

ROBUSTESSE DE QUOI ET VIS-À-VIS DE QUOI MAIS AUSSI ROBUSTESSE POURQUOI EN AIDE À LA DÉCISION ?

par

Bernard Roy

Université Paris-Dauphine

E-mail: roy@lamsade.dauphine.fr

Le terme robuste apparaît de plus en plus souvent en aide à la décision. Même si ce qualificatif a généralement le sens de «qui résiste à l'à peu près», il recouvre pourtant des significations différentes et parfois obscures. Le recours à cette notion pour éclairer des décisions soulève, me semble-t-il, de multiples questions. Sans chercher à être exhaustif, je voudrais ici en aborder quelques-unes.

Tout d'abord, qu'est-ce qui doit être robuste ? Corrélativement, vis-à-vis de quoi, vis-à-vis de quel à peu près cette robustesse doit-elle être appréciée ? Enfin, pourquoi cette préoccupation de robustesse a-t-elle de l'importance en aide à la décision ?

1. Robustesse de quoi ?

a) De quoi ?

Mais de la solution bien sûr ! La réponse est si évidente pour la plupart des auteurs qui se préoccupent de robustesse qu'ils ne l'évoquent même pas. De quelles solutions s'agit-il ? Bien évidemment de celles qui constituent le résultat d'une procédure ou d'un algorithme auquel l'auteur s'intéresse. Dans la mesure où cette solution est celle que l'aide à la décision a pour objet de préconiser, il importe qu'elle soit robuste dans un sens qui mérite pourtant d'être précisé (ce qui soulève diverses questions, cf. § 2). Voici deux brèves citations (choisies parmi beaucoup d'autres possibles) qui illustrent ce point de vue.

«Un des souhaits souvent formulés par les décideurs vis-à-vis de la méthode multicritère qu'ils utilisent est d'avoir une idée de la robustesse du résultat. C'est la raison pour laquelle l'étude de la sensibilité des méthodes multicritères fait partie des grands axes de recherche du domaine. Cette demande traduit la volonté de savoir dans quelle mesure une variation des données due par exemple à une erreur de mesure ou d'estimation risque d'affecter le résultat donné par la méthode» (Durand et Trentesaux, 2000).

«Nous utiliserons le terme de robustesse pour caractériser la performance d'un algorithme ou plutôt d'un processus complet de construction d'un ordonnancement en présence d'aléas» (Sanlaville, 2002).

Un décideur et, plus généralement, une quelconque partie prenante dans un processus de décision attend souvent, de l'aide à la décision, autre chose qu'une ou quelques solutions résultant de l'application d'un algorithme ou d'une procédure. Dans la mesure où l'aide à la décision ne vise pas uniquement à préconiser des solutions, n'est-il pas nécessaire de reconnaître que la réponse à la question «robustesse de quoi ?» ne doit pas être restreinte aux seules solutions. Il n'est donc pas surprenant que certains auteurs se soient déjà préoccupés de robustesse dans au moins deux autres directions : robustesse de méthodes, robustesse de conclusions.

b) Mais qu'est-ce qu'une méthode ?

Je voudrais tenter ici de faire brièvement comprendre ce que j'entends (en accord avec d'autres auteurs, notamment Philippe Vincke, 1999a,b) par méthode.

J'appelle méthode M une classe bien définie de procédures, une procédure P étant une séquence d'instructions qui, appliquées à une instantiation (jeu de données) E d'un problème (auquel la méthode est censée s'appliquer), fournit un résultat R(P,E).

Le résultat dont il est question ici consiste le plus souvent en une (éventuellement quelques) solution S admissible et remarquable du problème pour l'instanciation E. Il peut aussi inclure, et parfois même se restreindre à, ce que j'appellerai des constats. Ces derniers peuvent revêtir diverses formulations telles que :

- la solution admissible S possède telles propriétés ;
- aucune solution ne jouit de telles propriétés ;
- P appliquée à E n'a pas permis de trouver de solution ayant telle propriété (par exemple être admissible) ;
- ...

Dire que M est une classe bien définie de procédures implique que :

- toutes les procédures concernées ont des éléments communs (concepts, structures, ...) qui les font apparaître comme appartenant à une même classe ;
- une procédure de la classe n'est définie (c'est-à-dire applicable à une instantiation E) que si des valeurs précises et convenables ont été attribuées aux divers paramètres (données d'entrée) et, s'il y a lieu, que si la place et le rôle de certaines règles de procédure ont été fixés (exemple : rôle d'une fonction en tant que critère d'optimisation ou contrainte).

