_1)$

$x_1 =$??

$x_1 =$ **29,2**

Rapport des poids

Déterminer $\frac{k_2}{k_1}$ en résolvant l'équation:

(16500 ; 29,5) ~ (17500 ; 29,2)

$$k_1 u_1(16500) + k_2 u_2(29{,}5) = k_1 u_1(17500) + k_2 u_2(29{,}2)$$

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{u_1(16500) - u_1(17500)}{u_2(29{,}2) - u_2(29{,}5)}$$

Les poids d'Electre

Servent à mesurer la force des coalitions de critères

Si

$$c(a,b) = \sum_{\{j: g_j(a) \geq g_j(b)\}} p_j \geq \lambda$$

alors la coalition $\{j: g_j(a) \geq g_j(b)\}$ est suffisante

- La notion fondamentale ce sont les coalitions suffisantes
- des jeux de poids et un seuil permettent de les représenter

- Les poids ne sont pas uniques

- Tous les ensembles de coalitions suffisantes ne sont pas représentables par des poids additifs

  n=4;

  {1,2}{1,3}{2,4}{3,4} sont suffisantes

  {1,4}{2,3} sont insuffisantes

Eliciter les coalitions suffisantes

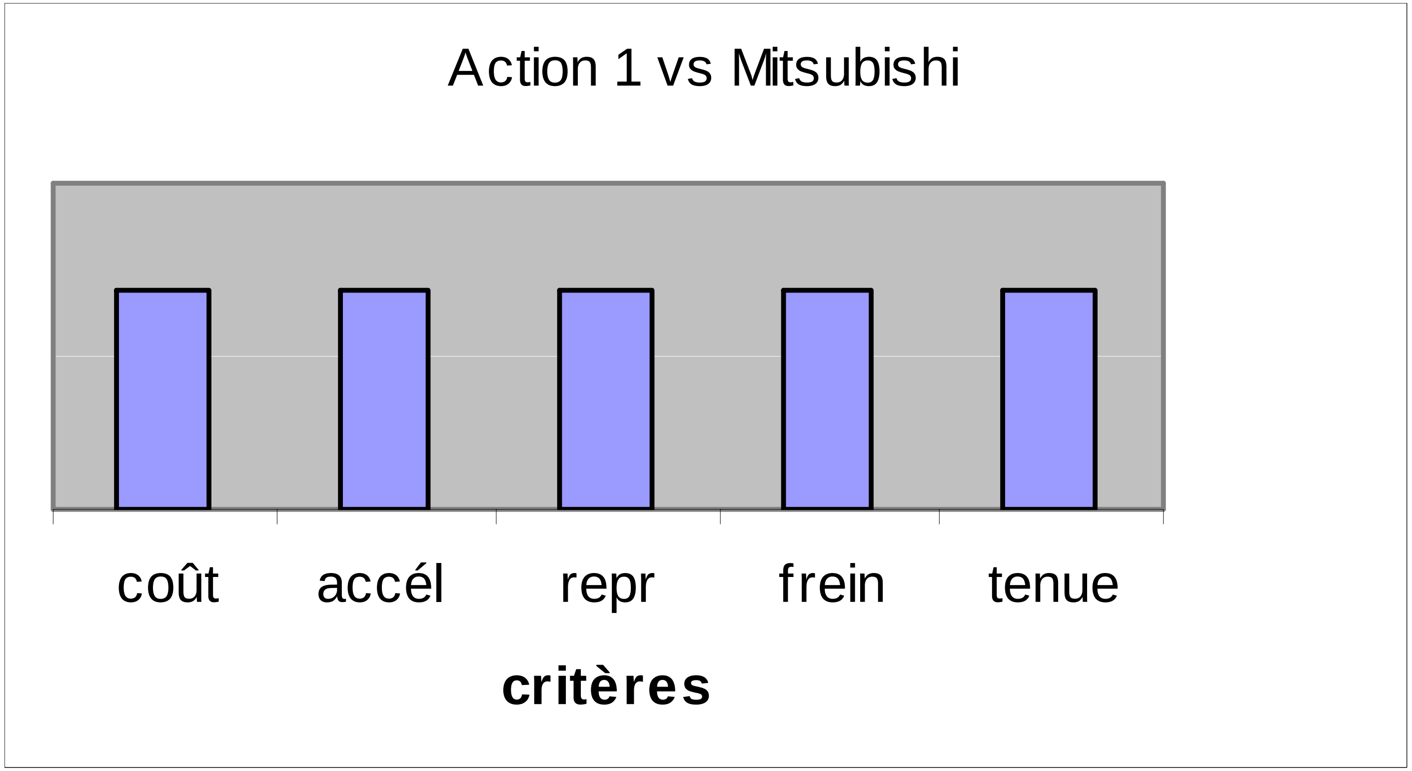
- Choisir une alternative médiane:

