

Podstawowe definicje z teorii grafów do zadań

Andrzej Przemysław Urbański
Politechnika Poznańska, Wydział
informatyki, Instytut Informatyki

Podstawowe pojęcia

Elementarne pojęcia teorii grafów:

- **wierzchołek** - zaznaczany zazwyczaj kółkiem;
- **krawędź** - zaznaczana zazwyczaj kreską.

Często również stosuje się tzw. **etykiety** zarówno do wierzchołków jak krawędzi. Mogą one służyć ich rozróżnianiu lub oznaczać koszt.

Krawędzie łączą ze sobą dokładnie dwa wierzchołki, przy czym wyróżniamy dwa podstawowe rodzaje grafów:

- **zorientowane** - z krawędziami reprezentowanymi krzywymi ze strzałkami;
- **niezorientowane** - z krawędziami reprezentowanymi krzywymi bez strzałek.

Własności grafów

- Grafy spójne
 - Np. Graf znajomości jest niespójny i zawiera dwie składowe spójności
- Graf silnie spójny
 - W przypadku sieci ulic, gdy możemy z każdego miejsca przejechać do każdego innego to mówimy, że graf jest silnie spójny.
- Klika
 - „każdy zna każdego” czyli krawędzie łączą wszystkie wierzchołki pomiędzy sobą

Słynne ścieżki

Ścieżka Eulera

- Przebiega przez wszystkie krawędzie dokładnie jeden raz

Ścieżka Hamiltona

- przebiega przez wszystkie wierzchołki grafu dokładnie jeden raz

Jeśli mamy powrócić w to samo miejsce to taką **ścieżkę** nazywamy **cyklem**.

Droga komiwojażera

„Cykl Hamiltona o najmniejszym koszcie” albo prościej najkrótsza droga jaką musi przebyć komiwojażer by odwiedzić wszystkie wskazane punkty sprzedaży - adresy

- Zadanie to należy do grupy problemów optymalizacyjnych tj. takich, że poszukujemy rozwiązania, które daje najmniejszą lub największą wartość określonej cechy.
- Zadania optymalizacji często prowadzą do eksplozji kombinatorycznej

Grafy planarne i izomorficzne

Graf planarny

- Można go narysować na płaszczyźnie bez przecinania się krawędzi
- Nie każdy jest od razu widoczny jako planarny

Grafy izomorficzne

- Grafy, które po usunięciu etykiet można do siebie tak dopasować, że będą identyczne

Stopień wierzchołków

- Ilość krawędzi, które wychodzą z wierzchołka
- Suma stopni wierzchołków w całym grafie jest zawsze parzysta i dwukrotnie większa od liczby krawędzi w tym grafie
- Ścieżka Eulera istnieje tylko w grafach, w których
 - wszystkie wierzchołki mają stopień parzysty (wtedy ścieżka zaczyna się i kończy w dowolnym, ale tym samym wierzchołku) lub
 - co najwyżej dwa mają stopień nieparzysty (wtedy ścieżka zaczyna się w jednym z tych wierzchołków i kończy w drugim)

Pełen tekst wykładu i inne materiały popularyzatorskie:

<http://www.cs.put.poznan.pl/aurbanski/popular.php>

Jak również: <http://AndrzejU.pl>

Przygody własnego bohatera: <http://AlanBit.pl>