Quiconque envisage, pour éclairer une décision, de prendre appui sur une méthode ne va-t-il pas souhaiter qu'elle soit robuste ? Mais dans quel sens ? Il y a encore là matière à question (cf. § 2).

c) Et qu'est-ce qu'une conclusion ?

Ici encore je vais m'efforcer d'expliquer ce que j'entends sous ce terme (toujours dans une perspective d'aide à la décision).

Etant donné un ensemble d'instanciations d'un problème et un ensemble de procédures applicables à ce problème, j'appellerai conclusion toute assertion (de nature quelconque, vraie ou fausse) qui vise à tirer parti de certaines des informations contenues dans les résultats R(P,E) relatifs à tout ou partie des couples (P,E) envisagés, c'est-à-dire tels que

Voici à titre d'illustration quelques formes typiques de telles assertions dignes d'intérêt pour l'aide à la décision.

- i) Pour tous les couples (P,E) d'un sous-ensemble bien défini de l'ensemble des couples envisagés, S est une solution admissible dont l'écart à l'optimum n'excède jamais tel seuil.
- ii) Les résultats R(P,E) obtenus sur un échantillon de couples (P,E) jugé représentatif de tous ceux envisagés font apparaître des invariants qui sont les suivants....
- iii) Les solutions admissibles remarquables mises en évidence par les résultats R(P,E) relatifs à tels sous-ensembles de couples (P,E) étudiés font apparaître des différences (voire des contradictions) jugées importantes.
- iv) A l'exception de quelques couples (P,E) (éventuellement définis avec quelque ambiguïté), telle solution S jouit, sur l'ensemble des couples (P,E) envisagés, des propriétés suivantes....
- v) Les objectifs ci-après ... sont inconciliables dès l'instant où l'on considère l'ensemble des couples (P,E) définis comme suit...

Ce genre de conclusions ne conduit pas nécessairement à préconiser la mise à exécution de telle solution plutôt que telle autre, le choix de telle méthode plutôt que telle autre mais plus simplement à cadrer, à jalonner, voire à restreindre, le champ des options qui s'offrent à celles ou ceux pour le compte de qui ou au nom de qui l'aide à la décision s'exerce. Ici encore, il paraît pertinent de soulever la question : que faut-il entendre par conclusions robustes ?

Qu'il s'agisse de solutions, de méthodes ou, plus généralement, de conclusions, la signification du terme «robustesse» est à la fois (comme je vais m'efforcer de le montrer) fortement subjective et, dans les formalisations que l'on peut en donner, très contingente au contexte décisionnel considéré.

2. Robustesse vis-à-vis de quoi ?

Quel que soit l'objet en question (solution, méthode, conclusion, ...), donner un sens au qualificatif «robuste» ne peut se faire sans expliciter les raisons et les facteurs générateurs de contingence, d'arbitraire et d'ignorance vis-à-vis desquels la robustesse est recherchée. Outre leur caractère subjectif, ces raisons, ces facteurs revêtent des formes très variées dont la présence et/ou l'importance dépend beaucoup du contexte décisionnel considéré. Leur présence émane, je crois, essentiellement de trois sources :

- 1) Le caractère imprécis, incertain et, plus généralement, mal connu, voire mal défini, de certaines spécificités ou grandeurs factuelles du problème.
- 2) Les conditions de mise à exécution de la décision qui sera arrêtée, lesquelles peuvent être influencées par ce que sera l'état de l'environnement au moment où elle sera mise à exécution si elle est ponctuelle ou par les états successifs de cet environnement si elle est séquentielle.
- 3) Le caractère flou, éventuellement lacunaire, et non nécessairement stable des systèmes de valeurs (et plus particulièrement de préférences) qui sont censés prévaloir pour apprécier la faisabilité et l'intérêt relatif des diverses actions potentielles en tenant compte des conditions envisagées pour leur mise à exécution.

Pour donner sens au terme «robustesse» dans un contexte décisionnel spécifié, il importe, me semble-t-il, d'analyser ce que recèle chacune des trois sources ?, ?, ?) ci-dessus comme raisons et facteurs vis-à-vis desquels on recherche la robustesse. Cet effort d'analyse est nécessaire aussi bien pour définir un formalisme adapté à une modélisation convenable du problème que pour choisir une méthode appropriée à son étude. C'est vis-à-vis de la façon dont ces trois sources justifient que soient envisagées non pas une seule instanciation du modèle élaboré mais un ensemble et/ou non pas une unique procédure mais une méthode bâtie sur une classe que la notion de robustesse acquiert un sens.