du genre Mitsubishi Colt:

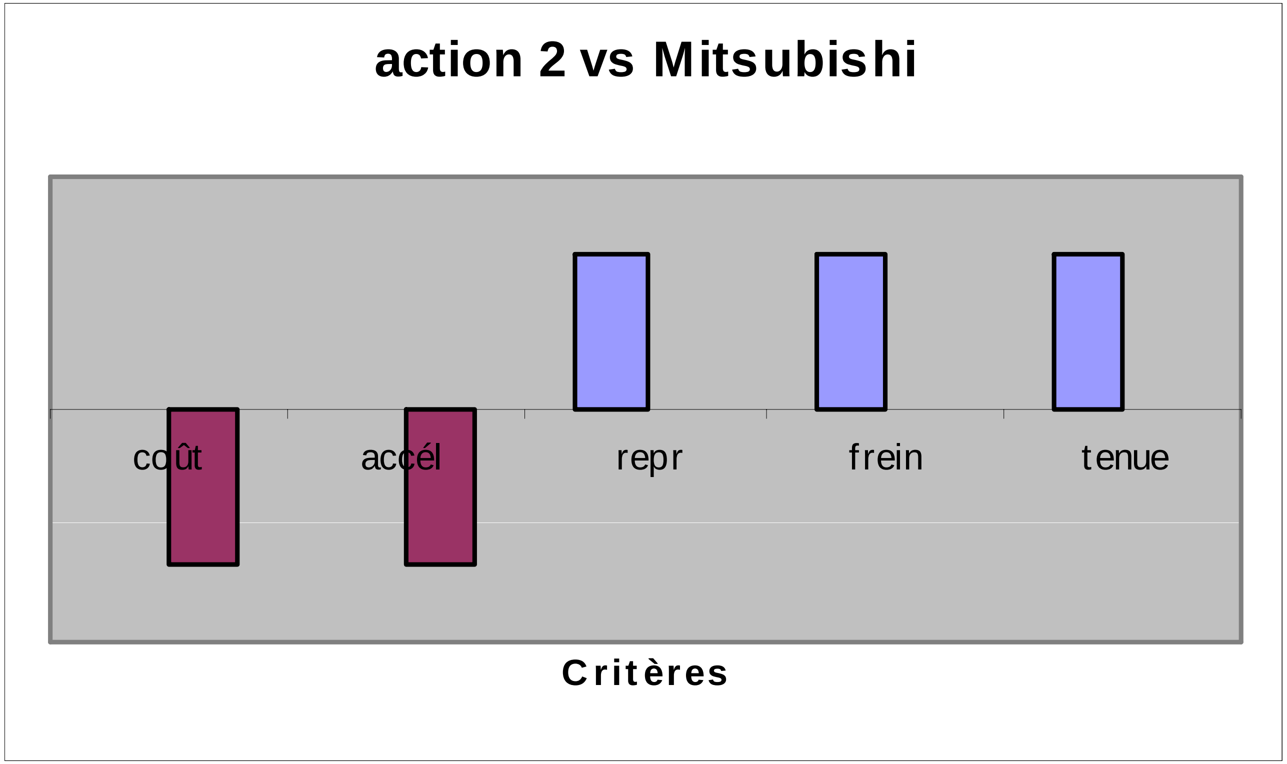
15500; 29,5; 36; 1,66; 1,75

- définir sur chaque critère une différence nette, mais non veto:

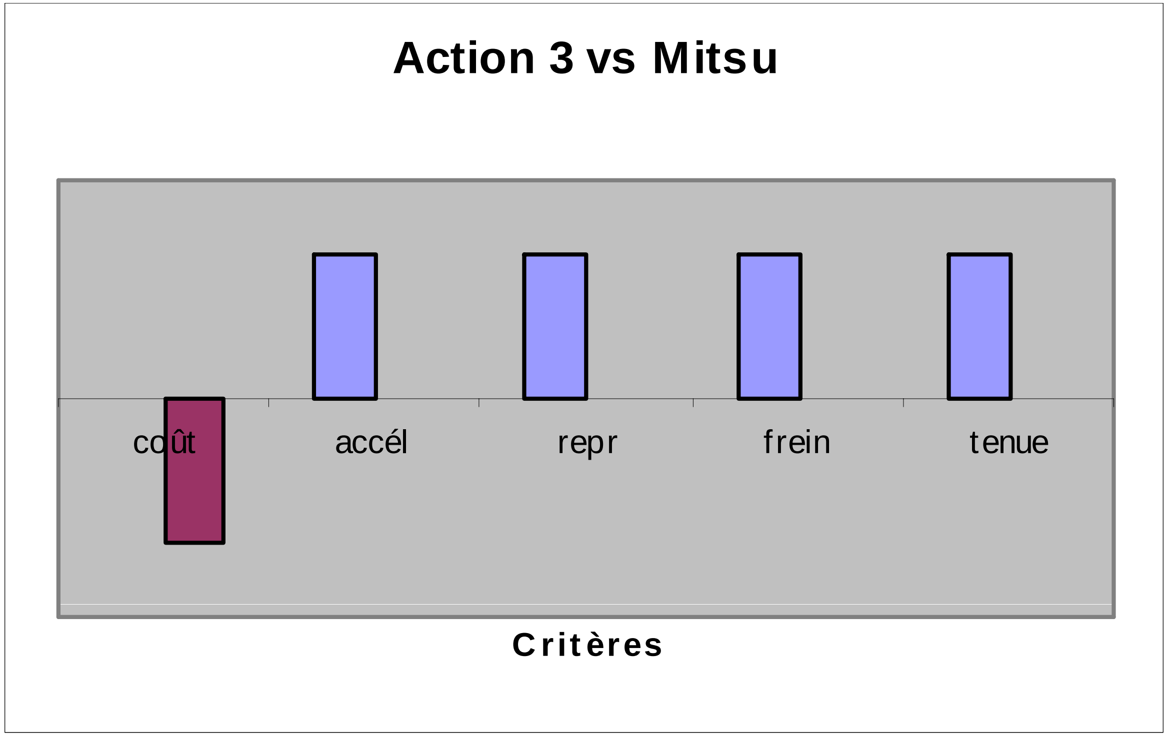
1000; 0,5; 1; 0,33; 0,25


Action 1 vs Mitsubishi
coût
accél
repr
frein
tenue
critères

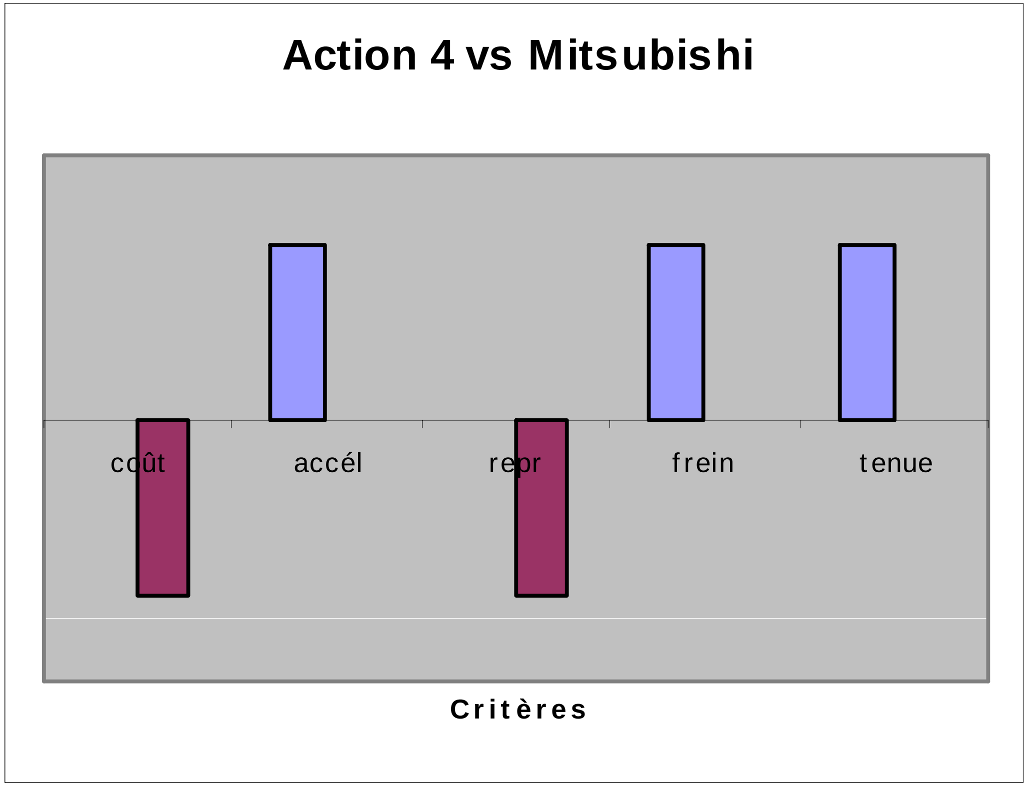
c(A1,Mitsu) = 1


action 2 vs Mitsubishi
coût
accél
repr
frein
tenue
Critères

A2 < Mitsu



A3 > Mitsu


Action 4 vs Mitsubishi
coût
accél
repr
frein
tenue
Critères

A4 < Mitsu

Si j’enlève le critère « freinage » au lieu de « reprises »: idem

Si j’enlève le critère « tenue de route » au lieu de « reprises »: idem

Donc la coalition {2,3,4,5} est suffisante minimale

En posant des questions je peux trouver toutes les coalitions suffisantes (minimales)

Programme de questionnement

Dans cet exemple, j'ai répondu aux questions comme un décideur dont les préférences (i.e. les coalitions suffisantes) sont représentables par les poids additifs

.27 ; .22 ; .17 ; .17 ; .17

et le seuil $\lambda = .65$

En utilisant un programme de questionnement, il faut 15 questions pour déterminer les coalitions suffisantes

Résultat

Enter the number of criteria
5

is 3 4 5 sufficient?
n
is 2 4 5 sufficient?
n
is 2 3 5 sufficient?
n
is 2 3 4 5 sufficient?
y
is 2 3 4 sufficient?
n
is 1 4 5 sufficient?
n
is 1 3 5 sufficient?
n
is 1 3 4 5 sufficient?
y

is 1 3 4 sufficient?
n
is 1 2 5 sufficient?
n
is 1 2 4 5 sufficient?
y
is 1 2 4 sufficient?
n
is 1 2 3 5 sufficient?
y
is 1 2 3 sufficient?
n
is 1 2 3 4 sufficient?
y
Total Number of Questions:15

Fmin:{2 3 4 5 , 1 3 4 5 , 1 2 4 5 , 1 2 3 5 , 1 2 3 4}

Ces sont toutes les coalitions d'au moins 4 critères →
Beaucoup de jeux de poids et de seuils possibles!