Une attitude trop critique, une recherche trop systématique des générateurs de contingence, d'arbitraire et d'ignorance dans chacune des sources ?, ?, ?) risquent de conduire à un foisonnement excessif d'instanciations et de procédures à envisager. En prenant bien soin, à l'opposé, d'oublier l'adage qui veut que celui qui ne sait pas qu'il ne sait pas croit qu'il sait, on peut être tenté de réduire ce foisonnement en n'envisageant qu'un nombre par trop restreint d'instanciations et de procédures. Il convient, dans chaque situation, de trouver un compromis entre ces deux tendances opposées qui tiennent compte notamment des attentes de celles et ceux pour le compte de qui et au nom de qui l'aide à la décision s'exerce. Ceci me conduit à aborder (toujours de façon un peu rapide et superficielle) une dernière question...

3. Robustesse pourquoi ?

Ainsi formulée, la question est très vaste et peut appeler des réponses telles que : pour que les chercheurs fassent des publications... Je vais donc la restreindre à : pour répondre à quels besoins, à quel genre de préoccupations des demandeurs d'aide à la décision.

Celles et ceux qui sont responsables d'arrêter une décision ou, plus largement, d'influencer un processus de décision n'attendent pas, en général, de l'aide à la décision qu'elle leur dicte leur conduite mais, plus simplement, qu'elle leur apporte des informations utiles pour baliser leur champ de réflexions et d'actions. Que ces informations se présentent en termes de solutions, de méthodes ou de recommandations assises sur des conclusions, elles ne leur seront véritablement utiles que si la façon dont elles sont dépendantes ou encore conditionnées par la contingence, l'arbitraire et l'ignorance que recèlent les sources ?, ?, ?) est prise en compte dans un cadre suffisamment large et explicite. Pour qu'il en soit ainsi, il importe donc que ces informations exploitent non pas un résultat privilégié R(P,E) mais tous ceux envisagés à partir des ensembles et découlant de l'analyse et du formalisme dont il vient d'être question. Pour être utile (répondre à des besoins effectifs), ce mode de prise en compte

revêt inévitablement des formes très variées adaptées au contexte décisionnel considéré. Sans prétendre esquisser ici une typologie, je voudrais, pour terminer, illustrer quelques unes des préoccupations clés auxquelles l'analyse de robustesse peut vouloir chercher à répondre. Je considérerai pour cela quelques situations typiques.

a) La décision a un caractère ponctuel et exceptionnel (elle ne s'étale ni ne se répète dans le temps) Avec ces restrictions, considérons par exemple le cas où il s'agit de sélectionner une variante parmi un ensemble fini de possibilités pour réaliser un projet ou encore d'attribuer des valeurs numériques à diverses variables afin d'arrêter les caractéristiques structurelles d'une grande réalisation. L'attente des demandeurs d'aide à la décision peut, schématiquement, revêtir deux formes :

i) La mise en évidence d'une solution accompagnée des arguments qui conduisent à la préconiser : le plus souvent, cette solution sera mise à exécution et finalement jugée dans des conditions, dans un environnement et selon des systèmes de valeurs qui ne peuvent, au moment de l'étude, être appréhendés avec exactitude. Attendre de cette solution qu'elle soit robuste, c'est la vouloir telle qu'elle puisse, le moment venu, apparaître, autant que faire se peut, comme étant l'une des meilleures et, quelles que soient les circonstances, comme jamais très mauvaise.

Des propositions pour définir et élaborer des solutions robustes en ce sens ont été nombreuses. Je me bornerai ici à citer les travaux de Arbel et Vargas (1993), Escudero (1994), Kouvelis et Yu (1997), Malcolm et Zenios (1994), Mulvey et al. (1994), Rosenblatt et Lee (1987), Sengupta (1991), Yu et Yang (1998).

ii) L'élaboration de recommandations balisant le champ des décisions à considérer sur la base de conclusions robustes : ces conclusions ont pour objet (cf. § 1.c) de mettre en évidence des décisions ou des fragments de décision dont les avantages et inconvénients sont explicités aussi bien en fonction d'options pouvant conditionner la procédure (pondération des critères, mode de prise en compte de l'attitude face au risque, ...) que vis-à-vis d'hypothèses ou scénarios relatifs aux conditions de mise à exécution (par exemple la date) ou encore de certaines caractéristiques de l'environnement dans lequel la décision arrêtée prendra place et sera finalement jugée (nouvelles normes, nouveaux systèmes de prix, ...). Le lecteur pourra trouver des exemples précis de telles conclusions et recommandations dans Roy (1997), Roy et Bouyssou (1993).