Par exemple:

.20	.20	.20	.20	.20

et $\lambda = .75$

Conclusions

- Il est possible d’éliciter les paramètres des modèles de préférence en posant des questions relatives à des préférences
  - tant en fonction de valeur
  - qu’en surclassement

- Recherches bienvenues dans ce domaine pour faciliter l’élicitation sans poser de questions dont les réponses sont ininterprétables

$(16500 ; 29{,}5) \sim (17500 ; x_1)$ $x_1 = ??$

$x_1 =$ **29,2**

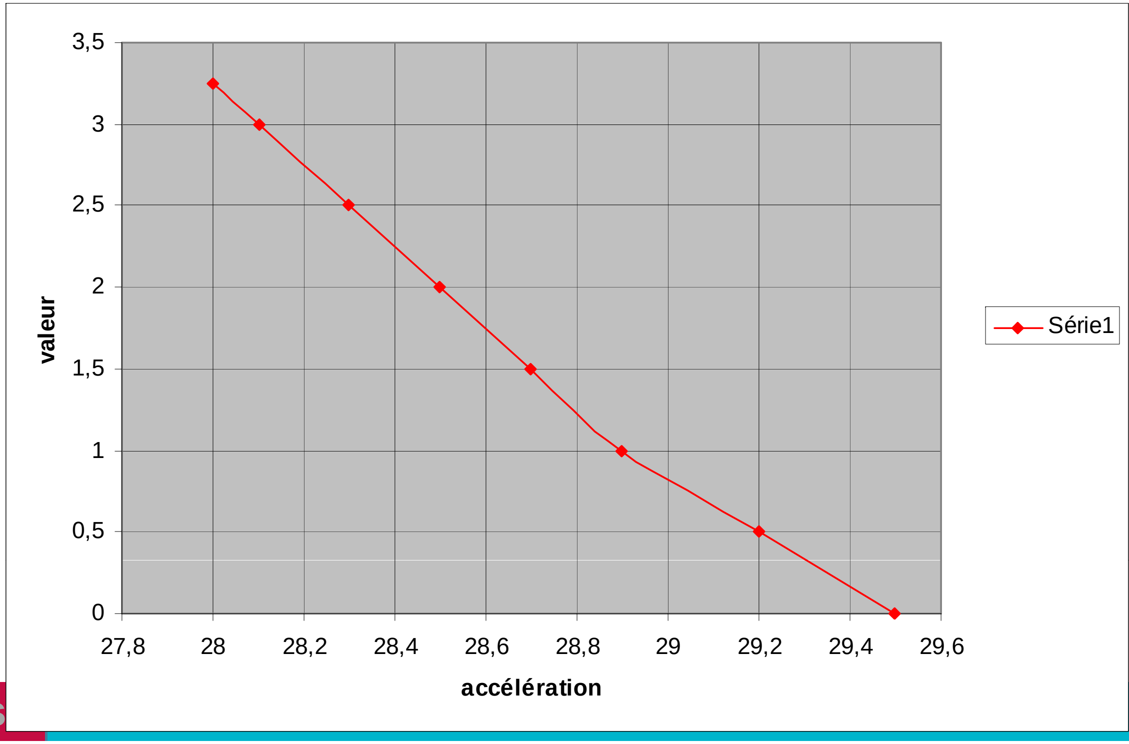
Deuxième étape:

$(16500 ; 29{,}2) \sim (17500 ; x_2)$ $x_2 =$
??

$x_2 =$ **28,9**

Séquence standard :

(16500 ; 29,5)	~	(17500 ; x_1)	x_1 = 29,2
(16500 ; 29,2)	~	(17500 ; x_2)	x_2 = 28,9
(16500 ; 28,9)	~	(17500 ; x_3)	x_3 = 28,7
(16500 ; 28,7)	~	(17500 ; x_4)	x_4 = 28,5
(16500 ; 28,5)	~	(17500 ; x_5)	x_5 = 28,3
(16500 ; 28,3)	~	(17500 ; x_6)	x_6 = 28,1



Recoder tous les u'_i entre 0 et 100

Déterminer k_i en résolvant les équations du type:

(16500 ; 29,5) ~ (17500 ; 29,2)

$$k_1 u'_1(16500) + k_2 u'_2(29{,}5) = k_1 u'_1(17500) + k_2 u'_2(29{,}2)$$

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{u'_1(16500) - u'_1(17500)}{u'_2(29{,}2) - u'_2(29{,}5)}$$