b) La décision a un caractère séquentiel : Considérons par exemple ici le cas où la décision revêt la forme d'un plan qui s'étale dans le temps et qui, de ce fait, apparaît comme une suite de fragments de décisions. Dans ce cas, le plan peut, en général, être révisé à chaque étape afin de tenir compte de l'évolution des conditions de mise à exécution, des caractéristiques de l'environnement et, le cas échéant, des systèmes de préférences. Dans la mesure où les décisions prises au cours des premières étapes du plan sont susceptibles d'avoir un impact aussi bien sur les possibilités de décision dans les étapes ultérieures que sur les conséquences que ces futures décisions pourront avoir, la robustesse du plan (tel qu'il peut être revu à chaque étape) s'analyse en termes de flexibilité. Cet aspect de la robustesse a été étudié, de façon très approfondie, par Rosenhead et ses collaborateurs (voir notamment Gupta et Rosenhead, 1972, Rosenhead, 1989, Rosenhead et al., 1972).

Ici, l'analyse de robustesse vise à mettre en évidence et à prendre en compte les possibilités d'adaptation et de réaction que la décision qui doit être arrêtée en chacune des étapes considérées préserve pour l'avenir. Quel que soit cet avenir, il s'agit d'arrêter à chaque étape des décisions qui ne rendent pas impossibles ou ne dégradent pas trop les meilleures possibilités de choix ultérieurs et minimisent le risque d'acculer le décideur à des résultats catastrophiques qui auraient pu être évités.

c) La décision concerne l'adoption d'une méthode destinée à être utilisée de façon répétitive dans des conditions et environnements (lieux, moments, ...) susceptibles de varier : Considérons ici le cas fréquent où la méthode fait intervenir une classe de procédures définies chacune par un jeu de valeurs précises attribuées à divers paramètres (certains d'entre eux pouvant être des paramètres techniques sans signification concrète bien claire) ainsi que par la façon dont la place et/ou le rôle de certaines règles de procédures ont été fixés (notamment rôle des critères et des contraintes). Les méthodes auxquelles je songe ici ne se réduisent pas aux seules méthodes multicritères usuelles dont l'objet est d'opérer une sélection, un tri ou un rangement sur un ensemble d'actions. Elles concernent également celles qui visent à déterminer, de façon périodique, certaines conditions de fabrication ou de réapprovisionnement (voir par exemple Jeunet, 1997, Jeunet et Jonard, 2000, Vallin, 1999), celles dont l'objet est d'élaborer et de comparer des classifications (voir par exemple Barthélemy et Leclerc, 1995,

Guénoche, 1993, Hansen et Jaumard, 1997) ou encore celles qui sont utilisées pour ajuster au mieux un modèle à visée descriptive sur la base d'observations multiples et répétées (voir par exemple Chang et Yeh, 2002, Grigoroudis et Siskos, 2001, Siskos et Grigoroudis, 2001).

Il importe ici que, dans la mesure où le choix des valeurs attribuées aux différents paramètres de même que la place et le rôle dévolu à certaines règles de procédures recèlent une place d'arbitraire, la variabilité des résultats auxquels la méthode conduit selon la procédure adoptée soit prise en compte. Pour que la méthode soit dite robuste, il convient donc que cette variabilité ne soit pas trop importante, autrement dit que les résultats ne soient pas trop différents comme ce peut être le cas avec des procédures d'optimisation qui autorisent la présence de solutions très contrastées dans un proche voisinage de l'optimum (voir notamment Beuthe et Scannella, 2001). Il importe surtout que ces résultats ne soient pas contradictoires (cf. Vincke, 1999a,b).

Pour conclure, j'aimerais attirer l'attention sur la grande diversité des préoccupations qui peuvent se cacher derrière le mot robustesse. Afin d'en mieux comprendre la polysémie, ne faudrait-il pas chercher à typer les principales situations contextuelles à partir notamment des distinctions suivantes :

- les données introduites font ou ne font pas intervenir l'état de l'environnement au-delà d'un très court terme ;
- la mise à exécution de la décision est appelée à être jugée dans un très court terme ou, au contraire, seulement à moyen ou long terme ;
- la décision implique une mise à exécution immédiate, différée ou progressive.

Références

- Arbel A., Vargas L.G. (1993), Preference simulation and preference programming: Robustness issues in priority derivation, *European Journal of Operational Research* 69, 200-209.
- Barthélemy J.P., Leclerc B. (1995), The median procedure for partitions, *DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science* 19, 3-34.
- Beuthe M., Scannella G. (2001), Comparative analysis of UTA multicriteria methods, *European Journal of Operational Research* 130, 2, 246-262.
- Chang Y.H., Yeh. C.H. (2002), A survey analysis of service quality for domestic airlines, *European Journal of Operational Research* 139, 166-177.
- Durand S., Trentesaux D. (2000), Des indices de robustesse pour la méthode prudente et pour la fonction de choix de Borda, *Journal of Decision Systems* 9, 269-288.
- Escudero L.F. (1994), Robust decision making as a decision making aid under uncertainty, in: S. Riod, ed., *Decision Theory and Decision Analysis: Trends and Challenges*, 126-138.
- Grigoroudis E., Siskos Y. (2001), Preference disaggregation for measuring and analysing customer satisfaction: The MUSA method, *European Journal of Operational Research* (to appear).
- Guénoche A. (1993), Enumération des partitions de diamètres minimum, *Discrete Mathematics* 111, 277-287.
- Gupta S.K., Rosenhead J. (1972), Robustness in sequential investment decisions, *Management Science* 15, 2, 18-29.
- Hansen P., Jaumard B. (1997), Cluster analysis and mathematical programming, *Mathematical Programming* 79, 191-215.
- Jeunet J. (1997), Modèles d'approvisionnement de type MRP : évaluation et robustesse, Thèse de doctorat en sciences de gestion, Université Louis Pasteur.
- Jeunet J., Jonard N. (2000), Measuring the performance of lot-sizing techniques in uncertain environments, *International Journal of Production Economics* 64, 197-208.
- Kouvelis, P., Yu G. (1997), *Robust discrete optimization and its applications*, Kluwer Academic Publishers.
- Malcolm S.A., Zenios S.A. (1994), Robust optimization for power systems capacity expansion under uncertainty, *Journal of the Operational Research Society* 45, 1040-1049.
- Mulvey J.M., Vanderbei M.J., Zenios S.A. (1994), Robust optimization of large scale systems, Report SOR-91-13, Statistics and Operations Research, Princeton University, Princeton, NJ.
- Rosenblatt M.J., Lee H.L. (1987), A robustness approach to facilities design, *International Journal of Production Research* 25, 479-486.
- Rosenhead M.J. (1989), *Rational analysis for a problematic world*, Wiley, New York.

- Rosenhead M.J., Elton M., Gupta S.K. (1972), Robustness and optimality as criteria for strategic decisions, *Operational Research Quarterly* 23, 4, 413-430.
- Roy B. (1997), Un chaînon manquant en RO-AD : les conclusions robustes, Université Paris-Dauphine, Cahier du LAMSADE n° 144 ; version anglaise : A missing link in OR-DA: Robustness analysis, *Foundations of Computing and Decision Sciences* 23, 3, 1998, 141-160.
- Roy B., Bouyssou D. (1993), Aide multicritère à la décision : Méthodes et cas, *Economica*, Paris.
- Sanlaville E. (2002), Flexibilité et robustesse en ordonnancement (article invité), *Bulletin de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision*, Edition Printemps-Eté 2002, Numéro 8, 10-12.
- Sengupta J.K. (1991), Robust decisions in economics models, *Computers and Operations Research* 18, 2, 221-232.
- Siskos Y., Grigoroudis E. (2001), Measuring customer satisfaction for various services, in: D. Bouyssou, E. Jacquet-Lagrèze, P. Perny, R. Slowinski, D. Vanderpooten, Ph. Vincke, eds.), *Aiding Decisions with Multiple Criteria – Essays in Honor of Bernard Roy*, Kluwer Academic Publishers, 457-482.
- Vallin Ph. (1999), Détermination d'une période économique robuste dans le cadre du modèle de Wilson, *RAIRO Recherche Opérationnelle* 33, 1, 47-67.
- Vincke Ph. (1999a), Robust and neutral methods for aggregating preferences into an outranking relation, *European Journal of Operational Research* 112, 2, 405-412.
- Vincke Ph. (1999b), Robust solutions and methods indecision-aid, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 8, 181-187.
- Yu G., Yang J. (1998), On the robust shortest path problem, *Computers and Operations Research* 25, 457-468.

Bernard Roy
Professeur émérite
EWG-MCDA Newsletter, Fall, 2002